Nombre: .... Apellidos: ....

DNI: .... Grado: ....

Examen Final de Cálculo

Grados en Ingeniería

Universidad Miguel Hernández de Elche - Jueves 07 de Febrero de 2013

Tipo A

INSTRUCCIONES : Leer atentamente antes de empezar el examen.

- El tiempo disponible es de tres horas y media.
- Se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5.
- El examen puntúa sobre 7 puntos correspondientes al 70% de la nota final de la asignatura. Para optar a aprobar la asignatura es necesario obtener en este examen al menos 3 puntos de los 7.

Ejercicio 1 (2 pts.): Tipo test (consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones a elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Se debe elegir una única opción. Si la respuesta elegida es correcta suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta resta 0.2 puntos. Si no se responde a una pregunta ni suma ni resta puntuación.)

Test 1) Sea $A := \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 < x^2 + y^2 \leq 2x\right\}$. Indíquese cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:
☐ A es cerrado pero no acotado
☐ A es acotado pero no cerrado
☐ A es cerrado y acotado

Test 2) Sabiendo que la ecuación $e^{xyz} + x + y + z = 0$ define a cualquiera de sus variables como función implícita de las otras dos en un entorno del punto $(-2,1,0)$, se tiene que:

☐ $\dfrac{\partial z}{\partial x}(-2,1) = -1$

☐ $\dfrac{\partial y}{\partial x}(-2,0) = 1$

☐ $\dfrac{\partial x}{\partial y}(1,0) = -1$

Test 3) El límite $\lim\limits_{x\to\pi/2} (sen\,(x))^{\dfrac{1}{x-\pi/2}}$ vale:

☐ 1

☐ e

☐ e^2

Test 4) Sean $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ dadas por $f(x,y) := xy$ y $g(x) := \left(x, x^2, x^3\right)$. Se tiene que la matriz jacobiana de $g \circ f$ en el punto $(1,-1)$ vale:

☐ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -2 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

Test 5) El dominio de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=1}^{+\infty} \dfrac{x^{3n}}{n^3}$ es:

☐ $[-1,1[$

☐ $]-1,1]$

☐ $[-1,1]$

Ejercicio 2: Dada la función $f(x,y) := x\left(1-x^2-y^2\right)$, se pide:.

a) (1 pt.) Hallar sus puntos críticos y clasificarlos.

b) (1 pt.) Hallar sus extremos absolutos en el conjunto $K := \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2-x-\frac{3}{4} \leq 0\right\}$.
Nota: $x^2+y^2-x-\frac{3}{4}=0$ es la ecuación de la circunferencia de centro $\left(\frac{1}{2},0\right)$ y de radio 1.

Elegir dos, y sólo dos, de los siguientes ejercicios:

Ejercicio 3 (1,5 pts): Dada la función

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{x^3y}{x^4+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) (0,5 pt.) Estudiar la continuidad de f en el punto $(0,0)$.

b) (0,5 pt.) Calcular las derivadas direccionales de f en el punto $(0,0)$ en la dirección $(u,v) \neq (0,0)$.

c) (0,5 pt.) Estudiar la diferenciabilidad de f en el punto $(0,0)$.

Ejercicio 4 (1,5 pts): Calcular la integral doble $\displaystyle\iint_D x\,d(x,y)$ donde $D := \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq x \leq 1, x^2+y^2 \geq 1\right\}$.

Ejercicio 5 (1,5 pts): Calcular la integral de línea $\displaystyle\int_\Gamma y^4dx + x^4dy$ donde Γ es la frontera del triángulo de vértices $(0,0)$, $(1,0)$ y $(1,1)$ orientada positivamente.

Nombre: .... Apellidos: ....

DNI: .... Grado: ....

Examen Final de Cálculo

Grados en Ingeniería

Universidad Miguel Hernández de Elche - Lunes 06 de Febrero de 2012

Tipo B

INSTRUCCIONES : Leer atentamente antes de empezar el examen.

- El tiempo disponible es de tres horas y media.
- Se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5.
- El examen puntúa sobre 7 puntos correspondientes al 70% de la nota final de la asignatura. Para optar a aprobar la asignatura es necesario obtener en este examen al menos 3 puntos de los 7.

Ejercicio 1 (2 pts.): Tipo test (consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones a elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Se debe elegir una única opción. Si la respuesta elegida es correcta suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta resta 0.2 puntos. Si no se responde a una pregunta ni suma ni resta puntuación.)

Test 1) Sea $A := \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 < 2x\right\}$. Indíquese cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:

☐ A es cerrado pero no acotado
☐ A es cerrado y acotado
☐ A es acotado pero no cerrado

Test 2) Sabiendo que la ecuación $e^{xyz} + x + y + z = 0$ define a cualquiera de sus variables como función implícita de las otras dos en un entorno del punto $(-2, 1, 0)$, se tiene que:

☐ $\dfrac{\partial z}{\partial y}(-2, 1) = -1$

☐ $\dfrac{\partial y}{\partial z}(-2, 0) = 1$

☐ $\dfrac{\partial x}{\partial z}(1, 0) = -1$

Test 3) El límite $\displaystyle\lim_{x \to \pi/4} (tg\,(x))^{\overline{\frac{1}{x - \pi/4}}}$ vale:

☐ e^2
☐ e
☐ 1

Test 4) Sean $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ dadas por $f(x, y) := xy$ y $g(x) := \left(x, x^2, x^3\right)$. Se tiene que la matriz jacobiana de $g \circ f$ en el punto $(-1, 1)$ vale:

☐ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

Test 5) El dominio de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=1}^{+\infty} \dfrac{x^{2n}}{n}$ es:

☐ $[-1, 1[$
☐ $]-1, 1]$
☐ $]-1, 1[$

Ejercicio 2: Dada la función $f(x,y) := x\left(1 - x^2 - y^2\right)$, se pide:.

a) (1 pt.) Hallar sus puntos críticos y clasificarlos.

b) (1 pt.) Hallar sus extremos absolutos en el conjunto $K := \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - x - \frac{3}{4} \leq 0\right\}$.
Nota: $x^2 + y^2 - x - \frac{3}{4} = 0$ es la ecuación de la circunferencia de centro $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ y de radio 1.

Elegir dos, y sólo dos, de los siguientes ejercicios:

Ejercicio 3 (1,5 pts): Dada la función

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{x^3 y}{x^4 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) (0,5 pt.) Estudiar la continuidad de f en el punto $(0,0)$.

b) (0,5 pt.) Calcular las derivadas direccionales de f en el punto $(0,0)$ en la dirección $(u,v) \neq (0,0)$.

c) (0,5 pt.) Estudiar la diferenciabilidad de f en el punto $(0,0)$.

Ejercicio 4 (1,5 pts): Calcular la integral doble $\displaystyle\iint_D x\,d(x,y)$ donde $D := \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq x \leq 1, x^2 + y^2 \geq 1\right\}$.

Ejercicio 5 (1,5 pts): Calcular la integral de línea $\displaystyle\int_\Gamma y^4 dx + x^4 dy$ donde Γ es la frontera del triángulo de vértices $(0,0)$, $(1,0)$ y $(1,1)$ orientada positivamente.

Nombre: .... Apellidos: ....

DNI: .... Grado: ....

Examen Final de Cálculo

Grados en Ingeniería

Universidad Miguel Hernández de Elche - Lunes 06 de Febrero de 2012

Tipo C

INSTRUCCIONES : Leer atentamente antes de empezar el examen.

- El tiempo disponible es de tres horas y media.
- Se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5.
- El examen puntúa sobre 7 puntos correspondientes al 70% de la nota final de la asignatura. Para optar a aprobar la asignatura es necesario obtener en este examen al menos 3 puntos de los 7.

Ejercicio 1 (2 pts.): Tipo test (consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones a elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Se debe elegir una única opción. Si la respuesta elegida es correcta suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta resta 0.2 puntos. Si no se responde a una pregunta ni suma ni resta puntuación.)

Test 1) Sea $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 < x^2 + y^2 \leq 2x\}$. Indíquese cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:

☐ A es acotado pero no cerrado
☐ A es cerrado pero no acotado
☐ A es cerrado y acotado

Test 2) Sabiendo que la ecuación $e^{xyz} + x + y + z = 0$ define a cualquiera de sus variables como función implícita de las otras dos en un entorno del punto $(-2, 1, 0)$, se tiene que:

☐ $\dfrac{\partial z}{\partial x}(-2, 1) = -1$
☐ $\dfrac{\partial y}{\partial x}(-2, 0) = -1$
☐ $\dfrac{\partial x}{\partial y}(1, 0) = 1$

Test 3) El límite $\lim_{x \to \pi/2} (sen\,(x))^{\frac{1}{x - \pi/2}}$ vale:

☐ e^2
☐ e
☐ 1

Test 4) Sean $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ dadas por $f(x, y) := xy$ y $g(x) := (x, x^2, x^3)$. Se tiene que la matriz jacobiana de $g \circ f$ en el punto $(1, -1)$ vale:

☐ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$
☐ $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -2 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$
☐ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

Test 5) El dominio de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=1}^{+\infty} \dfrac{x^{3n}}{n^3}$ es:

☐ $[-1, 1[$
☐ $[-1, 1]$
☐ $]-1, 1]$

Ejercicio 2: Dada la función $f(x,y) := x\left(1-x^2-y^2\right)$, se pide:.

a) (1 pt.) Hallar sus puntos críticos y clasificarlos.

b) (1 pt.) Hallar sus extremos absolutos en el conjunto $K := \left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2-x-\frac{3}{4}\leq 0\right\}$.
Nota: $x^2+y^2-x-\frac{3}{4}=0$ es la ecuación de la circunferencia de centro $\left(\frac{1}{2},0\right)$ y de radio 1.

Elegir dos, y sólo dos, de los siguientes ejercicios:

Ejercicio 3 (1,5 pts): Dada la función

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{x^3y}{x^4+y^2} & \text{si } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

a) (0,5 pt.) Estudiar la continuidad de f en el punto $(0,0)$.

b) (0,5 pt.) Calcular las derivadas direccionales de f en el punto $(0,0)$ en la dirección $(u,v)\neq(0,0)$.

c) (0,5 pt.) Estudiar la diferenciabilidad de f en el punto $(0,0)$.

Ejercicio 4 (1,5 pts): Calcular la integral doble $\displaystyle\iint_D x\,d(x,y)$ donde $D := \left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 0\leq y\leq x\leq 1, x^2+y^2\geq 1\right\}$.

Ejercicio 5 (1,5 pts): Calcular la integral de línea $\displaystyle\int_\Gamma y^4dx+x^4dy$ donde Γ es la frontera del triángulo de vértices $(0,0)$, $(1,0)$ y $(1,1)$ orientada positivamente.

Nombre: .... Apellidos: ....

DNI: .... Grado: ....

Examen Final de Cálculo

Grados en Ingeniería

Universidad Miguel Hernández de Elche - Lunes 06 de Febrero de 2012

Tipo D

INSTRUCCIONES : Leer atentamente antes de empezar el examen.

- El tiempo disponible es de tres horas y media.
- Se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5.
- El examen puntúa sobre 7 puntos correspondientes al 70% de la nota final de la asignatura. Para optar a aprobar la asignatura es necesario obtener en este examen al menos 3 puntos de los 7.

Ejercicio 1 (2 pts.): Tipo test (consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones a elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Se debe elegir una única opción. Si la respuesta elegida es correcta suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta resta 0.2 puntos. Si no se responde a una pregunta ni suma ni resta puntuación.)

Test 1) Sea $A := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 < x^2 + y^2 \leq 2x\}$. Indíquese cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:
☐ A es cerrado y acotado
☐ A es cerrado pero no acotado
☐ A es acotado pero no cerrado

Test 2) Sabiendo que la ecuación $e^{xyz} + x + y + z = 0$ define a cualquiera de sus variables como función implícita de las otras dos en un entorno del punto $(-2,1,0)$, se tiene que:

☐ $\dfrac{\partial z}{\partial y}(-2,1) = -1$

☐ $\dfrac{\partial y}{\partial z}(-2,0) = -1$

☐ $\dfrac{\partial x}{\partial z}(1,0) = 1$

Test 3) El límite $\lim\limits_{x\to\pi/4} (tg\,(x))^{\frac{1}{x-\pi/4}}$ vale:

☐ 1
☐ e
☐ e^2

Test 4) Sean $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ dadas por $f(x,y) := xy$ y $g(x) := (x, x^2, x^3)$. Se tiene que la matriz jacobiana de $g \circ f$ en el punto $(-1,1)$ vale:

☐ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -2 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$

Test 5) El dominio de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=1}^{+\infty} \dfrac{x^{2n}}{n}$ es:

☐ $]-1,1[$
☐ $]-1,1]$
☐ $[-1,1[$

Ejercicio 2: Dada la función $f(x,y) := x\left(1 - x^2 - y^2\right)$, se pide:.

a) (1 pt.) Hallar sus puntos críticos y clasificarlos.

b) (1 pt.) Hallar sus extremos absolutos en el conjunto $K := \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - x - \frac{3}{4} \leq 0\right\}$.
Nota: $x^2 + y^2 - x - \frac{3}{4} = 0$ es la ecuación de la circunferencia de centro $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ y de radio 1.

Elegir dos, y sólo dos, de los siguientes ejercicios:

Ejercicio 3 (1,5 pts): Dada la función

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{x^3 y}{x^4 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) (0,5 pt.) Estudiar la continuidad de f en el punto $(0,0)$.

b) (0,5 pt.) Calcular las derivadas direccionales de f en el punto $(0,0)$ en la dirección $(u,v) \neq (0,0)$.

c) (0,5 pt.) Estudiar la diferenciabilidad de f en el punto $(0,0)$.

Ejercicio 4 (1,5 pts): Calcular la integral doble $\displaystyle\iint_D x\,d(x,y)$ donde $D := \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq x \leq 1, x^2 + y^2 \geq 1\right\}$.

Ejercicio 5 (1,5 pts): Calcular la integral de línea $\displaystyle\int_\Gamma y^4 dx + x^4 dy$ donde Γ es la frontera del triángulo de vértices $(0,0)$, $(1,0)$ y $(1,1)$ orientada positivamente.