

## HOJA 9: ANILLOS (CUERPO DE FRACCIONES)

---

1. **Cuerpo de fracciones de un dominio de integridad.** Sea  $A$  un dominio de integridad.

a) Consideramos el conjunto

$$S = \{(a, b) / a, b \in A, b \neq 0_A\}$$

junto con la relación  $(a, b) \sim (c, d)$  si y solo si  $ad = bc$ . Demuestra que esta relación es de equivalencia.

b) Consideramos el conjunto cociente  $K = S / \sim$ . Para la clase de equivalencia de un elemento, utilizaremos la notación

$$[(a, b)]_{\sim} = \frac{a}{b}$$

Definimos en  $K$  las siguientes dos operaciones:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} := \frac{ad + bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} := \frac{ac}{bd}$$

Demuestra que estas operaciones están bien definidas (no dependen de la elección de representantes).

- c) Demuestra que  $K$  dotado de las dos operaciones anteriores es un anillo.
- d) Demuestra que  $K$  dotado de las dos operaciones anteriores es un cuerpo.
- e) Demuestra que  $K$  contiene un subanillo isomorfo a  $A$ .

El conjunto  $K$  recibe el nombre de cuerpo de fracciones de  $A$ .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70