

HOJA 5: ANILLOS (IDEALES)

El objetivo de esta hoja es demostrar, siguiendo una serie de indicaciones, la siguiente proposición, que permite determinar todos los ideales de un cociente a partir de los ideales del anillo sin cocientar:

Proposición. Sea A un anillo e I un ideal de A . Se cumple:

- Si I, K son ideales de un anillo A tales que $I \subseteq K$, entonces el conjunto

$$K/I := \{k + I \mid k \in K\}$$

es un ideal en el cociente A/I .

- Todo ideal N del cociente es de esta forma, es decir, $N = K/I$ para algún ideal K de A tal que $I \subseteq K$.

Ejercicios que sirven para demostrar la proposición anterior:

1. Demuestra que si I, K son ideales de un anillo A tales que $I \subseteq K$, entonces I es un ideal de K . Por tanto podemos considerar el cociente K/I .
2. Demuestra que si I, K son ideales de un anillo A tales que $I \subseteq K$, entonces el conjunto

$$K/I := \{k + I \mid k \in K\}$$

es un ideal en el cociente A/I (esto es la primera parte de la proposición que estamos demostrando).

3. Sean $f : A \rightarrow B$ un homomorfismo de anillos y J un ideal de B .
Sea $I := f^{-1}(J) = \{a \in A \mid f(a) \in J\}$. Demuestra que I es un ideal de A que contiene a $\text{Ker}(f)$.
4. Sea I un ideal de un anillo A . Demuestra que todo ideal del cociente A/I es de la forma K/I para algún ideal K de A tal que $I \subseteq K$ (esto es la segunda parte de la proposición que estamos demostrando).

Pista: Utiliza los ejercicios 2 y 3. Como homomorfismo para aplicar el ejercicio 3 usa la proyección sobre el cociente $\pi : A \rightarrow A/I$ definida como $\pi(a) := a + I$.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70