

Departamento de Matemática Aplicada
Estadística Aplicada y Cálculo Numérico
Grado en Química (Curso 2016-17)
Inferencia Estadística.
Hoja 5

Ejercicio 1: [Intervalo de confianza (σ conocido)]

En una fábrica de pinturas se está investigando sobre productos químicos que, añadidos a la pintura, reduzcan el tiempo de secado. Se prueba con cierto producto secante y, se pintan 30 puertas, obteniéndose un tiempo medio de secado de $\bar{x} = 112$ minutos. Se sabe que la desviación típica del tiempo de secado es de 8 minutos, lo que no debe verse afectado por la adición del nuevo producto. Hállese el intervalo de confianza al 95 % para el tiempo medio de secado del nuevo producto.

Ejercicio 2: [Coeficiente de inteligencia]

Para medir el coeficiente de inteligencia μ de un individuo, se realizan tests cuya calificación X se supone que es una variable aleatoria con distribución normal de media igual a μ y desviación típica igual a 15. Un cierto individuo realiza 9 tests con independencia.

1. Si la calificación media de dichos tests es igual a 108, determínese un intervalo de confianza al 95 % para su coeficiente de inteligencia μ .
2. Si el individuo que ha realizado los 9 tests tiene un coeficiente de inteligencia $\mu = 110$, ¿cuál es la probabilidad de que obtenga una calificación media muestral mayor que 120?

Ejercicio 3: [Saldo, banco]

El saldo en cuenta a fin de año de los clientes de una cierta entidad bancaria se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 400 euros. Con el fin de estimar la media del saldo en cuenta a fin de año para los clientes de dicha entidad, se elige una muestra aleatoria simple de 100 clientes.

1. ¿Cuál es el nivel máximo de confianza de la estimación si se sabe que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y la media poblacional es menor o igual que 66 euros?
2. Calcúlese el tamaño mínimo necesario de la muestra que ha de observarse para que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y la media poblacional sea menor o igual que 40 euros, con un nivel de confianza del 95 %.

Ejercicio 4: [Tamaño necesario; cereales]

Calcúlese el tamaño de la muestra necesario para que el intervalo de confianza para el peso medio en gramos de unas cajas de cereales sea $[501'69g; 505'81g]$ a un nivel de confianza del 90 % y suponiendo que el peso de cada caja sigue una variable aleatoria con una desviación típica $\sigma = 5g$. Hágase lo mismo para un nivel de confianza del 99 %.

Ejercicio 5: [IC_{μ} densidad]

Se hicieron 9 mediciones de la densidad de un cuerpo con un método determinado, obteniéndose los siguientes resultados:

$$4'37 \quad 4'2 \quad 4'21 \quad 4'34 \quad 4'34 \quad 4'23 \quad 4'24 \quad 4'32 \quad 4'27$$

Estímese la densidad de dicho cuerpo con una confianza del 98 %.

Ejercicio 6: [Diámetro]

Las medidas de los diámetros de 100 pinos arrojaron como resultado una media de 0'80 m con una desviación típica de 0'05 m. Hállese, para el diámetro medio de todos los árboles, los límites de confianza al 95 %.

Ejercicio 7: [25 bombillas]

Una muestra de 25 bombillas del fabricante A dio como resultado una vida media de 1400 horas, con desviación típica de 90 horas. Una muestra de 13 bombillas del fabricante B dio una vida media de 1200 horas y una desviación típica de 80 horas. Hállese, para la diferencia de las vidas medias de las poblaciones A y B; los límites de confianza al 99 %, suponiendo $\sigma_1 = \sigma_2$. Idem al 95 %

Ejercicio 8: [Reactivo]

Un técnico de laboratorio observa que muchos frascos de un reactivo que suministra una casa comercial vienen en malas condiciones, haciéndolos inservibles. Toma al azar 70 de ellos y observa que 12 están en malas condiciones. Determinése un intervalo de confianza al 95 % para el porcentaje de frascos defectuosos suministrados por la citada marca. ¿Cuántos frascos debería observar el técnico para poder determinar, con un error (absoluto) menor del 10 %, el porcentaje de frascos defectuosos, a un nivel de confianza del 95 %? Idem a un nivel de confianza del 99 %.

Ejercicio 9: [Votación]

Durante una jornada de votaciones se toma una muestra de 2000 papeletas, obteniéndose un apoyo del 46,2 % al partido A. Indicar el intervalo de confianza para la proporción poblacional del partido A con una confianza del 95 %. ¿Se puede asegurar, a la vista de esta muestra, que este partido ha obtenido mayoría absoluta?

Ejercicio 10: [IC proporción II]

En una ficha técnica aparecen los datos siguientes: Muestra: 11200 entrevistas. Error posible: 3,2 %. Nivel de confianza: 95,5 %. $p=q=0,5$. ¿Son correctos estos datos?.

Ejercicio 11: [Fábrica de pinturas]

En una fábrica de pinturas se está investigando sobre productos químicos que, añadidos a la pintura, reduzcan el tiempo de secado. Se experimenta con cierto producto secante y se pintan 18 puertas con la pintura tradicional y otras 18 con la pintura a la que se ha añadido el nuevo producto, obteniéndose tiempos medios de secado de 120 y 110 minutos, respectivamente. De la experiencia se sabe que la desviación típica del tiempo de secado es 8 minutos, lo que no debe verse afectado por la adición del producto.

¿Reduce realmente el tiempo de secado el nuevo producto? Respóndase a la pregunta con un nivel de significación $\alpha = 0'01$

Ejercicio 12: [Compañía Aérea]

Una compañía aérea afirma que la duración de sus vuelos entre las ciudades A y B tiene una media de 1'2 horas. Sin embargo, la competencia afirma que la duración media es mayor ya que, después de tomar 9 vuelos al azar observó una duración media de 1'78 horas y una cuasi-varianza muestral $\hat{s}^2 = 0'36$. Asumiendo que $X = \text{«duración del vuelo entre A y B»}$ tiene una distribución normal, deseamos decidir si los datos avalan la afirmación de la competencia. Para ello utilizaremos un contraste de hipótesis:

1. Enúnciese la hipótesis nula y la hipótesis alternativa.
2. Determínese las regiones de aceptación y rechazo para un nivel de significación $\alpha = 0'05$.
3. ¿Avalan los datos la afirmación de la competencia?

Ejercicio 13: [Estudio dental]

En un estudio dental se quiere contrastar la hipótesis de que el 90 % de los niños de 4 años no presentan indicios de caries.

Examinados 100 niños, el 80 % no presentó tales indicios.

¿Es aceptable la hipótesis de partida? Si la muestra hubiera sido de 10 niños, ¿sería aceptable la hipótesis?

Ejercicio 14: [Moneda]

Se tira una moneda 200 veces y se obtienen 115 caras y 85 cruces.

1. ¿Se puede afirmar que la moneda es equilibrada con un nivel de significación $\alpha = 0'05$?
2. ¿Y con $\alpha = 0'01$?
3. Compruébese que la probabilidad de obtener 115 caras o más al lanzar una moneda equilibrada 200 veces es, aproximadamente, 0'02.

Ejercicio 15: [Diesel]

Una empresa de carburantes lanza al mercado su producto estrella «BIO», un nuevo combustible que pretende ser menos contaminante que el Diesel de su competidor «DIE». El Ministerio de Industria quiere comprobar si esto es cierto y para ello, realiza mediciones del nivel de contaminación de los carburantes y obtiene los siguientes datos del número de partículas contaminantes emitidas al aire por cada litro de carburante consumido

BIO	9'5	12	10'3	10'5	11'3	10'7	9'9
DIE	10'1	11'5	11'4	13'8	9'5		

Suponiendo que $\sigma_{BIO} = \sigma_{DIE}$, se pide:

- Enunciar la hipótesis nula y la hipótesis alternativa.
- Determinar la región de aceptación y la de rechazo, para un nivel de significación de $\alpha = 0'05$.
- ¿Concluirá el Ministerio de Industria que el carburante «BIO» es menos contaminante que el «DIE» a un nivel de significación del 0'05?

Ejercicio 16: [Cobre]

Para averiguar si un método nuevo de recuperación de cobre es más eficaz que otro conocido, se aplicaron ambos métodos a muestras con el mismo origen, obteniéndose las siguientes cantidades de cobre encontrado (en mg/Kg) dependiendo del método utilizado:

Método nuevo	57	58	55	52	51	54	56	57
Método clásico	49	50	48	51	47	58	56	50

Suponiendo que las varianzas son iguales:

- Enunciar la hipótesis nula y la hipótesis alternativa.
- Determinar la región de aceptación y la de rechazo, para un nivel de significación de $\alpha = 0'05$.
- ¿Se puede decir que el método nuevo es más eficaz que el clásico a un nivel de significación de $\alpha = 0'05$?

Ejercicio 17: [Aspirina]

Para averiguar si un determinado producto es más eficaz que la aspirina para el alivio de determinados síntomas, se registran los tiempos desde la toma de la medicina hasta que el paciente declara sentirse mejor, y los resultados son:

$$\text{Aspirina: } \quad \bar{x}_A = 15'2 \quad s_A = 8'7 \quad n_A = 10 \quad (80)$$

$$\text{Producto: } \quad \bar{x}_P = 13'4 \quad s_P = 6'9 \quad n_P = 20 \quad (81)$$

Enunciar y contrastar la hipótesis adecuada.

Ejercicio 18: [Sueño]

Un fármaco para dormir garantiza 8 horas de sueño de media, con una desviación típica de $\sigma = 2$ horas. Se saca al mercado una nueva versión del fármaco, asegurando que produce más horas de sueño. En un hospital se quiere comprobar esta afirmación y se experimenta con 100 enfermos, obteniendo una media de 9 horas de sueño. ¿Se puede afirmar que el producto mejorado produce más sueño que el primero a un nivel de significación $\alpha = 0'05$?

Ejercicio 19: [Cobre II]

Se quiere analizar el contenido medio de cobre en una cierta aleación que se realiza mediante dos procesos de fabricación distintos, A y B. Para ello, se analizó el contenido de cobre de 10 muestras del proceso A y 8 muestras del proceso B. Se obtuvieron, en las unidades adecuadas, los siguientes valores

A	9'0	7'5	8'8	12	13'8	9'2	10'8	11'1	12'6	8'3
B	9'5	11	7	8'5	11'5	6'8	8'1	9'7		

Se pide lo siguiente:

1. Calcular el contenido medio de cobre de la aleación producida por el proceso A con un nivel de confianza del 99%
2. Hallar, para la diferencia del contenido medio de cobre de las dos procesos de producción de las aleaciones, los límites de confianza al 99%, suponiendo $\sigma_1 = \sigma_2$.
3. Contrastar la hipótesis nula de igualdad de medias (es decir $\mu_1 = \mu_2$) contra la hipótesis alternativa $\mu_1 \neq \mu_2$ con un nivel de significación de $\alpha = 0'01$.