

HOJA 14: GRUPOS (RAÍCES DE LA UNIDAD)

1. Demuestra que el conjunto de números complejos

$$S_1 = \{z \in \mathbb{C} / |z| = 1\}$$

es un subgrupo de \mathbb{C}^* (geométricamente es la circunferencia de centro 0 y radio 1). Encuentra un isomorfismo entre S_1 y \mathbb{R}/\mathbb{Z} .

2. Dado $n \in \mathbb{N}$ consideramos

$$R_n = \{z \in \mathbb{C} / z^n = 1\}$$

cuyos elementos reciben el nombre de **raíces n -ésimas** de la unidad. Demuestra que R_n es un subgrupo cíclico de S_1 y que tiene orden n . Construye un isomorfismo entre R_n y \mathbb{Z}_n .

3. Halla explícitamente todos los elementos de R_8 , tanto en forma polar como cartesiana. Determina cuáles de ellas son generadores de R_8 (estos elementos reciben el nombre de **raíces primitivas**).
4. Consideramos el conjunto R formado por todas las **raíces de la unidad**, es decir, $R = \cup_{n=1}^{\infty} R_n$. Demuestra que R es un subgrupo de S_1 isomorfo a \mathbb{Q}/\mathbb{Z} . Verifica que R es un grupo infinito pero que todos sus elementos tienen orden finito.
5. Encuentra un elemento de orden infinito en S_1 .



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70