

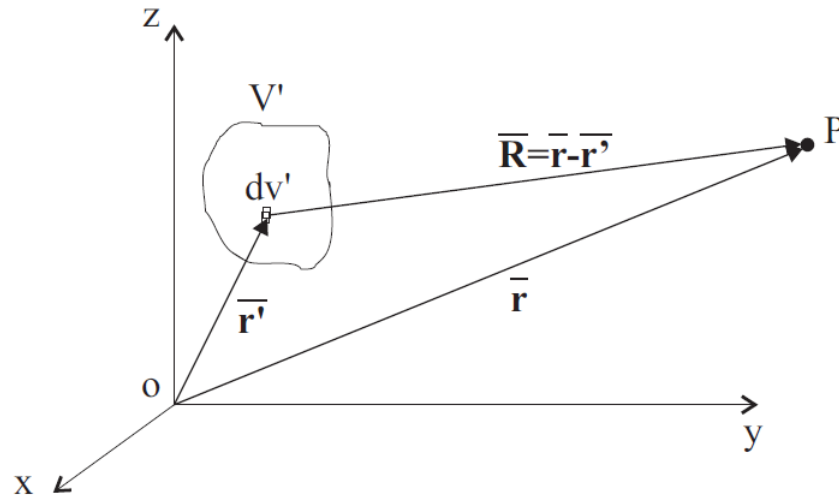
Antenas de hilo II

Grupo de Electromagnetismo Aplicado
Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones
Universidad Carlos III de Madrid

Luis Inclán Sánchez

- ❑ Teoría de imágenes
- ❑ Antenas hilo y planos conductores: Ver y Hor
- ❑ Casos

Teoría de Imágenes



Potenciales electrodinámicos

Hilo corriente

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} dv'$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla \times \vec{H}$$

Procedimiento para obtener el CEM radiado lejano

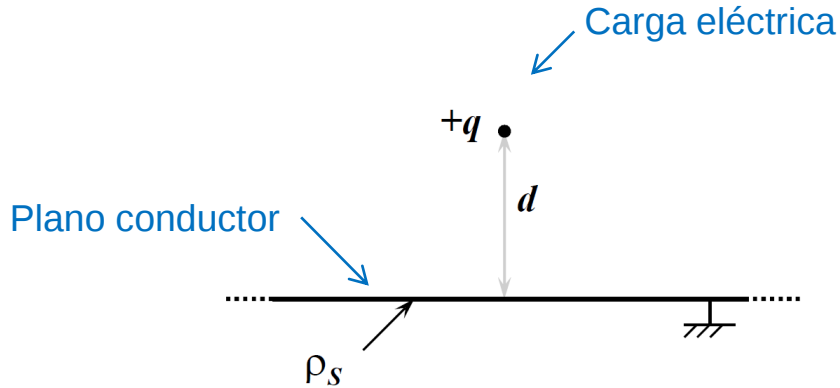
Integración de una corriente J > Potencial Vector A > Obt. Campo H > Obt. Campo E

¿Qué ocurre con las condiciones de contorno?

¿Cambio de medio material?

¿Qué ocurre cuando la antena está cerca de objetos metálicos?

TEORÍA DE IMÁGENES (I)



Electrostática
Solucionar problemas
complejos con una técnica
sencilla

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$
$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

- Resolver la ecuación
- Condiciones de contorno

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv'$$
$$\vec{E} = -\nabla \phi$$

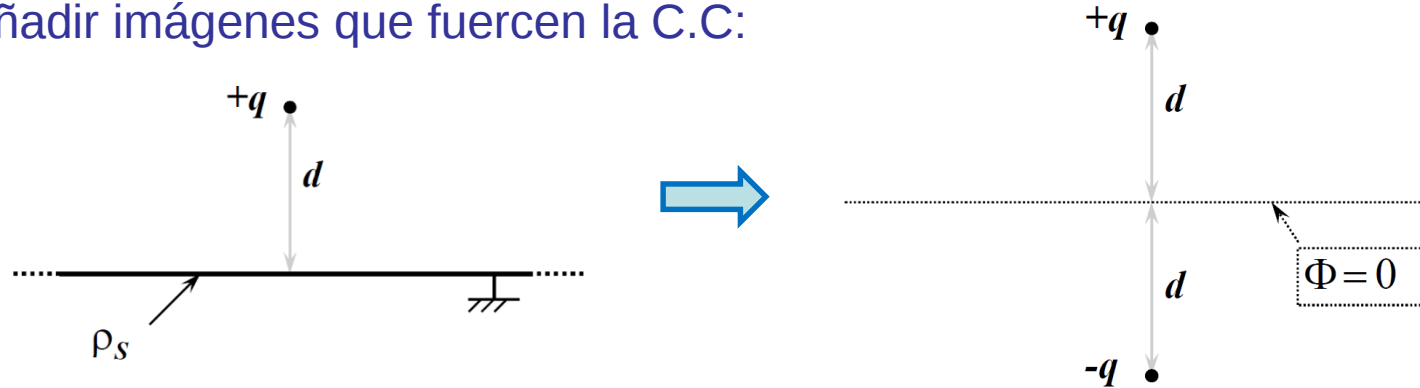
La solución, para unas condiciones de contorno es única

Da lo mismo como encuentre la solución, si cumple las mismas condiciones es la buena

- Se trata de sustituir el problema original por otro que lo simplifica: "un modelo"
- Si el modelo produce que las condiciones de contorno sean idénticas a las del problema original las soluciones son las mismas
- El modelo no sustituye a la realidad y sólo es aplicable allí dónde tenga sentido la solución

Teoría de imágenes: Método de las imágenes (II)

Añadir imágenes que fuercen la C.C:



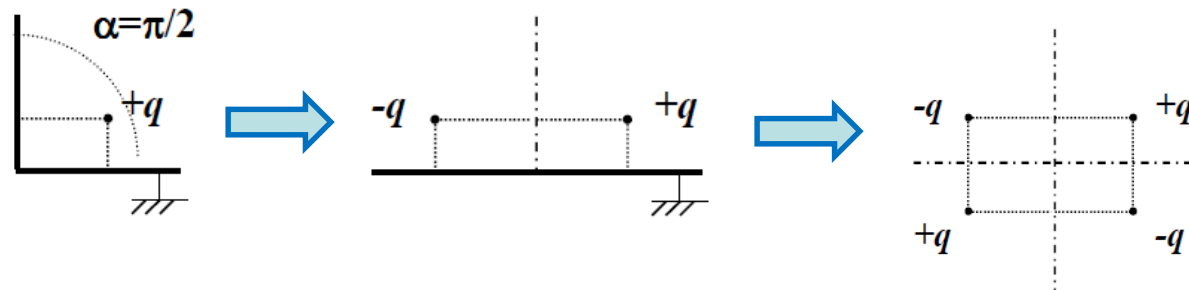
Conductor eléctrico perfecto (planos de masa o cualquier buen conductor cerca de nuestra antena)

$$\hat{n} \cdot \vec{B}_2 = 0$$

$$\hat{n} \cdot \vec{H}_2 = 0$$

$$\hat{n} \times \vec{E}_2 = 0$$

$$\hat{n} \times \vec{H}_2 = \vec{J}_s$$

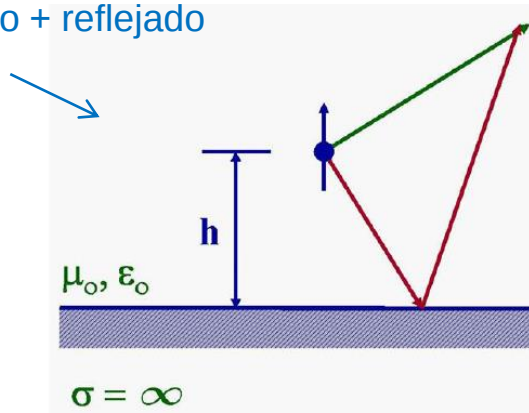


Modelo con imágenes que produce las mismas C.C

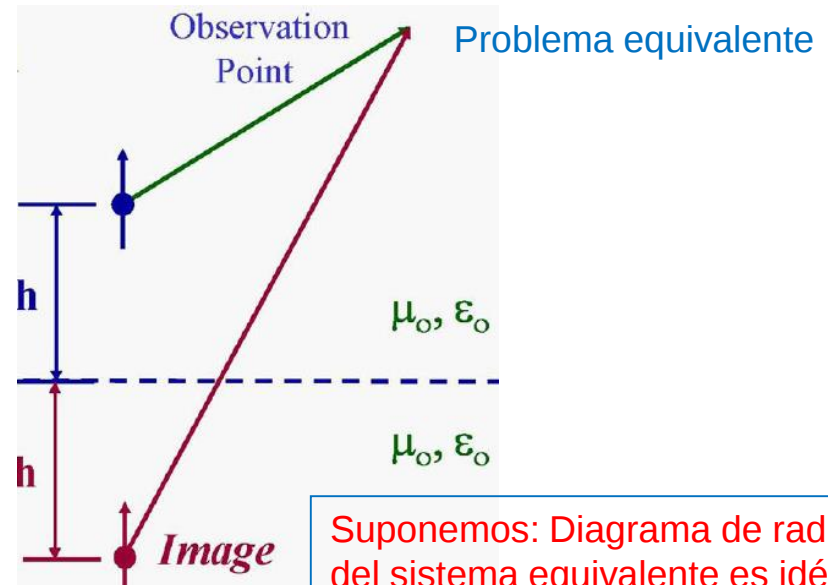
Teoría de imágenes: Antenas de hilo (pol. Vertical) (III)

El buen conductor produce una reflexión

Aproximación de dos rayos
Directo + reflejado



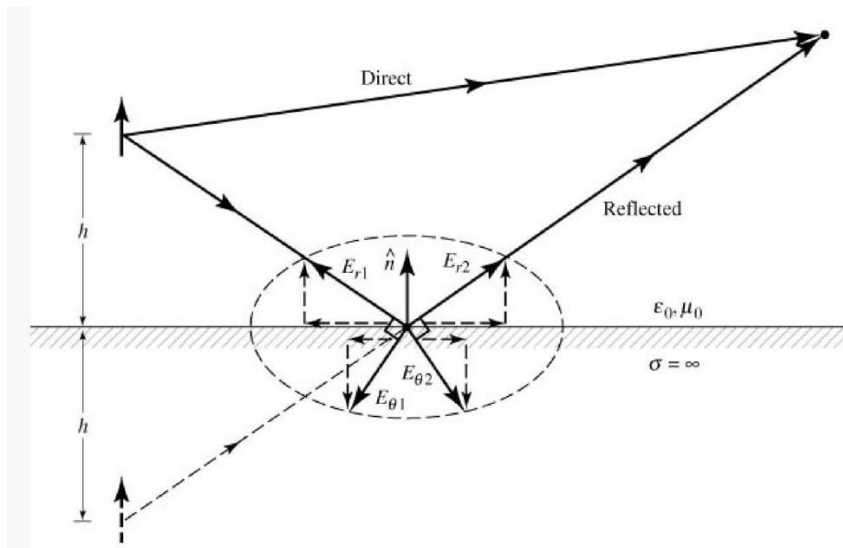
La presencia del obstáculo altera de forma sustancial el campo radiado



Suponemos: Diagrama de radiación del sistema equivalente es idéntico al del problema original

- Se introduce una fuente de campo imaginaria en la parte inferior que sustituye a la reflexión producida en el plano conductor
- Suponemos una reflexión perfecta (no siempre pero válido en muchas ocasiones)
- Las componentes de E tangenciales al plano conductor deben anularse; lo que fija la orientación que debe tener la fuente imaginaria
- La solución del modelo, únicamente es válida en el semiplano superior (volumen por encima del plano) por debajo no hay solución de campo

Detalle de las componentes vectoriales Polarización vertical



Campo dipolo: rayo directo

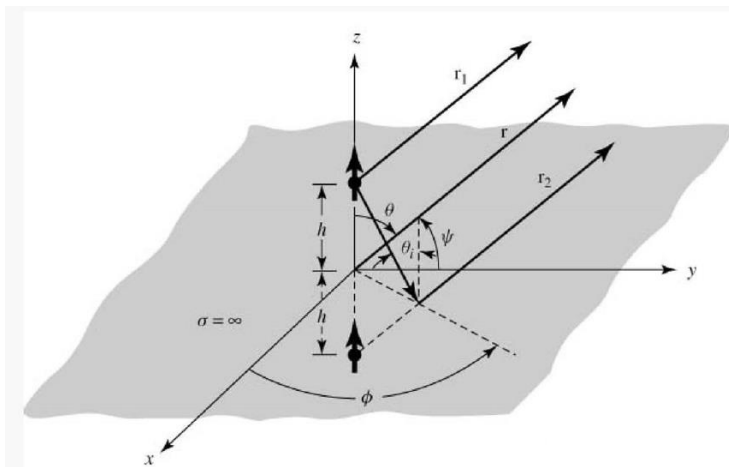
$$E_{\theta}^d = j\eta \frac{kI_o \ell e^{-jkr_1}}{4\pi r_1} \sin \theta_1$$

Campo dipolo: rayo reflejado

$$E_{\theta}^r = R_v \left\{ j\eta \frac{kI_o \ell e^{-jkr_2}}{4\pi r_2} \sin \theta_2 \right\}$$

$$R_v=1$$

Campo total $E_{\theta}^t = E_{\theta}^d + E_{\theta}^r$



Aproximación de campo lejano

$$r_1 = r - h \cos \theta$$

$$r_2 = r + h \cos \theta$$

$$r_1 \cong r_2 \cong r$$

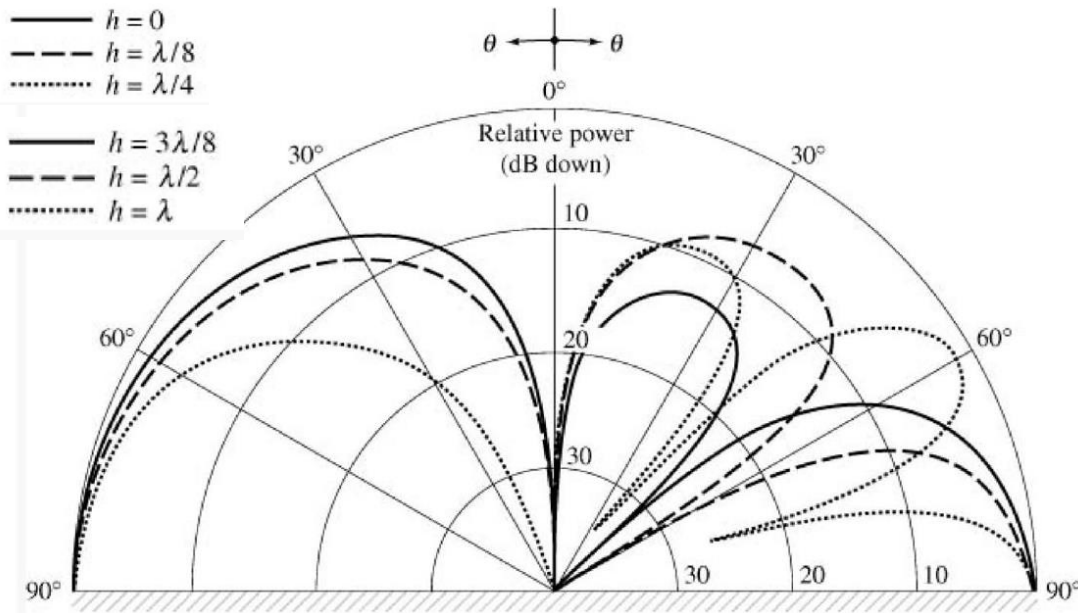
Fase

Amplitud

□ Campo radiado

$$E_{\theta} = j\eta \underbrace{\frac{kI_o \ell e^{-jkr}}{4\pi r}}_{\text{Element Factor}} \sin \theta \underbrace{\{2 \cos(kh \cos \theta)\}}_{\text{Array Factor}} \quad z \geq 0$$

$$E_{\theta} = 0 \quad z < 0$$



Diagramas de radiación en función de la distancia h del dipolo al plano conductor

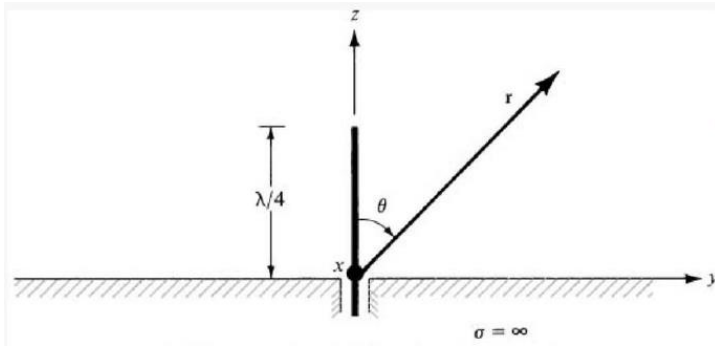
Parámetros

$$U = r^2 W_{av} = r^2 \left[\frac{1}{2\eta} |E_{\theta}|^2 \right]$$

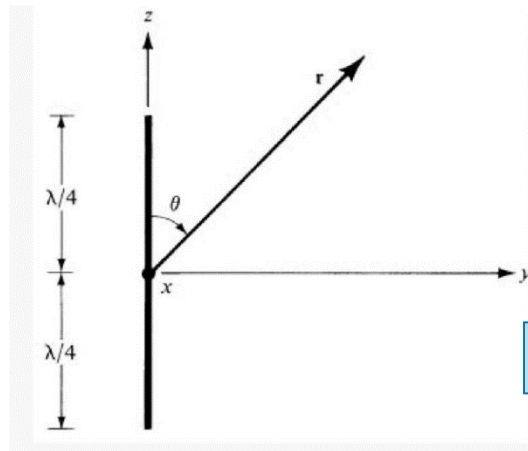
$$U = \frac{\eta}{2} \left| \frac{I_o \ell^2}{\lambda} \right| \sin^2 \theta \cos^2(kh \cos \theta)$$

$$D_o = \frac{4\pi U_{\max}}{P_{rad}} = \frac{2}{\left[\frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3} \right]}$$

❑ Monopolo lambda cuartos



Monopolo sobre plano conductor

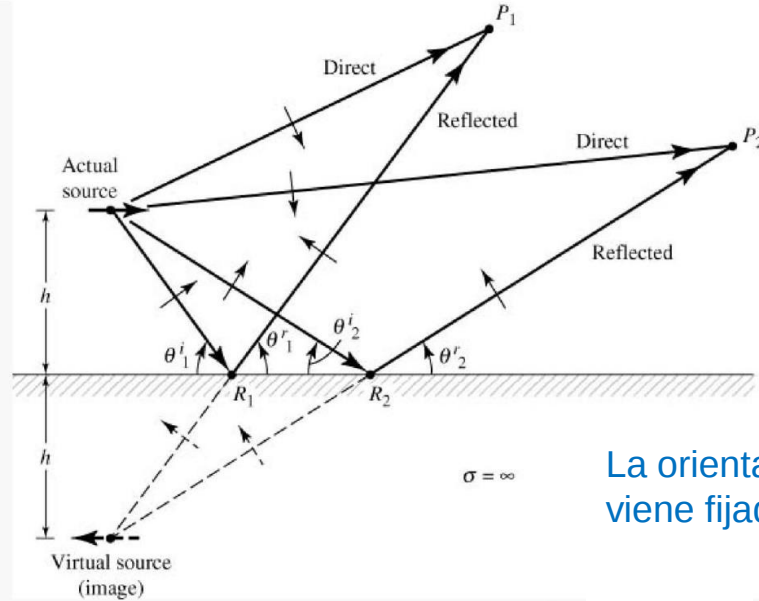


Modelo equivalente: teoría imágenes



Solución conocida: dipolo lambda medios

Teoría de imágenes: Antenas de hilo (pol. Horizontal) (IV)



La orientación de la fuente imaginaria viene fijada por las C.C

$$E_{\psi}^d = j\eta \frac{kI_o \ell e^{-jkr_1}}{4\pi r_1} \sin \psi$$

$$E_{\psi}^r = jR_h \eta \frac{kI_o \ell e^{-jkr_2}}{4\pi r_2} \sin \psi$$

$$= -j\eta \frac{kI_o \ell e^{-jkr_2}}{4\pi r_2} \sin \psi$$

Aproximación de campo lejano

$$r_1 = r - h \cos \theta$$

Fase

$$r_2 = r + h \cos \theta$$

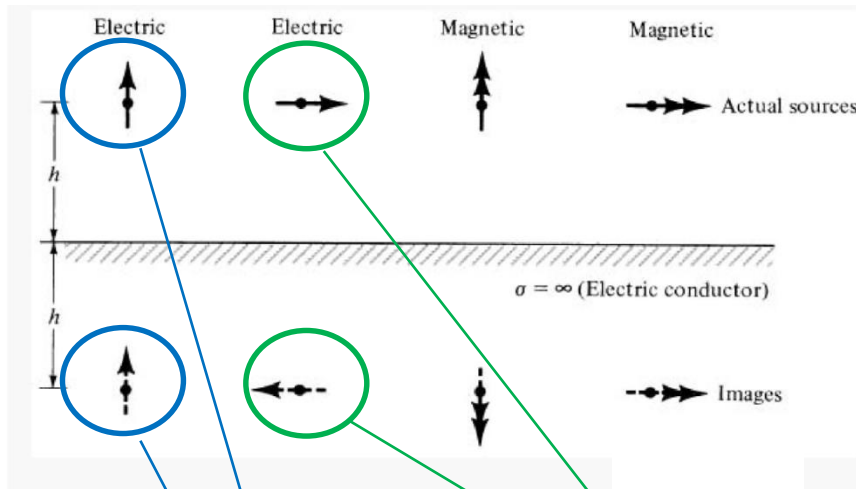
$$r_1 \cong r_2 \cong r$$

Amplitud

$$E_{\psi}^t = E_{\psi}^d + E_{\psi}^r = j\eta \underbrace{\frac{kI_o \ell e^{-jkr}}{4\pi r}}_{\text{Element Pattern}} \underbrace{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi}}_{\text{Array Factor}} \underbrace{[2j \sin(kh \cos \theta)]}_{\text{Array Factor}}$$

Antenas de hilo en proximidad de planos conductores

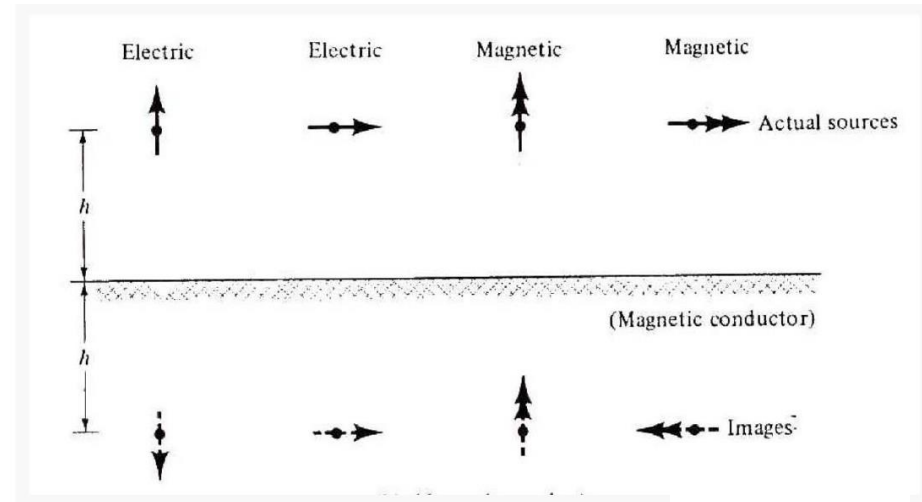
Conductor **eléctrico** perfecto



Pol. Vertical
Fuente de campo E
No cambia

Pol. Horizontal
Fuente de campo E
Si cambia

Conductor **“magnético”** perfecto



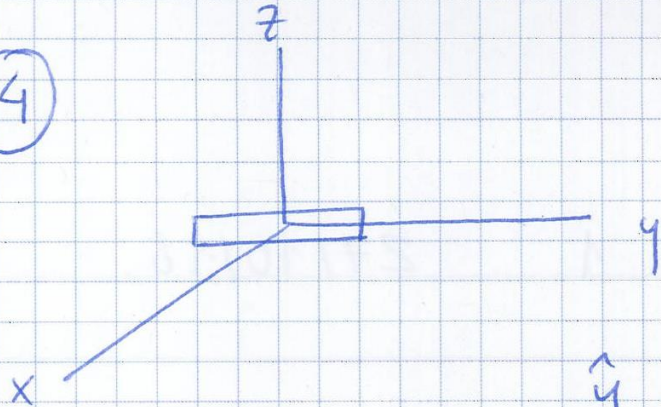
**Dualidad en
electromagnetismo**

- Fuentes de campo
- Tipo de superficie

Dipolo infinitesimal (eje y): Ejemplos 1

Obtenga los campos $\vec{E}$ y $\vec{H}$ radiados por un dipolo infinitesimal orientado según el eje $\hat{y}$ y colocado en el origen.

(4)



$$\vec{I} = I_0 \hat{y}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} I_0 \hat{y} \frac{e^{-jk_0 r}}{r}$$

$$\hat{y} = \hat{\theta} \cos \theta \sin \phi + \hat{\phi} \cos \phi$$

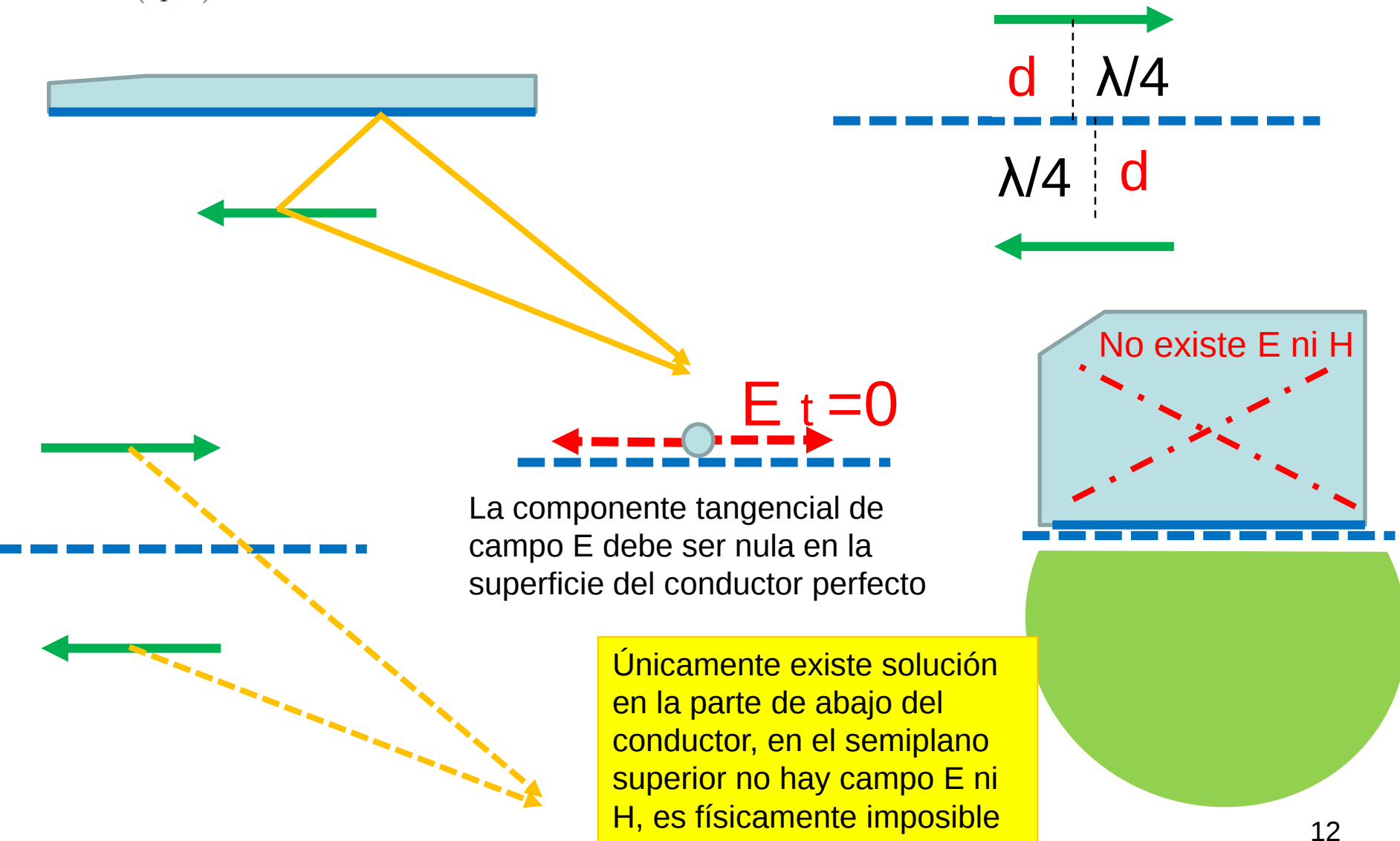
$$\vec{E} = -j\omega \vec{A} = -j\omega \frac{\mu_0 L I_0}{4\pi} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} [\cos \theta \sin \phi \hat{\theta} + \cos \phi \hat{\phi}] \text{ V/m.}$$

$$\vec{H}_{\text{rad}} = \frac{\hat{r} \times \vec{E}}{\eta_0} \quad \begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\theta} & \hat{\phi} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & E_\theta & E_\phi \end{vmatrix} = -E_\phi \hat{\theta} + E_\theta \hat{\phi}$$

$$\vec{H}_{\text{rad}} = \frac{1}{\eta_0} \frac{\omega \mu_0 L I_0}{4\pi} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} [\cos \phi \hat{\theta} - \cos \theta \sin \phi \hat{\phi}] \frac{\text{A}}{\text{m.}}$$

Teoría de imágenes: Ejemplo 1 (cuestión 5 prueba 1, 2016)

Suponga ahora que a una distancia $\lambda/4$ en vertical por encima del dipolo de la cuestión anterior se coloca un plano conductor perfecto (según XY). Obtenga, de manera razonada, el campo $\vec{E}$ radiado por el conjunto en este caso. (1pto)



Teoría de imágenes: Ejemplo 1 (cuestión 5 prueba 1, 2016)

Suponga ahora que a una distancia $\lambda/4$ en vertical por encima del dipolo de la cuestión anterior se coloca un plano conductor perfecto (según XY). Obtenga, de manera razonada, el campo $\vec{E}$ radiado por el conjunto en este caso. (1pto)

5

Tª Imágenes
 $\Rightarrow$

$$\vec{r}_2 = \frac{\lambda}{4} \hat{z}$$

$$\vec{r}_1 = \frac{\lambda}{4} (-\hat{z})$$

$$FA = e^{+jk\vec{r}_1 \cdot \hat{z}} - e^{jk\vec{r}_2 \cdot \hat{z}}$$

$$= e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} \hat{z} \cdot \hat{z}} - e^{jk\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} \hat{z} \cdot \hat{z}}$$

$$= e^{-j\frac{\pi}{2} \cos\theta} - e^{j\frac{\pi}{2} \cos\theta} = 2j \sin\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)$$

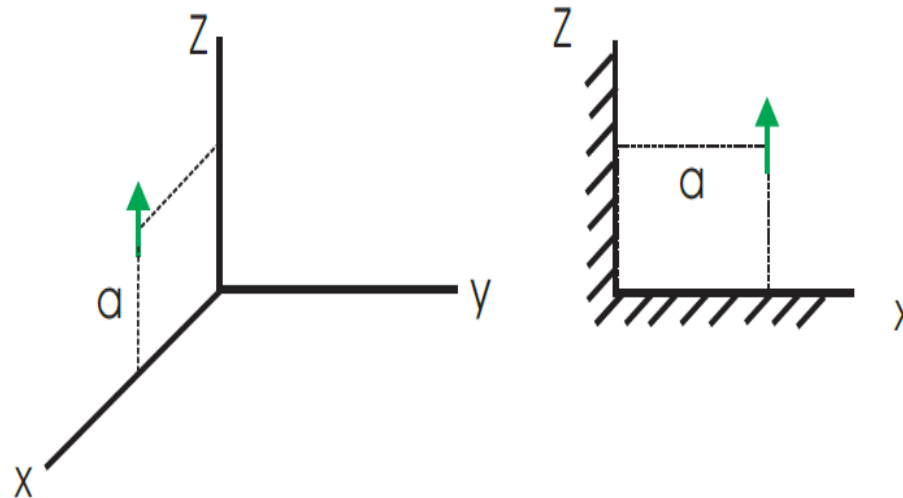
$$\vec{E}_{total} = -\frac{j\omega\mu}{4\pi} \frac{I_0}{r} e^{-jk r} 2j \sin\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right) \left[\cos\theta \sin\phi \hat{\theta} + \sin\phi \hat{\phi} \right]$$

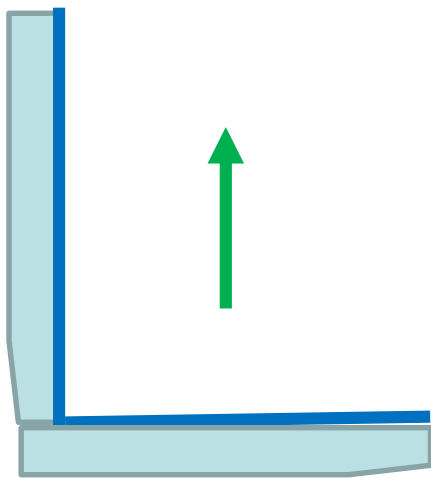
V/m.

Teoría de imágenes: Ejemplo 2 (examen final enero de 2016)

1 Considere un dipolo corto vertical situado en la posición $P(a, 0, a)$ tal y como indica la figura inferior. Dicho dipolo se encuentra en las proximidades de dos planos conductores perfectos (plano XY y plano ZY) que forman una escuadra de conductor eléctrico perfecto.

- Obtenga el campo radiado por la configuración propuesta. Razone con detalle el procedimiento utilizado para obtenerlo y exprese el resultado de manera lo más compacta posible (1.5 puntos).
- Obtenga el diagrama de radiación del conjunto, dipolo y planos conductores, tomando $a = \lambda/4$ y represéntelo de forma aproximada en el plano $\phi = 0^\circ$ (0.5 puntos).



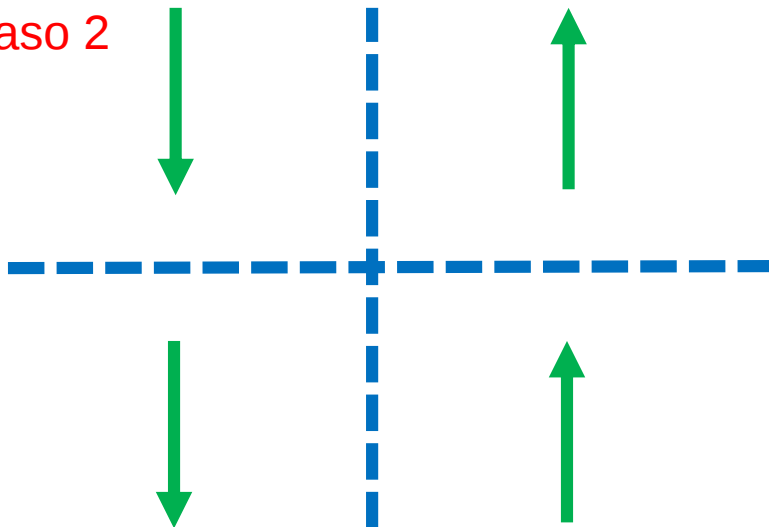


Paso 1

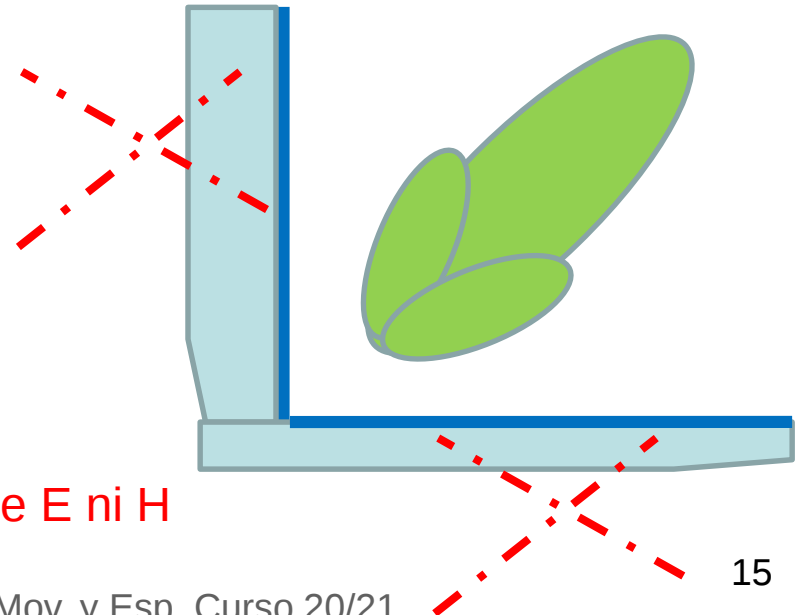


En cada paso se elimina un plano conductor y se sustituye por las fuentes imagen que producen las condiciones de contorno adecuadas

Paso 2

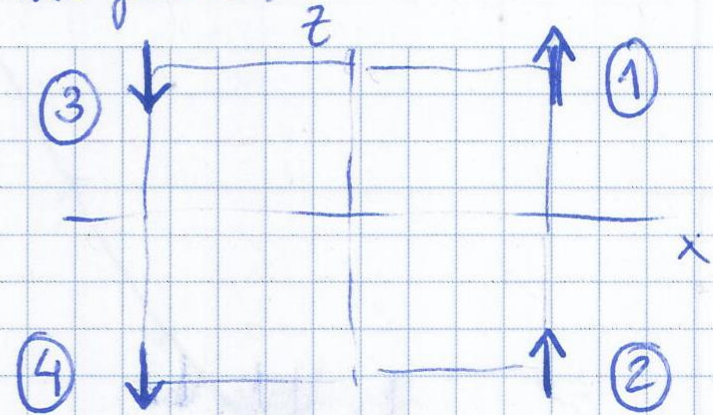
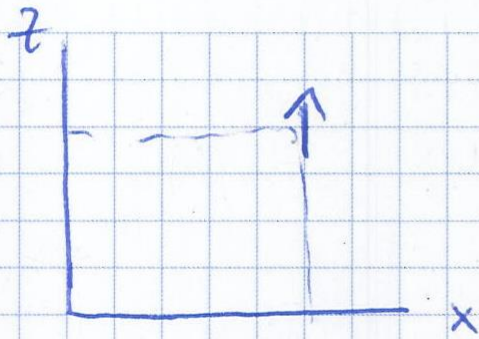


E y H sólo en el primer cuadrante



No existe E ni H

4ª Imágenes.



$$\bar{r}_1 = a(\hat{x} + \hat{z})$$

$$\bar{r}_2 = a(\hat{x} - \hat{z})$$

$$\bar{r}_3 = a(-\hat{x} + \hat{z})$$

$$\bar{r}_4 = a(-\hat{x} - \hat{z})$$

$$\bar{E}_{total} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 + \bar{E}_4$$

$$E(r, \theta, \phi) = C \sin \theta \frac{e^{-jk r}}{r} \hat{\theta}.$$

$$\left[e^{jk \bar{r}_1 \cdot \hat{z}} + e^{jk \bar{r}_2 \cdot \hat{z}} - e^{jk \bar{r}_3 \cdot \hat{z}} - e^{jk \bar{r}_4 \cdot \hat{z}} \right] =$$

$$(\hat{x} \cdot \hat{z} = \sin \theta \cos \phi \quad \hat{z} \cdot \hat{z} = \cos \theta)$$

$$e^{jka(\sin \theta \cos \phi + \cos \theta)} + e^{jka(\sin \theta \cos \phi - \cos \theta)} \\ - e^{jka(-\sin \theta \cos \phi + \cos \theta)} - e^{jka(-\sin \theta \cos \phi - \cos \theta)} =$$

$$e^{jka \sin \theta \cos \phi} e^{jka \cos \theta} + e^{jka \sin \theta \cos \phi} e^{-jka \cos \theta} \\ - e^{-jka \sin \theta \cos \phi} e^{jka \cos \theta} - e^{-jka \sin \theta \cos \phi} e^{-jka \cos \theta} =$$

$$e^{jka \sin \theta \cos \phi} 2 \cos(ka \cos \theta) - e^{-jka \sin \theta \cos \phi} 2 \cos(ka \cos \theta) =$$

$$2j \sin(ka \sin \theta \cos \phi) \cdot 2 \cos(ka \cos \theta)$$

$$\vec{E} = C e^{-jkr} \hat{\theta} (4j \sin(ka \sin \theta \cos \phi) \cdot \cos(ka \cos \theta)) \sin \theta$$

Campo total radiado por los cuatro elementos

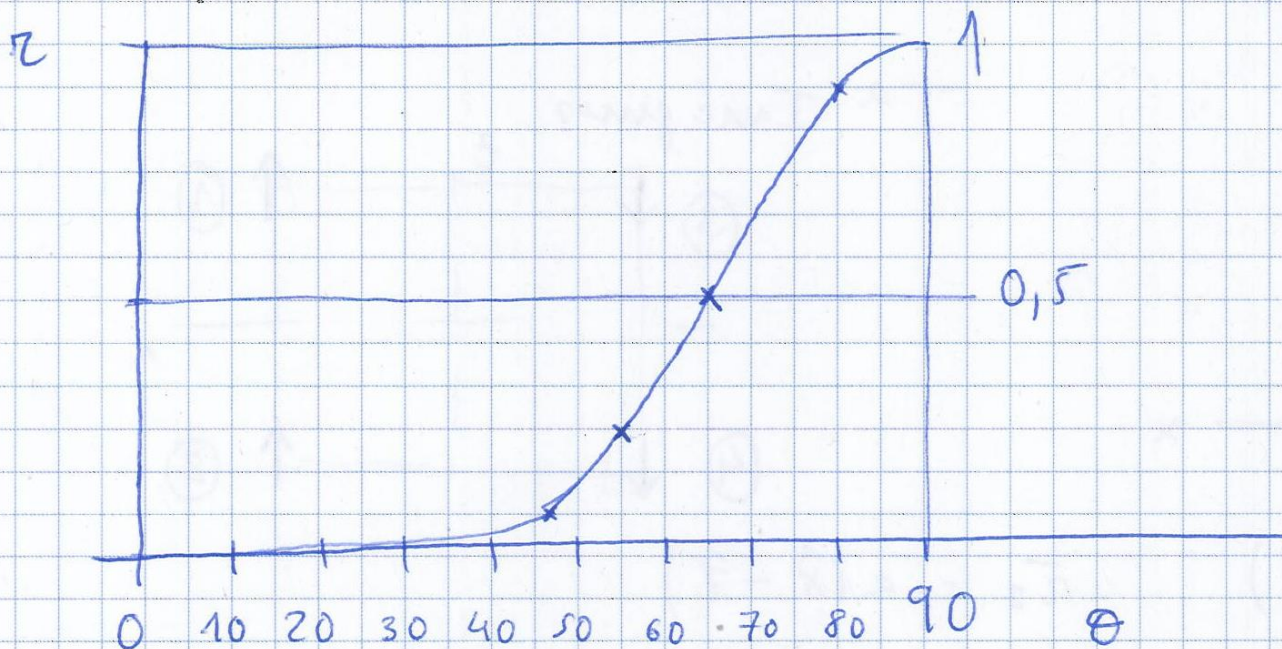
$$\phi = 0$$

$$\cos \phi$$

$$b) \quad r(\theta) = \sin^2 \theta \sin^2 (ka \sin \theta) \cos^2 (ka \cos \theta)$$

Diagrama de radiación

$$= \sin^2 \theta \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \sin \theta \right) \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \cos \theta \right)$$



10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90

$0 \leq \theta \leq 90^\circ$