



**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA  
DE MADRID**

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE  
INGENIEROS INDUSTRIALES**

**SECCIÓN DE PUBLICACIONES**



# **ELEMENTOS DE METROLOGÍA**

Ángel M<sup>a</sup> Sánchez Pérez  
Javier Carro de Vicente-Portela

**Departamento de Física Aplicada a la Ingeniería  
Industrial**



**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA  
DE MADRID**

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE  
INGENIEROS INDUSTRIALES**

**SECCIÓN DE PUBLICACIONES**



# **ELEMENTOS DE METROLOGÍA**

Ángel M<sup>a</sup> Sánchez Pérez, Catedrático de Universidad  
Javier Carro de Vicente-Portela, Profesor Asociado de Universidad

**Departamento de Física Aplicada a la  
Ingeniería Industrial**

Edita e imprime: Sección de Publicaciones de  
la Escuela Técnica Superior de Ingenieros  
Industriales. Universidad Politécnica  
de Madrid.

I.S.B.N.: 84-7484-115-1

Depósito Legal: M-32508-1996

**PEDIDOS A:**

Sección de Publicaciones de la Escuela Técnica  
Superior de Ingenieros Industriales de Madrid.  
C/ José Gutiérrez Abascal, 2  
Tfno.: 91 336 30 68 Fax: 91 336 30 67  
28006 MADRID

*"Elementos de Metrología"* (Cód.: 141)

## ÍNDICE

### Capítulo 1. CONCEPTOS BÁSICOS DE METROLOGÍA

- 1.1 Evolución de los sistemas de unidades
  - 1.1.1 Introducción
  - 1.1.2 La metrología en las primeras civilizaciones
  - 1.1.3 Las culturas griega y romana
  - 1.1.4 La Edad Media
  - 1.1.5 Los sistemas métrico decimal y anglosajón
  - 1.1.6 La evolución de la fabricación
  - 1.1.7 El comienzo de la metrología de precisión
  - 1.1.8 La Convención del Metro
  
- 1.2 Sistema Internacional de unidades
  - 1.2.1 La necesidad de un sistema de unidades completo
  - 1.2.2 La estructura del Sistema Internacional de unidades (SI)
  - 1.2.3 Unidades básicas del SI
  - 1.2.4 Múltiplos y submúltiplos en el SI
  
- 1.3 La metrología industrial
  - 1.3.1 Especificación de los productos
  - 1.3.2 La incertidumbre de medida
  - 1.3.3 Tolerancia e incertidumbre
  - 1.3.4 Trazabilidad y calibración
  
- 1.4 Elementos básicos para la evaluación de incertidumbres
  - 1.4.1 Información suministrada por las medidas corregidas
  - 1.4.2 Medidas directas e indirectas: ley de propagación de varianzas
  - 1.4.3 Calibración de los instrumentos de medida
  - 1.4.4 Un modelo más general para medidas directas
  
- 1.5 Casos prácticos
  - 1.5.1 Calibración y medición directa
  - 1.5.2 Medición directa con correcciones
  - 1.5.3 Medición indirecta
  
- 1.6 Referencias

### Capítulo 2. PLAN DE CALIBRACION E INTERCOMPARACIONES DE MEDIDA

- 2.1 Introducción
- 2.2 Plan de calibración
- 2.3 Diagrama de niveles
- 2.4 Diagramas de trazabilidad interior
- 2.5 Fichero de instrucciones
- 2.6 Contenido de la ficha de instrucciones de calibración

- 2.6.1 Datos generales a incluir en la ficha
- 2.6.2 Instrucciones de calibración
- 2.7 Archivo de resultados
- 2.8 Etiquetas de calibración
- 2.9 Necesidad de la calibración en la industria
- 2.10 Consideraciones finales sobre el establecimiento y desarrollo de un plan de calibración
- 2.11 Las intercomparaciones de medidas y la trazabilidad
- 2.12 Requisitos de participación
- 2.13 Reglamento de la intercompación
- 2.14 Análisis de resultados
- 2.15 Criterio de compatibilidad
  - 2.15.1 Para cada resultado
  - 2.15.2 Para cada laboratorio
  - 2.15.3 Para la intercomparación en conjunto
- 2.16 Criterio de valoración
  - 2.16.1 Para cada resultado
  - 2.16.2 Para cada laboratorio
- 2.17 Ejemplo
- 2.18 Referencias
- Anexo 1 Diagrama de niveles LMM-ETSII-UPM
- Anexo 2 Diagrama de trazabilidad interna del grupo D-014
- Anexo 3 Criterios de aceptación o rechazo de medidas de bloques patrón longitudinales por interferometría y por comparación
- Anexo 4 Fichas de instrucciones de calibración D-006 (nivel de referencia), D-017 (nivel intermedio) y D-020 (nivel terminal)
- Anexo 5 Etiqueta de calibración LMM-ETSII-UPM
- Anexo 6 Intercomparación SCI 5/D2

### **Capítulo 3. TRAZABILIDAD DE RESULTADOS DE ENSAYOS**

- 3.1 Introducción
- 3.2 Establecimiento de la trazabilidad de un ensayo
- 3.3 Mejora en la normativa de ensayos
- 3.4 Equipos de ensayos

3.5 Ejemplo

3.6 Referencias

Anexo 1 Trazabilidad de la norma NM E-208 EMA

# **CAPÍTULO 1**

## **CONCEPTOS BÁSICOS DE METROLOGÍA**

## ÍNDICE

- 1.1. Evolución de los sistemas de unidades
  - 1.1.1. Introducción
  - 1.1.2. La metrología en las primeras civilizaciones
  - 1.1.3. Las culturas griega y romana
  - 1.1.4. La Edad Media
  - 1.1.5. Los sistemas métrico decimal y anglosajón
  - 1.1.6. La evolución de la fabricación
  - 1.1.7. El comienzo de la metrología de precisión
  - 1.1.8. La Convención del Metro
- 1.2. Sistema Internacional de unidades
  - 1.2.1. La necesidad de un sistema de unidades completo
  - 1.2.2. La estructura del Sistema Internacional de unidades (SI)
  - 1.2.3. Unidades básicas del SI
  - 1.2.4. Múltiplos y submúltiplos en el SI
- 1.3. La metrología industrial
  - 1.3.1. Especificación de los productos
  - 1.3.2. La incertidumbre de medida
  - 1.3.3. Tolerancia e incertidumbre
  - 1.3.4. Trazabilidad y calibración
- 1.4. Elementos básicos para la evaluación de incertidumbres
  - 1.4.1. Información suministrada por las medidas corregidas
  - 1.4.2. Medidas directas e indirectas: ley de propagación de varianzas
  - 1.4.3. Calibración de los instrumentos de medida
  - 1.4.4. Un modelo más general para medidas directa
- 1.5. Casos prácticos
  - 1.5.1. Calibración y medición directa
  - 1.5.2. Medición directa con correcciones
  - 1.5.3. Medición indirecta
- 1.6. Referencias bibliográficas

## 1.1. Evolución de los sistemas de unidades

### 1.1.1. Introducción

Medir una cantidad de determinada magnitud es esencialmente compararla con otra cantidad de la misma magnitud que se adopta como referencia y que se denomina unidad. Así, los primitivos sistemas de unidades se orientaron hacia la definición de dichas cantidades de referencia, pretendiendo fundamentalmente la simplificación de las operaciones de medida que habitualmente se planteaban, en las que las necesidades de precisión no eran muy exigentes.

Aunque actualmente los sistemas de unidades cubren todas las magnitudes conocidas en Física como la temperatura, la intensidad luminosa, la presión, la corriente eléctrica y muchas más, en otros tiempos las medidas se limitaban a cuatro básicas: masa (que no se distinguía bien del peso), volumen (para expresar los líquidos y áridos), longitud y superficie. Con estas magnitudes se resolvían todas las necesidades metroológicas en la antigüedad, fundamentalmente las derivadas de las operaciones cotidianas de trueque sobre los alimentos, tejidos, fármacos y otros productos. Es por ello que la metrología no se conocía como tal, y los conocimientos y técnicas de medida se englobaban dentro de la denominación *pesas y medidas* con la que se marcaba una diferencia entre las unidades de peso y las restantes, derivadas de las medidas de longitud.

Dentro de un sistema de pesas y medidas es esencial el máximo grado de uniformidad posible, con objeto de que medidas de cantidades análogas resulten suficientemente coincidentes para la finalidad que se pretenda, con independencia de dónde, cómo, cuándo y por quien se hayan medido. Al mismo tiempo, es imprescindible ponerse de acuerdo sobre la denominación que se aplica a cada cantidad de referencia. Los sistemas de unidades primitivos resolvieron todo ello introduciendo las unidades como cantidades concretas de referencia (palmo y libra, por ejemplo) que materializaron como prototipos o patrones que se custodiaban y diseminaban cuidadosamente. Muchos de estos patrones primitivos tuvieron un origen antropomórfico, relacionándolos con dimensiones o capacidades de personas egregias.

Con el gran desarrollo de los métodos de fabricación que se fue produciendo a partir de la Revolución Industrial, se hizo necesario asegurar con mayor exigencia las medidas de las magnitudes características de los productos industriales. Al mismo tiempo, el impresionante avance de la ciencia y de la técnica durante los siglos XIX y XX determinó una creciente demanda de nuevos y mejores métodos de medida, lo que estimuló el desarrollo reciente de la metrología [1]. En este sentido, el sistema de unidades que mantiene la Conferencia General de Pesas y Medidas, el Sistema Internacional de unidades (SI), ha venido modificando las definiciones de las unidades básicas con objeto de que sus realizaciones sean de mayor calidad y de que se facilite la diseminación de las mismas.

Los antiguos sistemas de pesas y medidas evolucionaron con posterioridad a la Revolución Francesa hacia sistemas de unidades, tal y como hoy se conocen, según dos modelos que se distinguen históricamente: unos sistemas evolutivos, como el Imperial Británico, que creció más o menos fortuitamente a partir del uso, y unos sistemas planificados, tales como el actual Sistema Internacional (SI) que es de uso

general por la comunidad científica internacional y por la mayor parte de las naciones.

### 1.1.2. La metrología en las primeras civilizaciones

Las primeras unidades de longitud poseían origen antropomórfico: paso, pie, codo, palmo, pulgada, dedo, etc., y se emplearon en la construcción de edificios, templos y obras públicas, y también para la definición de volúmenes utilizados como unidades de capacidad para la contabilidad e intercambio de productos. La medida del tiempo estaba asociada al estudio de la astronomía, ciencia que fue objeto de gran desarrollo en aquellas civilizaciones, en gran parte por el carácter religioso y litúrgico que atribuían a numerosos fenómenos celestes.

En Mesopotamia, se emplearon sistemas sexagesimales y decimales, con una gran coherencia entre los múltiplos y submúltiplos de las unidades. Las principales unidades en Babilonia eran el *codo* (longitud), el *qa* (volumen) y la *mina* (peso), aunque el codo actuaba como fundamental al derivar de su valor el de las otras unidades: así, el *qa* era la 144ª parte del codo cúbico, y la mina igual al peso del volumen de agua de la 240ª parte del mencionado codo cúbico. El codo equivalía a unos 50 cm, el *qa* se correspondía con 840 cm<sup>3</sup> y la mina alrededor de 5 N.

Quizá el registro más antiguo de una unidad de longitud es el de una regla graduada existente en una estatua del Louvre (príncipe sumerio Gudea, "El Arquitecto") que data de 2.130 a.C.

En los orígenes de su periodo histórico, tercer milenio a. C., los egipcios ya empleaban un sistema de numeración decimal, aunque con una gran profusión de signos pues la representación del número de las unidades, decenas, centenas, millares, etc., se realizaba repitiendo el símbolo básico correspondiente al 1, 10, 100, 1 000, etc., tantas veces como resultara preciso.

La metrología egipcia también empleó múltiplos y submúltiplos pero no lo hizo de forma sistemática en las diferentes magnitudes. Así, de la unidad de longitud, el codo, derivaban múltiplos decimales como la vara, igual a 100 codos, y submúltiplos sexagesimales como el palmo, igual a la 6ª parte del codo. Los egipcios empleaban dos codos: el *codo real* o *codo grande* (0,525 m), y el *codo pequeño* (0,450 m).

Todavía se conservan patrones egipcios de longitud subdivididos en dedos, palmos, pies y otras unidades. Hasta 1500 a.C. los hacían de piedra, con sección rectangular. Entre 1500 y 700 a.C. en madera y, en ambos casos, les practicaban un filo biselado. Algunos codos de madera eran cubiertos con un baño de oro.

En el Museo Egipcio de Turín, se mantiene el codo de Amenemope (Menfis, 1300 a.C.), con divisiones a trazos, que fue unidad de medida en la dinastía XVIII.

La balanza de doble platillo para la medida de masas era un instrumento bien conocido por egipcios y sumerios dos milenios antes de nuestra era. Quizá la balanza más antigua de la que se posee constancia es la encontrada en una tumba de Naqada (Egipto) que data de 4500 a. C. Es un pequeño instrumento de piedra caliza, con un brazo de 90 mm y un juego de pesas pétreas.

Las balanzas se empleaban en los inventarios de mercancías, para pesar metales y piedras preciosas y en la farmacopea, permitiendo comparar masas de valor reducido con precisiones mejores que un gramo y consiguiendo resoluciones cercanas a una parte sobre cien en masas de varios cientos de gramos. De hecho, algunas recetas médicas prescribían ingredientes en cantidades menores que un gramo.

Dos mil años antes del cristianismo, en Mesopotamia y Egipto se determinaba el tiempo mediante el gnomon, una varilla que situada perpendicularmente al suelo permite deducir la hora de la longitud y posición de su sombra. Se han encontrado obeliscos que con el mismo principio hacían de relojes públicos. Posteriormente, el gnomon fue perfeccionado por los griegos que le añadieron un casquete esférico graduado para facilitar la lectura del ángulo de los rayos solares.

Además del gnomon, las culturas egipcia y mesopotámica desarrollaron relojes de agua, a los que más tarde los griegos denominaron clepsidras. Los más primitivos medían el tiempo que el agua tarda en salir de un depósito, recogiendo en un recipiente graduado. En otra variante, el propio depósito, en forma de vaso y con un orificio inferior, incorporaba unas marcas que representaban las horas. El principal inconveniente radica en que la descarga no se produce a ritmo uniforme al descender el nivel de agua en el depósito. Más tarde se adicionaron dispositivos para mantener el nivel con una mínima variación y, posteriormente, juegos de engranajes que movían figuras o indicadores de la hora. Los relojes de agua se emplearon en Europa hasta el siglo XVII.

Un instrumento genuino de Mesopotamia fue el polos que consistía en una semiesfera hueca de gran diámetro, con una bolita situada en su centro. De esta forma se puede observar el movimiento del sol por la sombra de la bolita sobre el casquete esférico. El polos, perfeccionado por los griegos, fue el antecedente de la esfera armilar, en la que se disponen círculos máximos sobre una zona esférica que incorpora el zodiaco.

Los instrumentos empleados por caldeos y egipcios para determinar el tiempo no fueron muy precisos, pero en realidad sus necesidades sólo requerían estimaciones aproximadas. Los egipcios dividían el día, que empezaba a la puesta del Sol, en dos periodos de doce horas cada uno: doce horas entre el ocaso y el orto del sol (noche) y otras doce para el periodo restante (día propiamente dicho). De esta forma, las horas del día y la noche no poseían igual duración que, además, resultaba variable según la época del año, pero así les bastaba y no tuvieron necesidad de mayores precisiones.

### **1.1.3. Las culturas griega y romana**

El periodo que se extiende desde el siglo V a.C. hasta el siglo III d.C. se caracterizó por importantes acontecimientos políticos en los pueblos mediterráneos que influyeron decisivamente en su desarrollo cultural, económico y social.

La ciencia helénica no se ocupó con igual intensidad de todas las disciplinas. En medicina, matemática e historia natural, los griegos consiguieron un avance importante en los conocimientos y en los métodos de pensamiento, pero no prestaron la misma atención a la física en la que no registraron aportaciones importantes, con la excepción de la astronomía y geografía matemática cultivadas en Alejandría durante el periodo

helenístico.

Los romanos durante toda su dominación impulsaron de forma muy notable la construcción y las obras públicas, y sentaron las bases de la ciencia jurídica, pero la matemática y ciencias naturales continuaron siendo patrimonio griego durante el imperio romano, alrededor de Alejandría cuyo Museo y Biblioteca constituyeron el foco emisor de los conocimientos científicos.

Durante estos ocho siglos la metrología continuó aportando a la sociedad los controles o parámetros precisos para regular numerosas funciones de la vida cotidiana comercio, religión, agricultura, estadísticas, impuestos, tiempo y localización geográfica etc., pero no para contribuir a un incremento del conocimiento científico. Es por ello que los instrumentos y patrones no requirieron una mayor precisión y, por consiguiente no incorporaron modificaciones sustanciales encaminadas a una mejora metrológica de sus características.

Uno de los hechos metrológicamente más interesantes de este periodo fue la determinación del meridiano terrestre por Eratóstenes, natural de Cirene (275 a.C.), formado en Grecia y afincado en Egipto (Alejandría) donde murió en el año 195 a.C. Eratóstenes destacó en las Letras y Ciencias y parece ser que fue el primero que realizó con gran precisión dicha medida (240 a.C.) aplicando un método deductivo en combinación con valores experimentales. Fue preceptor real de Ptolomeo IV, en las postrimerías del imperio ptolemaico, y conservador de la Biblioteca de Alejandría. Apoyándose en el hecho de que en el solsticio de verano y al mediodía una columna en Assuán no proyectaba sombra, determinó la inclinación de los rayos del sol mediante un gnomon en Alejandría en la misma época, obteniendo  $7,2^\circ$  ( $1/50$  de circunferencia).

Admitiendo que la Tierra era una esfera perfecta y que el Sol estaba tan lejos que los rayos que llegaban a ambas ciudades eran paralelos, y conociendo la distancia entre Alejandría y Assuán determinada por agrimensores egipcios (5000 estadios), Eratóstenes dedujo que la circunferencia de la Tierra era de  $50 \times 5000 = 250000$  estadios, si bien todas las referencias de su época indican que asignó 252000 estadios.

Teniendo en cuenta que el estadio egipcio equivalía a 157,5 m, se obtiene un valor de 39.690 km como longitud del meridiano, lo que supone una precisión excelente para los medios empleados (su valor difiere del actual en menos del 1 %). En realidad, tan asombroso resultado se debe a una compensación de errores de signo contrario. Assuán y Alejandría no están en el mismo meridiano, la distancia entre ambas ciudades es de 5.346 estadios y la latitud de Assuán tampoco coincidía exactamente con la inclinación de la eclíptica en aquella época (la diferencia era de unos  $5^\circ$ ), pero al calcular con estos datos más precisos la distancia en latitud entre ambas ciudades resulta, precisamente 5 000 estadios. Todo ello no resta valor a las numerosas determinaciones geográficas de Eratóstenes, excelentes para los instrumentos empleados, que junto con las de Hiparco y posteriores de Claudio Ptolomeo (siglo II d.C.) marcan un hito en la evolución de esta ciencia que prácticamente permanece estancada durante más de un milenio.

En relación con la comparación de masas, los romanos perfeccionaron la balanza empleando en su construcción el bronce en vez de la madera, que era habitual en las balanzas egipcias más precisas, y mejoraron los apoyos de los extremos del

brazo y del fulcro central que resolvieron por medio de anillos.

Se atribuye a los romanos la balanza de taras móviles y brazos desiguales que sólo posee un platillo para la mercancía a pesar, aunque parece que ya era conocida en Egipto y Mesopotamia hacia el año 1.300 a.C. La versión más precisa de este instrumento es la de fulcro en posición fija, disponiendo sobre la parte del brazo de mayor longitud una tara móvil que se desplaza sobre una escala en la que se lee el peso correspondiente cuando dicho brazo está horizontal. Balanzas de este tipo han sido muy empleadas en toda Europa hasta épocas bastante recientes. En nuestra patria eran frecuentes en mercados ambulantes hasta hace algunos años, con la denominación de "romanas" precisamente por la generalización de su uso por todo el Mediterráneo durante el imperio romano.

En cuanto a las medidas de tiempo, el reloj más referenciado de este periodo es la clepsidra de Ctesibio (260 a.C.), descrita por Vitrubio (60 a.C. - 10 d.C.) en su obra *Sobre la arquitectura*. Aunque no se han encontrado relojes originales de este tipo, se han realizado diferentes reconstrucciones de los mismos como la del Museo Alemán de Munich. La clepsidra de Ctesibio incorpora un dispositivo para mantener constante el nivel de agua en el depósito alimentador y una válvula de descarga que se abre al transcurrir cada día con lo que el flotador que acciona el dispositivo de engranajes retorna a su posición inicial. Por todo ello, suele identificarse este reloj como el primer instrumento con un sistema de regulación automática.

#### 1.1.4. La Edad Media

Desde el siglo III, en el que se acentúa el declive del imperio romano, hasta el siglo XI, el desorden imperante en Europa no propició el desarrollo racional de los sistemas de pesas y medidas. A las unidades romanas se añadieron otras de los invasores nórdicos alcanzándose tal diversidad que resultaba frecuente encontrar unidades específicas, sin relación entre ellas, lo mismo en grandes ciudades que en pequeños pueblos. A partir del siglo XI, coincidiendo con el punto máximo de la influencia islámica, se inicia en Europa una etapa de cierto progreso técnico que se mantiene durante toda la Baja Edad Media y que prepara el camino para la revolución científica que comienza con el Renacimiento.

En el libro *Factores de conversión de unidades de Benítez* (1975) se recogen unos 10.000 diferentes, dedicándose un capítulo a unidades locales españolas, clasificadas por provincias, especialmente relacionadas con distancias y superficies. Muchas de estas unidades, de aplicación en el cultivo y comercio de productos agrícolas y ganaderos, cambian enormemente en lugares separados unos pocos kilómetros y sus orígenes se remontan a la época medieval.

La fanega, por ejemplo, es una unidad de masa en Álava, variable según el tipo de producto pues equivale a 29 kg de avellanas, 44,5 kg de castañas o 38 kg de habas, pero también se emplea, en esa provincia, para medir superficies con un valor de 12 celemines o de 2.510 metros cuadrados. En Almería, la fanega no suele emplearse como unidad de masa y en superficie equivale a unos 6.440 metros cuadrados. En otras muchas provincias, la fanega se emplea como unidad de capacidad para expresar el volumen de áridos, con una valor aproximado de 50 litros.

Los intentos de Carlomagno durante su reinado (771 a 814) de implantar un sistema de unidades en sus dominios, enviando patrones por todo el territorio, no consiguieron éxito. Estableció un patrón de longitud de unos 325 mm (*pie del rey*) y otro de masa (*libra peso de marco*) con valor de unos 490 gr, pero no pudo erradicar la utilización de las unidades locales que continuaron proliferando.

En Gran Bretaña las medidas de longitud se remontan a una muy antigua el *codo nórdico* (equivalente a 26,6 pulgadas, algo superior a dos pies actuales), probablemente derivado de patrones de Mesopotamia y Egipto. También fue muy empleado el *pie nórdico* (13,2 pulgadas), de origen indio, a partir de la llegada de los sajones en el año 410.

La *yarda* deriva de las antiguas palabras inglesas "gierd" o "gyrd" que significaban bastón o vara, aunque también suele relacionarse con *girth* en el sentido de medir el perímetro o contorno de alguna cosa. Con esta última acepción se interpreta la yarda como la medida de la cintura de un hombre, aunque también hay quien opina que su valor deriva del antiguo *codo romano* (*cubitus* o *ulna*) , equivalente a 0,4436 m, pues la longitud de la yarda es muy próxima al doble codo romano.

El rey sajón Edgar, que reinó en Inglaterra desde el año 959 al 975, definió la yarda como la *medida de Winchester*, refiriéndose probablemente a alguna vara patrón mantenida en la entonces capital del reino.

Después de la conquista normanda en 1066, el rey Guillermo I traslada los patrones existentes a la capilla de Eduardo el Confesor en la cripta de la abadía de Westminster en Londres. Soberanos posteriores mantienen los pesos y las medidas existentes (Carta Magna de 1215), pero desde la retirada de los romanos proliferan muchas unidades lo que determina un principio de unificación durante el reinado de Eduardo I (1272 1307).

En un Decreto de Eduardo I (1305): *Se ordena que tres granos de cebada, secos y redondos, hagan una pulgada, doce pulgadas hagan un pie, tres pies hagan una ulna* (posteriormente denominada yarda), *cinco ulnas y media hagan una vara y cuarenta varas en longitud y cuatro en ancho hagan un acre.*

*Y se recuerda que la ulna de hierro de nuestro Señor el Rey contiene tres pies y nada más, y el pie tiene que contener doce pulgadas medidas por la correcta medida de esta clase de ulna; esto es, la trigésimo sexta parte de la mencionada ulna posee una pulgada, ni una más ni menos; y cinco ulnas y media hacen una vara, dieciséis pies y medio, de la susodicha ulna de hierro de nuestro Señor el Rey.*

La original *yarda* o *ulna* de hierro no se ha conservado, creyéndose que el patrón más antiguo del que se tiene constancia es una barra de bronce hexagonal de la época de Enrique I (fines del siglo XI), alterada por Eduardo I de acuerdo con la nueva definición. Todavía se conserva en el Westgate Museum de Winchester y es solamente 0,04 pulgadas más corta que la actual ( $\approx$  una parte por mil).

Enrique VII (1496) hizo elaborar un nuevo patrón de extremos, construido en latón y con sección octogonal de 0,5" de espesor, conservando las medidas del de Eduardo I. Posee trazos que lo dividen en tres pies, uno de los pies en doce pulgadas, y

el total en 16, 8, 4 y 2 partes.

La yarda de Isabel I (1588), hecha en latón y con sección cuadrada, se mantuvo durante 236 años hasta 1824. Aunque se rompió y se recompuso, es hoy sólo 0,01 pulgadas más corta que la actual ( $\approx$  tres partes en diez mil).

Las yardas de Enrique VII e Isabel I se conservan actualmente en el Museo de la Ciencia en Londres y constituyen los antecedentes del sistema inglés de unidades, que varios siglos después, los británicos denominaron sistema imperial.

En el aspecto instrumental, durante la Edad Media las aportaciones más significativas se producen sobre aparatos relacionados con la navegación y astronomía, varios de ellos desarrollados o introducidos por los árabes en nuestra patria. En los *Libros del saber de astronomía*, redactados durante el reinado de Alfonso X el Sabio (1252 - 1284), se estudian la mayor parte de los instrumentos de la época.

El astrolabio plano, probablemente inventado en Alejandría, fue muy empleado para determinar la latitud por los navegantes árabes que lo difundieron en Europa. Se compone de un par de discos, normalmente de latón y de unos 25 cm de diámetro, que representan la proyección sobre el plano ecuatorial de la esfera celeste (disco denominado tímpano o madre) y del horizonte del lugar (disco designado por red o araña). Este último presenta una estructura perforada en la que una serie de volutas y apéndices (de aquí el nombre de red) indican las posiciones del sol y de las estrellas más brillantes al girar relativamente ambos discos sobre un punto común. En la cara posterior del astrolabio solía incluirse una alidada que permitía la medición de alturas sobre una escala graduada en la periferia del disco madre.

La red debía construirse para una latitud concreta por lo que era frecuente suministrar un juego de discos para diferentes latitudes. Para evitar este inconveniente, los árabes construyeron astrolabios esféricos, mucho menos conocidos, que permitían su uso en cualquier latitud.

La azafea fue inventada por Azarquiel (al-Zarqali o Arzaquel), que vivió en España a principios del siglo XI y que elaboró las Tablas Toledanas (1080) con la posición de los planetas, del sol y de las estrellas más importantes. Estas tablas fueron el antecedente de muchas otras resultando perfeccionadas, dos siglos más tarde, por las Tablas Alfonsinas. La azafea permitía sustituir ventajosamente al astrolabio plano al facilitar mediante un sólo disco la utilización del instrumento en cualquier latitud.

En la Edad Media, las medidas astronómicas de mayor precisión se efectuaban con grandes cuadrantes. A finales del siglo XIII, el cuadrante es perfeccionado por el turquete que posee cuatro círculos y dos alidades. Aunque la brújula, conocida en China con anterioridad, empieza a extenderse por Occidente a principios del siglo XIII, coincidiendo con la implantación del timón de codaste en las naves, la verdadera navegación astronómica no se inicia hasta finales del siglo XV. La arbalestrilla o báculo de Jacob, descrita en 1342 por el judío catalán Levi ben Gerson, fue un instrumento bien conocido por los pilotos de los siglos XVI y XVII para determinar la latitud a partir de la medida de la altura del sol.

Los árabes desarrollaron importantes estudios sobre el peso y densidad de los cuerpos y perfeccionaron la balanza hidrostática. En el siglo XII sus inspectores de mercados disponían de una serie de instrucciones y reglas para verificar la precisión de las medidas.

El egipcio Ibn al-Haytham (Alhazén) que vivió a fines del siglo X y principios del XI, escribió un importante *Tratado de óptica* y fue el primero en utilizar la cámara oscura, precursora de la cámara fotográfica, que los árabes emplearon para registrar los eclipses de sol y sus manchas.

La invención de mezclas explosivas (pólvoras) en China, durante el siglo XIII, es conocida con relativa prontitud en Europa donde, en los primeros años del siglo XIV, el monje alemán Bertoldo el Negro concibe la idea de emplear la energía liberada al detonar la pólvora para impulsar un proyectil a distancia. Se admite como primera representación de un cañón el dibujo que figura en un manuscrito de 1327. Las primeras referencias de batallas en las que se emplearon cañones rudimentarios son del segundo cuarto del siglo XIV. Las armas de fuego portátiles surgen a finales del siglo XIV y su gran difusión durante los dos siglos siguientes como elemento fundamental en las frecuentes guerras de la época, constituyó, paradójicamente, uno de los estímulos determinantes de importantes innovaciones industriales entre las que cabe incluir el desarrollo de instrumentos y métodos de medida más precisos.

#### 1.1.5. Los sistemas métrico decimal y anglosajón

A finales de la Edad Media los gremios alcanzaron un gran protagonismo en la vida económica e incluso política de Europa. Eran asociaciones que agrupaban a los artesanos de los diversos oficios o artes, con un gran concepto corporativo e importantes prerrogativas como fijar los precios de los productos, los costes de la mano de obra, el nivel de calidad de la fabricación y las severas normas para la admisión de nuevos miembros.

Los instrumentos y patrones de medida obraban en poder de los gremios, pero existían innumerables unidades lo que provocaba la utilización de sistemas heterogéneos y complicaba las transacciones comerciales, circunstancia que lejos de ordenarse durante la época renacentista fue deteriorándose hasta tal punto que en Francia, en la segunda mitad del siglo XVIII, era habitual el dicho popular: *Un roi, une loi, un poids et une mesure*.

A partir del siglo XVI, diversos científicos y pensadores formularon propuestas para la unificación de un sistema de unidades, basado en patrones naturales y universales, al objeto de abandonar definitivamente los instrumentos y patrones en uso a los que atribuían un marcado carácter específico, localista y efímero.

Se considera como principal precursor del sistema métrico decimal, al abad Gabriel Mouton (1618 - 1694), que fue vicario de la iglesia de San Pablo de Lyon, y que en su libro *Observaciones de los diámetros aparentes del Sol y de la Luna* (1670) expresa la idea de una medida de longitud universal. Concretamente, propuso la milla como la longitud del arco de meridiano de un minuto de amplitud, y una serie de múltiplos y submúltiplos decimales como la virga, igual a la milésima de milla (aproximadamente una toesa), y la vírgula equivalente al décimo de la virga. Mouton

sugirió la reproducción y diseminación de la unidad, en cualquier parte, mediante el péndulo simple que bate segundos.

Sin embargo, tuvo que producirse una revolución para que la reiterada demanda de unificación pudiese iniciarse. La Revolución Francesa que alteró profundamente los modelos políticos, sociales y económicos imperantes determinó, asimismo, un cambio importante en la posterior evolución de la ciencia y de la técnica. También la ciencia tuvo su guillotina y los antiguos sistemas de medidas fueron considerados culpables de retrasar el desarrollo científico y técnico, por lo que su supresión se identificó con la abolición de los últimos vestigios del feudalismo medieval. Ello explica por qué los políticos de aquella época se ocuparon con tanta intensidad de implantar el sistema métrico lo que, no obstante, no les resultó tarea sencilla.

En 1790, la Academia Francesa de Ciencias fue encargada por la Asamblea Constituyente, a propuesta de Talleyrand y Prieur, de establecer un sistema unificado de medidas, de aplicación sencilla, lo que culminó el 19 de marzo de 1791 con la definición del sistema métrico a partir de las propuestas de dos Comisiones sucesivas nombradas al efecto. Se decidió que el sistema fuese decimal y que se adoptaría como base o unidad fundamental una de carácter natural, reproducible del Universo, para poder reconstruir el patrón correspondiente en caso de destrucción o deterioro grave. Esta unidad fue la de longitud, que se definió igual a la diez millonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre, y a la que se denominó metro.

Al objeto de poseer una determinación precisa de esta unidad, Delambre y Méchain fueron encargados de medir el arco del meridiano de París comprendido entre Dunquerque y Barcelona, mediante una triangulación con una base fundamental de casi doce kilómetros entre Lieusaint y Melun, y dos bases de verificación. Estos trabajos duraron varios años y se desarrollaron en unas circunstancias poco favorables al coincidir con un periodo de revueltas y persecuciones en toda Francia. En abril de 1792, Delambre y Méchain todavía no disponían de los círculos graduados necesarios para comenzar la triangulación, ideados por Borda y que permitirían trabajar con el segundo de arco, mejorando los resultados de anteriores determinaciones, como la de Cassini y Lacaille, cincuenta años antes, que sólo podían discernir en el orden de los quince segundos de arco.

Ante estos y los subsiguientes retrasos, se suceden leyes y disposiciones. La ley del 1º de agosto de 1793 establece la uniformidad y el sistema general de pesas y medidas a partir del 1º de julio de 1794. El cuadrante de meridiano se establece, provisionalmente, en 5.132.430 toesas de París (o toesa del Perú en función de su determinación ecuatorial) de acuerdo con las mediciones más precisas entonces conocidas. Por consiguiente el metro provisional resulta equivalente a 3 pies y 11,44 líneas de la toesa del Perú y Lenoir es encargado de elaborar patrones del metro en cobre. Asimismo, varios experimentados fabricantes de instrumentos se comprometen a construir diferentes patrones de peso y de capacidad.

La obsesión decimalizadora se produjo con tanta intensidad en sus momentos iniciales que se llegó, incluso, a establecer la semana de diez días, aunque también con un periodo de vigencia efímero. La fuerza de la Revolución no resultó suficiente para disminuir la frecuencia de las jornadas festivas de siete a diez días.

El 8 de agosto de 1793 se suprimen todas las Academias en Francia, pero ante la importancia concedida a los trabajos sobre el sistema métrico se decreta que los científicos involucrados se integren en una Comisión provisional de pesos y medidas presidida por Borda. El 7 de abril de 1795 se publica otra ley que reafirma la voluntad de imponer el sistema métrico decimal y que ordena, de nuevo, la fabricación de un metro patrón de platino que se conservará en un monumento. En esta ley se prescriben con mayor coherencia los prefijos de los múltiplos y submúltiplos de los patrones y ya se establecen excepciones a la división decimal al abolir la anterior propuesta de duración del día en 10 horas de 100 minutos de 100 segundos, argumentando el enorme coste de la operación y que *como el cómputo de las horas no es un objeto comercial ni susceptible de un reglamento de policía, los antiguos usos se mantendrían por la fuerza inmensa de la costumbre.*

Es destacable la gran importancia que las disposiciones iniciales del sistema métrico concedieron al aspecto legal de las medidas, como base reguladora de la vida cotidiana y de las transacciones comerciales habituales, cuestión de enorme trascendencia en lo que actualmente se denomina mercado de los productos regulados o sometidos a directivas en la Unión Europea.

El 6 de julio de 1795 se deposita en el Comité de Instrucción pública un metro patrón provisional de latón, construido por Lenoir, actualmente en el Museo Nacional de las Técnicas. En los años siguientes se estimula la realización de patrones del metro provisional en lugares estratégicos de París y de otras ciudades, con una finalidad esencialmente divulgadora para familiarizar al pueblo con las nuevas medidas de longitud. Uno de estos patrones, fabricado en mármol y situado junto a la entrada del Ministerio de Justicia, en la plaza de la Vendôme, ha sido verificado en septiembre de 1989 por el Laboratorio Nacional de Ensayos, con ocasión de los actos del bicentenario de la Revolución Francesa y para conmemorar la creación del sistema métrico decimal. El resultado de la calibración, intrascendente por otra parte, determinó una longitud de 1.002,1 mm entre los trazos extremos, con una incertidumbre de 0,5 mm, habida cuenta del espesor y de la calidad de los trazos observados.

Concluida la medición de Delambre y Méchain y combinando los resultados obtenidos con los que previamente se poseían de acciones similares en Perú y Laponia, se atribuyeron 5.130.740 toesas del Perú al cuadrante de meridiano de París. Casi diez años después de decidir crear el nuevo sistema, el 22 de junio de 1799 se depositan los patrones definitivos en platino del metro y del kilogramo en los Archivos, cuidadosamente custodiados, donde continúan actualmente. La ley de 10 de diciembre de 1799 establece el nuevo valor del metro en 3 pies y 11,296 líneas de la toesa del Perú, con lo que el metro de los Archivos resulta 0,324 mm más corto que el provisional.

Pero los años siguientes no están exentos de dificultades adicionales. Se encuentran resistencias en la implantación del sistema métrico y la propia legislación es permisiva respecto del uso alternativo de las antiguas unidades. Finalmente, después de cuatro décadas y en buena medida por la decisión que adoptaron las escuelas de proseguir su enseñanza y del trabajo cotidiano de los verificadores oficiales, el sistema métrico decimal se impone en Francia a partir del 1 de enero de 1840, en desarrollo de lo dispuesto en la ley de 4 de julio de 1837. Con este motivo, un mecenas de Lyon, Gonon, hará grabar por Penin la medalla conmemorativa que el Consejo de los Quinientos había acordado en septiembre de 1799 y que no había llegado a realizarse.

Esta medalla incorpora la leyenda *À TOUS LES TEMPS, À TOUS LES PEUPLES*, como signo de la universalidad del sistema.

Mientras Francia se esforzaba en asentar el sistema métrico, en Gran Bretaña se empleaba exclusivamente el sistema imperial de medidas, fuertemente impulsado por las necesidades tecnológicas derivadas de la Revolución Industrial.

Aunque la yarda de Isabel I (1588) estuvo en vigor hasta 1824, la Royal Society de Londres encargó a George Graham el primer patrón a trazos de la yarda que fue terminado en 1742. Este patrón, que no alcanzó la sanción oficial, sirvió de referencia a otro, hecho en Londres por John Bird (1760), que fue adoptado como yarda oficial por un Decreto de 1824.

Un incendio en 1834 de la Cámara de los Comunes lo destruyó, aunque se conservaron intactas copias hechas en 1825. Una nueva yarda patrón se materializó en 1845 y se legalizó en 1855. Cuatro copias parlamentarias se hicieron en ese año: una se incrustó en una pared del Parlamento, las otras se mantienen en la Royal Mint, Royal Society de Londres y Royal Observatory de Greenwich. Una quinta copia que se hizo más tarde se mantiene por el Departamento de Patronos de la Cámara de Comercio. Todas ellas son de una aleación de bronce (82 % Cu, 13 % Sn y 5 % Zn), designada como metal Baily en honor del astrónomo que especificó dicha composición, y poseen longitud aproximada de 38" y sección cuadrada de 1". Cerca de cada extremo, un orificio cilíndrico de 0,5" de profundidad tiene un pequeño disco de oro en el que se han grabado el trazo de referencia y otros complementarios. Los patrones se soportan a través de rodillos de apoyo para asegurar una mínima deformación entre sus diferentes puntos.

A continuación se relacionan las unidades anglosajonas de longitud que se mantuvieron vigentes en el sistema imperial de unidades que Gran Bretaña actualizó en el siglo XIX.

<b>Unidades anglosajonas de longitud</b>		
<b>Nombre inglés</b>	<b>Equivalencia</b>	<b>Nombre inglés</b>
League	3 miles	Legua
Mile	8 furlongs	Milla
Furlong	10 chains	Estadio
Chain	4 rods	Cadena
Rod, perch o pole	5,5 yards	Barra, vara o mástil
Yard	3 feet	Yarda
Foot	12 inches	Pie
Inch		pulgada

La equivalencia con el metro se obtiene a partir de la relación:

$$1 \text{ mile} = 1.609,34 \text{ m}$$

Las medidas de capacidad son quizás, las más complejas del sistema anglosajón de unidades debido a que son diferentes en Gran Bretaña y USA. Además, para mayor confusión, algunas unidades norteamericanas con un mismo nombre tienen distinto valor para líquidos y para áridos, como el *quart* y el *pint*.

La causa fundamental de la diferencia entre los sistemas de Gran Bretaña y USA se debe al hecho de que Estados Unidos mantuvo los valores tradicionales de dos unidades que fueron modificadas al revisar Gran Bretaña el sistema anglosajón en 1824. El sistema British Imperial que entonces surgió, modificó el valor del *bushel* y del *gallon*.

Hasta ese momento el bushel fue el volumen de un cilindro de 18,5 pulgadas de diámetro y 8 pulgadas de altura ("bushel de Winchester"), derivándose el galón del volumen anterior mediante división por 8.

Con el nuevo sistema, se definió directamente el galón como el volumen ocupado por 10 libras de agua destilada en unas condiciones determinadas, deduciéndose el nuevo valor del bushel mediante multiplicación por 8 del volumen del galón. En USA se mantuvieron los antiguos valores y por eso surgieron las diferencias entre ambos sistemas. Además, en USA existían dos galones: el de áridos = 1/8 bushel y el de líquidos = 231 cu in ("galón de la reina Ana").

La equivalencia con las unidades métricas puede obtenerse a partir de las siguientes unidades cercanas al litro:

1 quart (Sistema Imperial) = 1,1364900 litros  
 1 quart (USA, líquidos) = 0,9463264 litros  
 1 quart (USA, áridos) = 1,1012209 litros

Los valores relativos de las unidades de capacidad en ambos sistemas son:

<b>Unidades de capacidad (líquidos y áridos)</b>	
<b>Sistema Imperial</b>	
<b>Nombre inglés</b>	<b>Equivalencia</b>
quarter	8 bushels
bushel	4 pecks
peck	2 gallons
gallon	4 quarts
quart	2 pints
pint	4 gills
gill	5 fluidounces
fluidounce	8 fluidrams
fluidrams	60 minims

<b>Unidades de capacidad (líquidos) Sistema USA</b>	
<b>Nombre inglés</b>	<b>Equivalencia</b>
gallon	4 quarts
quart	2 pints
pint	4 gills
gill	4 * fluidounces
fluidounce	8 fluidrams
fluidrams	60 minims

<b>Unidades de capacidad (áridos) Sistema USA</b>	
<b>Nombre inglés</b>	<b>Equivalencia</b>
bushel	4 pecks
peck	2 gallons
gallon	4 quarts
quart	2 pints

Como se aprecia, la única variante es la relación del gill y el fluidounce, marcada con \*, pero la diferencia antes indicada en las unidades de referencia (bushel y gallon ) determina variaciones en todos los valores absolutos.

Para las unidades de masa se encuentran tres variantes en el sistema anglosajón: el sistema *avoir-du-pois* (término acuñado en las ferias medievales para referirse a todo lo que precisaba pesarse, excepto metales y piedras preciosas), el sistema *Troy* (término probablemente derivado de Troyes, una de las principales ciudades feriales de Champagne) y un sistema específico para medidas farmacéuticas *apothecaries' weight*. Las abreviaturas respectivas de cada uno son *av*, *t* y *ap*.

Las equivalencias con el SI se pueden conseguir con las relaciones:

$$1 \text{ lb av} = 0,45329237 \text{ kg}$$

$$1 \text{ lb t} = \text{lb ap} = 0,373241 72 \text{ kg}$$

Desde hace unos treinta años, tanto en Gran Bretaña como en Norteamérica se adoptaron decisiones políticas para incrementar progresivamente el empleo del Sistema Internacional (SI). Una ley del Parlamento británico (1963) redefinió todas las unidades en función de las unidades SI y planificó una conversión nacional al SI desde 1965. Un informe del Congreso USA (1971) recomendó el cambio al SI a través de un programa nacional coordinado, con una duración prevista de diez años. Sin embargo, y al igual que ocurrió en Francia, su empleo generalizado no puede considerarse conseguido, todavía, especialmente en las medidas de fuerte raigambre popular. Cabe recordar a este respecto, los versos del ingeniero y físico escocés William Rankine (1820 - 1872) escritos a mediados del siglo XIX:

*Algunos hablan de milímetros,*

*y algunos de kilogramos.  
Y algunos de decilitros  
para medir cerveza y licores.*

*Pero yo soy un obrero británico,  
demasiado viejo para ir a la escuela.*

*Por lo que por libras comeré,  
por cuartos beberé,  
y con mi regla de tres pies trabajaré.*

### **1.1.6. La evolución de la fabricación**

El maquinismo que introdujo la Revolución Industrial en la fabricación permitió el paulatino abandono de la producción artesanal pero supuso nuevos métodos que afectaron, entre otros factores, a la especificación geométrica de las piezas.

La especialización del trabajo y la demanda de mayores series de productos iguales impusieron la necesidad de la intercambiabilidad. Dado que cualquier mecanismo, dispositivo, conjunto mecánico, o máquina se consigue mediante ensamblaje de piezas o unidades elementales, es preciso asegurar que los acoplamientos respectivos se realizan adecuadamente a la función que debe cumplir el conjunto en cuestión. Pues bien, la intercambiabilidad supone que esa seguridad de acoplamiento se produce cuando el montaje se efectúa escogiendo al azar las piezas elementales correspondientes de lotes fabricados previa e independientemente.

Actualmente, la intercambiabilidad está permanentemente presente en nuestra vida cotidiana y permite, por ejemplo, que sea indiferente adquirir un repuesto para cualquier automóvil de una marca y modelo en cualquier distribuidor, o introducir un bono-bus en el marcador de un autobús, con independencia del establecimiento en que se adquirió aquél y de la línea y vehículo que decidamos utilizar, y ello a pesar de aceptar que todas las piezas análogas de una misma marca y modelo de automóvil, todos los marcadores de los autobuses y todos los bono-buses no son exactamente iguales. Sin embargo, la normalidad de esta situación no se alcanzó hasta el presente siglo con la introducción de las tolerancias en la especificación de los componentes de cierta responsabilidad.

Los primeros antecedentes de la intercambiabilidad a escala industrial se encuentran en los astilleros. A fines del siglo XV, trabajaban 16.000 personas en el Arsenal de Venecia con un ritmo de producción que, con frecuencia, suponía construir una galera por día, ensamblando piezas previamente fabricadas.

Más probablemente, la intercambiabilidad se asocia en sus orígenes a la fabricación de armas de fuego en las que, además de la precisa adaptación de la munición, resultaba necesario que algunas piezas fuesen sustituidas regularmente.

En aquellos tiempos, para conseguir acoplar dos piezas entre sí era preciso disponer de una de las dos de la pareja antes de fabricar la otra. De esta forma se medía la primera y se fabricaba la segunda a "esa medida" o bien, en el caso de que las dos debieran acoplar con juego u holgura, se realizaban intentos parciales de

ensamblado interrumpiendo frecuentemente la fabricación del segundo elemento. Es evidente que este procedimiento no garantiza la total intercambiabilidad por lo que una posterior innovación fue la introducción de *calibres pasa* que materializaban las dimensiones máxima del eje y mínima del taladro en el caso de ensamblajes con juego. En estas condiciones, los ejes y taladros que se acoplan en sus respectivos calibres de forma análoga a como éstos lo hacen entre sí, se consideran correctos, pero este procedimiento no cuantifica el juego objetivamente ni puede aplicarse en ajustes con apriete. En la práctica, el empleo de *calibres pasa* sólo resultaba adecuado para acoplamientos de juego reducido.

En una publicación del siglo XVIII de la Academia de Ciencias Francesa, *La descripción de las artes y oficios*, se señala la división del trabajo y el empleo de herramientas especializadas para disminuir costes en la fabricación de alfileres (1762), elementos que también fueron objeto de atención por Adam Smith (1776) en *La riqueza de las naciones*.

Existen varias referencias de utilización de sistemas más o menos rudimentarios de intercambiabilidad en la fabricación de armas de fuego desde mediados del siglo XVIII. Las tablas de construcción del general Gribeauval, que fue inspector de la artillería francesa, elaboradas entre 1764 y 1789 constituyen una de las primeras recopilaciones sobre dimensiones y características de los cañones de la época.

Un ingeniero francés, Henry Le Blanc, aplicó en 1788 principios de intercambiabilidad a la fabricación de armas. Parece que sus trabajos, publicados en 1790, fueron conocidos en Norteamérica por Eli Whitney, inventor de la desmotadora de algodón (máquina que permitía separar la fibra de algodón de la semilla), que fue el primero en Estados Unidos que aplicó en gran escala el principio de intercambiabilidad (1798) en un contrato con el gobierno para suministrar 10.000 mosquetes en dos años. Después de superar importantes contratiempos y mediante el empleo de máquinas-herramienta y utillajes específicamente diseñados, consiguió fabricar piezas muy similares, incluso cuando trabajaban operarios no cualificados. Con ello pudo combinadas al azar para montar los mosquetes, realizando en 1799 una demostración práctica de intercambiabilidad ante el propio presidente de los Estados de Unidos. Como consecuencia de sus trabajos de investigación sobre máquinas-herramienta más precisas, Whitney inventó la fresadora en 1818.

En 1808 Marc Brunel, de origen francés, estableció en Portsmouth (Gran Bretaña) una de las primeras cadenas de montaje de la historia. Se trataba de fabricar poleas para barcos de vela, en madera, con casquillo de bronce y perno de hierro, para lo que encargó a Henry Maudslay las máquinas de precisión necesarias. Instaló 43 máquinas alineadas con una capacidad de producción de 160.000 poleas al año. La misma producción que requería 110 hombres precisaba, con la nueva línea de fabricación, sólo de 10 personas, contrapunto social que ya comenzaba a presentarse.

La solución técnica que permite asegurar el principio de intercambiabilidad se alcanza con el empleo de *calibres de límites o calibres pasa/no pasa* que materializan los límites de aceptabilidad de la correspondiente dimensión. La tolerancia es, precisamente, la diferencia entre el máximo y el menor valor admisibles. Aunque las tolerancias se emplearon en muchas industrias durante todo el siglo XIX, su utilización era celosamente guardada por cada factoría, y no es hasta hace unos sesenta años

cuando se adopta un sistema internacional de tolerancias dimensionales. Apenas se encuentran tablas de tolerancias en los excelentes libros y publicaciones sobre diseño y construcción de máquinas editados durante el siglo XIX y en el primer cuarto de la actual centuria. El comentario de Ciordano en 1919 es bastante elocuente al respecto: *Las tablas de ajustes o de tolerancias, que son fruto de la investigación y experiencia práctica de mucho tiempo, forman parte del patrimonio técnico de la casa que las usa.*

Antes de la Primera Guerra Mundial, la mayor parte de las empresas fabricantes de automóviles eran centenares de pequeños talleres que fabricaban unos pocos coches, de forma artesanal. Estas industrias eran muy inestables y las clausuras y aperturas resultaban frecuentes. Sin embargo, algunos fabricantes ya pensaban en la fabricación masificada de sus automóviles.

El primer automóvil producido en serie por millares fue el Oldsmobile (1901), en la factoría de Ransom E. Olds. Henry Ford comenzó en 1903 y al cabo de tres años era el principal productor en USA. Decidió fabricar un sólo modelo (Ford T) a partir de 1908, consiguiendo vender el primer año casi 18.000 a \$ 850. En 1913 introdujo la cadena de montaje mediante una banda transportadora. Aplicado sobre las magnetos, redujo en un año el tiempo de montaje de veinte a cinco minutos. Posteriormente empleó la cadena móvil sobre los chasis y en un par de años redujo los tiempos de doce horas a hora y media. En 1923, Ford vendió 1.800.000 vehículos a \$ 260. La cadena de montaje era una realidad y ya contaba con grandes detractores. Las películas *Metrópolis* (1926) y *Tiempos modernos*, unos años después, constituyen dos piezas maestras del cine en las que se critica la deshumanización a la que puede conducir el maquinismo a ultranza.

En 1908, el Real Automóvil Club Británico de Londres, fue el escenario de una demostración práctica importante sobre la intercambiabilidad. Se desmontaron tres Cadillac, se mezclaron las piezas, se introdujeron 89 piezas al azar del almacén de un proveedor, y se volvieron a montar los tres coches que, posteriormente, hicieron más de 800 km sin problemas.

En el Congreso de Praga (1928), Francia propuso la adopción de un sistema internacional para la definición de tolerancias. Después de laboriosos estudios nació el sistema ISA (International Federation of the national Standardizing Association) que, en 1947, fue sustituido por la normativa ISO de la recién constituida International Organization for Standardization (1946), organización que desde entonces ha coordinado los esfuerzos internacionales de normalización en la mayor parte de los sectores de la actividad industrial, por medio de Comités Técnicos en los que participan representantes de los organismos nacionales de normalización de los estados miembros, como la Asociación Española de Normalización (AENOR) en el caso de España, desde 1986, e IRANOR con anterioridad. AENOR representa a España en el seno del Comité Europeo de Normalización (CEN / CENELEC / ETSI) que se encarga de preparar las normas europeas (EN) armonizadas.

### 1.1.7. El comienzo de la metrología de precisión

Las exigencias de piezas más precisas en la fabricación mecánica, la navegación astronómica y, en menor medida, las necesidades de la alquimia y del comercio, determinan un desarrollo importante de los instrumentos de medida de longitud, tiempo y masa a partir del siglo XVI.

La aparición de municiones de metal en las postrimerías del siglo XV hace surgir la noción de calibre, lo que permite fabricar munición de reserva que inicialmente era producida en el propio campo de batalla requisando todo el metal posible lo que, por cierto, fue la causa de que enmudeciesen los campanarios de muchas iglesias.

Hacia 1525 se establecen por vez primera, en Francia, los calibres de artillería, en número de seis o siete para no diversificar en exceso la munición.

El primer instrumento para medidas precisas de longitud es el micrómetro, que deriva su nombre de la utilización de un husillo roscado de pequeño paso lo que proporciona la amplificación mecánica necesaria para apreciar longitudes muy pequeñas (actualmente del orden de  $1\mu\text{m}$ ). El fundamento de este instrumento parece ser que fue descubierto en 1637 por William Gascoigne, astrónomo inglés, circunstancia comunicada por Hooke, treinta años después, a la Royal Society aunque no hay constancia de la difusión industrial de micrómetros similares a los actuales hasta que transcurren unos doscientos años.

En 1772 James Watt construyó un micrómetro, actualmente en el Museo de la Ciencia de Londres, que aplicó en las medidas de su máquina de vapor. Es histórico el informe de Watt en el que señala que los cilindros de su máquina de vapor, mecanizados con la mandrinadora ideada por Wilkinson, alcanzaban una uniformidad de diámetro dentro del espesor de un penique desgastado.

Henry Maudslay (1771 - 1831), considerado el iniciador de la mecánica de precisión en la industria por las numerosas e importantes aportaciones que introdujo en las máquinas-herramienta, también desarrolló un dispositivo micrométrico para el control dimensional de sus propios trabajos. Con este instrumento consiguió tal prestigio que cualquier litigio técnico se daba por zanjado con el resultado de la medida en el mismo. Por tal motivo se denominó a su aparato micrométrico *Señor Canciller*. El instrumento de Maudslay, que también puede contemplarse en el Museo de la Ciencia de Londres, permitía realizar lecturas de  $0,0001''$ . Con los resultados de unas comprobaciones a las que fue sometido en 1918, en el National Physical Laboratory (NPL), se puede estimar la incertidumbre del *Señor Canciller* en el orden de la centésima de milímetro, lo que permite aceptar que las mejores máquinas de Maudslay alcanzaron precisiones del orden de  $0,02\text{ mm}$ .

A partir de las ideas de Maudslay, el también británico Joseph Whitworth (1803 - 1887) construyó un comparador horizontal en el que, mediante el paso del tornillo micrométrico y un nonius, se podían efectuar lecturas de  $0,00025\text{ mm}$ . Posteriormente, construyó otra máquina más robusta con campo de medida de una pulgada ( $\approx 25\text{ mm}$ ) y apreciación de 1 micropulgada ( $\approx 0,000025\text{ mm}$ ). No obstante, la incertidumbre de medida con estas máquinas era bastante mayor que su división de escala. Según pruebas efectuadas hace doce años por el NPL, la incertidumbre global de la máquina millonésima de Whitworth se estima en el orden de  $0,003\text{ mm}$ , con repetibilidades de unos  $0,0003\text{ mm}$ .

La primera patente de un micrómetro básicamente semejante a los actuales es del francés Jean Laurent Palmer (1848), por lo que es frecuente la designación popular de este instrumento como *palmer*. A partir de su presentación en la Exposición de París

de 1867, numerosos fabricantes realizaron micrómetros para diferentes aplicaciones que, a finales del siglo XIX, estaban introducidos en la mayor parte de las industrias de fabricación.

### 1.1.8. La Convención del Metro

A partir de la definitiva implantación en Francia del sistema métrico (1840), se inicia una intensa actividad internacional, dirigida desde París, para extender y generalizar su utilización en todas las naciones. Las exposiciones universales de la segunda mitad del siglo XIX constituyeron un importante punto de encuentro para insistir sobre la necesidad de un único sistema de unidades en todo el mundo.

Con motivo de la Exposición de París de 1867, los delegados de la mayor parte de los países presentes constituyeron el *Comité de pesas, medidas y monedas*, con la finalidad de estudiar su uniformidad. Nuevas comisiones y organizaciones se constituyeron y trabajaron en los años siguientes, hasta que el Gobierno francés, el 16 de noviembre de 1869, invitó formalmente a treinta y ocho naciones para constituir una Comisión internacional sobre el particular. El sistema métrico ya había sido oficialmente adoptado en doce países europeos y en otros tantos iberoamericanos. En España, su implantación se produjo mediante ley publicada en la Gaceta de Madrid el 22 de julio de 1849, reinando Isabel II.

La Comisión internacional se constituyó en París el 8 de agosto de 1870, pero no contó con una gran asistencia debido a la guerra franco-prusiana que acaba de estallar. No obstante, la Comisión internacional volvió a reunirse en 1872 y acordó construir unos nuevos patrones del metro y del kilogramo, en platino iridiado, derivados de los patrones conservados en los Archivos. La sección transversal del nuevo patrón fue propuesta por H. Tresca, que la diseñó en forma de X para optimizar la relación rigidez/masa y con cierta asimetría para conseguir que el plano neutro coincidiese con la superficie exterior en la que deben grabarse los trazos. La decisión de abandonar la definición del metro como la diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre se adoptó para evitar que hubiese que modificar progresivamente el valor de la unidad de longitud al hacerse más precisas las determinaciones de aquél. Esto suponía abandonar las "definiciones naturales y universales" de ambos patrones en favor de un patrón material único para cada unidad que, mediante comparación, permitiera derivar patrones secundarios. Fue una decisión pragmática en aras de la precisión, habida cuenta de que las determinaciones geodésicas no podían asegurar una reproducibilidad similar a la que ya podía obtenerse sobre buenos patrones de trazos. Para reducir las consecuencias de una eventual destrucción, una serie de copias del patrón fundamental asegurarían su continuidad si fuese necesario.

Un Comité Permanente de la Comisión Internacional presidido por el general español D. Carlos Ibáñez e Ibáñez de Ibero (todavía coronel), prosiguió los trabajos de unificación durante 1873 y 1874 y, finalmente, el Gobierno francés convocó la Conferencia Diplomática del Metro que se reunió en París el 1 de marzo de 1875 y mantuvo una segunda reunión el 12 de abril del mismo año. Los acuerdos se estructuraron en tres grupos: la Convención, el Reglamento y las Disposiciones transitorias. La Convención creó la Oficina o Buró Internacional de Pesas y Medidas (BIPM), órgano científico y permanente, con sede en París, supervisado por un Comité Internacional (CIPM), dependiente de una Conferencia General (CGPM).

La Convención del Metro se firmó por diecisiete estados el 20 de mayo de 1875, habiéndose decidido ya emplazar el BIPM en el antiguo Pabellón de Breteuil, a la entrada del Parque de Saint Cloud, donde continúa en la actualidad. El General Ibáñez e Ibáñez de Ibero fue el primer Presidente del Comité Internacional de Pesas y Medidas, cargo que desempeñó hasta su muerte acaecida en 1891. En la actualidad, unos cincuenta países son miembros de la Convención.

La 1ª Conferencia General de Pesas y Medidas se celebró en 1889 para aprobar las nuevas definiciones de metro y del kilogramo y sancionar las ecuaciones de comportamiento de los treinta y un patrones a trazos del metro y de los cuarenta y tres kilogramos. Estableció que el prototipo del metro escogido por el CIPM (precisamente el número 6), a la temperatura del hielo fundente, representara en adelante la unidad métrica de longitud. Asimismo, que el prototipo del kilogramo adoptado por el CIPM (identificado como K III) se considerara en adelante como unidad de masa. Algunas resoluciones posteriores precisaron la aplicación de estas definiciones a la hora de diseminar el valor de la unidad a otros patrones secundarios.

Las actuales misiones de BIPM se concretan en:

- establecer los patrones fundamentales y las escalas de las principales magnitudes físicas y conservar los prototipos internacionales
- efectuar la comparación de los patrones nacionales e internacionales
- asegurar la coordinación de las técnicas de medida correspondientes
- efectuar y coordinar las determinaciones relativas a las constantes físicas que intervienen en las actividades señaladas

La 11ª Conferencia General de Pesas y Medidas (1960) estableció el Sistema Internacional de Unidades (SI) que han adoptado la práctica totalidad de los países en la mayor parte de sus relaciones internacionales y que progresivamente va incrementando su presencia en las especificaciones y normas técnicas nacionales y supranacionales. Las actualizaciones del SI han de ser aprobadas por la Conferencia General de Pesas y Medidas.

En España, el Sistema Internacional de Unidades fue declarado de uso legal mediante la Ley 88/1967, con una actualización de las unidades en 1974. Esta decisión fue posteriormente confirmada por la Ley 3/1985, reiterándose el establecimiento del SI como Sistema Legal de Unidades en España por Real Decreto 1317/1989.

## **1.2. Sistema Internacional de unidades**

### **1.2.1 La necesidad de un sistema de unidades completo**

El establecimiento de verdaderos cuerpos de doctrina sobre el electromagnetismo, la termodinámica y la óptica, durante el siglo XIX, y el desarrollo de la electrónica y los avances en el conocimiento de la estructura de la materia condensada en el presente siglo, privaron de su situación hegemónica a las tradicionales unidades mecánicas: metro, kilogramo y segundo. En la actualidad, coexisten junto a ellas, con el mismo rango de fundamentales o básicas, otras cuatro unidades (amperio, kelvin, candela y mol) y un gran número de unidades derivadas.

Asimismo, la importancia adquirida por la utilización de la electricidad determinó la necesidad de normalizar otras unidades, además de las mecánicas, a finales del siglo pasado. Como referencias en el desarrollo de las aplicaciones de la electricidad pueden señalarse las siguientes fechas:

1881	Se inaugura la primera central eléctrica en Godalming (Inglaterra)
1882	Se presenta un trolebús de la casa Siemens
1890	Se instala la primera locomotora eléctrica en transporte subterráneo, City & South London Railway
1894	Comienza el servicio la primera locomotora eléctrica de superficie, Baltimore Ohio (USA)

Giovanni Giorgi, físico e ingeniero italiano (1871-1950), propone en el Congreso de Electrotecnia de Roma (1901) un sistema basado en las unidades metro, kilogramo, segundo y amperio (MKSA). La Comisión Electrotécnica Internacional (CEI) lo sanciona en 1935.

La 9ª CGPM acuerda suprimir las unidades eléctricas "internacionales" en 1948 y establece la actual definición del amperio. Francia que utilizaba el sistema de Gauss, adopta la nueva definición.

Además, de la misma forma que las tecnologías van haciéndose cada vez más multidisciplinarias, se van ampliando las relaciones entre diferentes fenómenos físicos, hace años imaginados como independientes, debido al mejor conocimiento de sus leyes de comportamiento. Sin que se cuestione, por el momento, la reducción de las actuales siete unidades básicas del SI, lo que sí es cierto es que la asignación de valores exactos a determinadas constantes físicas, con carácter absoluto y universal, está alterando la forma de materializar las correspondientes unidades básicas. Tal es el caso del metro que en 1960 (11ª CGPM) fue definido a partir de la longitud de onda de una determinada radiación del krypton 86, y que en 1983 (17ª CGPM) fue redefinido como la longitud del espacio recorrido por la luz, en el vacío, durante  $1/299792458$  de segundo. El prototipo internacional de platino iridiado y el metro de los Archivos quedan ya muy lejos en la historia.

La unidad de tiempo, el segundo, fue definido en 1967 (13ª CGPM) por la duración de un cierto número de periodos de una determinada radiación atómica del cesio 133. La referencia natural que representa la rotación de la Tierra había sido desplazada por otra referencia natural, mucho más precisa.

La actualización de estas definiciones no es caprichosa. El deseo de profundizar en el conocimiento de las leyes físicas y la necesidad de fabricar con tolerancias cada vez más reducidas, obliga a mediciones con menores incertidumbres. Como la diseminación de las unidades desde los patrones fundamentales hasta los instrumentos de medida empleados en la investigación y en la metrología industrial siempre se concreta en una serie de sucesivas calibraciones o comparaciones que, inevitablemente, incrementan la incertidumbre, sólo hay dos formas de disponer de métodos de medida más ajustados y precisos: comenzar con menores incertidumbres o reducir el número de calibraciones necesarias en la cadena de trazabilidad desde el instrumento al patrón fundamental.

De hecho, las sucesivas definiciones de las unidades básicas del SI se introducen para conseguir ventajas de ambas situaciones, y porque su empleo permite métodos operativos de más fácil difusión. Así, por ejemplo, la incertidumbre con la que se podía transferir el metro de los Archivos era del orden de  $10\ \mu\text{m}$ , que se redujo con el metro de platino iridiado de 1889 a unos  $0,2\ \mu\text{m}$  pero la diseminación a los patrones secundarios exigía la construcción de complejos comparadores de empleo bastante laborioso.

Durante el primer cuarto del presente siglo se perfeccionaron los comparadores y sistemas de división para la diseminación del metro, y se concibieron las primeras máquinas medidoras con escalas graduadas. Después de la 1ª Guerra Mundial, se podían realizar mediciones con estos instrumentos con incertidumbres del orden de  $1\ \mu\text{m}$ .

En 1937, el BIPM advirtió que con las escalas de trazos que fabricaba la Sociedad Ginebrina de Instrumentos de Física (GSIP) se derivaban mediciones más precisas que las deducidas del prototipo patrón y encargó a dicha compañía el rectificado y redivisión de patrones secundarios, con tan buen resultado que recomendó aplicar el procedimiento a los patrones nacionales depositados en los respectivos países.

En aquella época, ya se habían realizado numerosas medidas interferométricas con objeto de decidir si la longitud de onda de una radiación luminosa era susceptible de utilización como patrón primario de longitud. Las primeras experiencias se efectuaron en el BIPM, con la participación del propio Michelson que trasladó allí su interferómetro, y se centraron en la medida de la longitud de onda de la raya roja del cadmio. Aunque advirtieron que la radiación no era suficientemente monocromática para servir como patrón primario de longitud, sus trabajos permitieron establecer un patrón muy preciso que durante unos sesenta años fue la referencia de todos los trabajos espectroscópicos y de las dimensiones atómicas. Aunque la definición del Angström (1907) a partir de la raya roja del cadmio se comprobó posteriormente que le atribuía un valor ligeramente diferente a  $0,000000001\ \text{m}$ , ello no alteró los valores relativos de las diferentes rayas espectrales que se establecían mediante comparaciones.

Sin embargo, la situación empezó a ser preocupante después de la 2ª Guerra Mundial al perfeccionarse los métodos espectroscópicos y disponerse de fuentes espectrales cada vez más precisas, lo que llevaba de hecho a la existencia de dos patrones diferentes para la unidad de longitud. Después de varios años de verificaciones sobre diferentes elementos, la recomendación del abad Mouton volvió a encontrar respuesta al decidir adoptar de nuevo un patrón universal y absoluto, que establecía el metro el partir del kriptón 86 (1960) en la forma antes indicada. Con ello se avanzó en precisión al alcanzarse mediante métodos interferométricos incertidumbre relativas de hasta  $4\ \text{nanómetros}$  ( $0,004\ \mu\text{m}$ ) en la longitud de onda patrón. Al mismo tiempo, se impulsó la diseminación de las unidades pues prácticamente la totalidad de los países desarrollados instalaron interferómetros para trasladar la unidad de longitud a los patrones materiales más precisos (bloques patrón longitudinales). En el máximo nivel de precisión interferométrica, las comparaciones internacionales proporcionaron, a partir de la reproducibilidad de sus resultados, una incertidumbre mucho más operativa y ajustada que con los anteriores métodos de comparación y división.

A pesar de las ventajas reseñadas, la nueva definición del metro nació con plomo en las alas. En los años sesenta comenzaron las aplicaciones de los láseres y al principio de la década siguiente la estabilización a largo plazo de láseres de helio-neón permitió disponer de longitudes de onda muy monocromáticas que pudieron medirse por interferometría con una resolución muy superior a la del patrón de kriptón y con incertidumbres relativas unas diez veces menores. Al mismo tiempo, fue posible determinar las frecuencias de algunos de estos láseres con incertidumbres relativas de algunas partes en diez mil millones, por lo que la determinación del valor de la velocidad de la luz pudo realizarse multiplicando la frecuencia por la longitud de onda del láser. Aún admitiendo como incertidumbre de la longitud de onda la correspondiente a la de la definición en vigor, los valores de la velocidad de la luz resultaron con incertidumbres unas trescientas veces menores que las mejores determinaciones anteriores. Todo ello condujo a la adopción de un valor convencionalmente exacto para dicha velocidad, igual a 299.792.458 m/s, y la redefinición del metro en 1983.

Dado que el valor de la velocidad de la luz se establece por convenio, cabría pensar que una decisión más racional hubiese sido la de redondearlo a 300.000.000 m/s. Sin embargo ello habría vulnerado el principio de continuidad que se aplica desde hace varios siglos para la actualización de los sucesivos patrones. El prototipo internacional de platino iridiado (1889) fue el metro nº 6 de los treinta y uno construidos porque resultó el más concordante con el metro de los Archivos (1799). El número de longitudes de onda de la radiación de kriptón (1960) se decidió para que el valor del nuevo metro se correspondiera con la longitud entre trazos del metro de platino iridiado, dentro del intervalo de incertidumbre de dicho prototipo. Finalmente, la adopción de 299.792.458 m/s para la velocidad de la luz asegura la continuidad, pues con ese valor las mejores determinaciones actuales de la longitud de onda o de la frecuencia de láseres estabilizados hacen coincidir el metro con el valor de la unidad precedente en el interior del mejor intervalo de incertidumbre conseguido con la lámpara de kriptón.

En la actualidad, la única unidad fundamental cuya realización no se efectúa mediante un fenómeno físico es el kilogramo, que se identifica con un objeto material. No obstante, el prototipo de 889, vigente más de un siglo, puede también en pocos años ceder su puesto a un fenómeno de tipo atómico o nuclear, donde el mundo físico parece comportarse con una gran regularidad que resulta idónea para el establecimiento de referencias naturales.

### 1.2.2. La estructura del Sistema Internacional de unidades (SI)

En 1960 la 11ª CG PM establece el Sistema Internacional de unidades (SI) con la cuatro unidades fundamentales del sistema Giorgi, añadiendo la de temperatura termodinámica (*kelvin*) y la de intensidad luminosa (*candela*). En 1971 la 14ª CGPM incorpora la unidad de cantidad de materia o cantidad de sustancia, que denomina *mole* y abrevia *mol*, aunque es una unidad que a veces se cuestiona como fundamental.

El SI introduce varias clases de unidades:

- unidades *básicas* o *fundamentales*, que son las siete indicadas, consideradas independientes desde el punto de vista dimensional
- unidades *derivadas*, establecidas a partir de las unidades fundamentales

mediante las relaciones que ligan las magnitudes derivadas con las fundamentales

- unidades *suplementarias*, las unidades de ángulo plano (radián) y ángulo sólido (estereorradián), sobre las que existía cierta discusión; el CIPM (1980) ha precisado que ambas magnitudes deben considerarse como magnitudes derivadas sin dimensiones

Aunque todas las unidades derivadas pueden expresarse en función de las fundamentales, algunas tienen nombre especial (newton, pascal, tesla, voltio, julio, ... ).

Los símbolos de las unidades se escriben de acuerdo con las siguientes reglas:

- Siempre en caracteres romanos (rectos) y en minúsculas (como mm), excepto cuando el nombre de la unidad procede del nombre o apellido de una persona, en cuyo caso la primera letra es mayúscula (como N, Pa y Hz)
- Nunca en plural ( es decir, 12 kg y no 12 kgs)
- Nunca con punto final (por tanto, 12 kg y no 12 kg.)

Además:

- Se puede incorporar un punto central para indicar el producto, pero debe cuidarse el orden de los símbolos para evitar otras interpretaciones. Así, se puede escribir Nm ó N·m, pero nunca mN que se interpretaría como milinewton ( $10^{-3}$  N)
- El cociente se puede notar con una barra ( $m/s^2$ ) pero se prefiere  $\frac{m}{s^2}$ ; ó mejor  $m \cdot s^{-2}$
- No deben emplearse dos o más barras en un mismo símbolo: O sea, nunca se escribirá m/s/s sino  $m/s^2$

### 1.2.3. Unidades básicas del SI

Las unidades básicas del SI son las siete ya señaladas, que corresponden a las magnitudes indicadas entre paréntesis: metro (longitud), kilogramo (masa), segundo (tiempo), amperio (intensidad de corriente eléctrica), candela (intensidad luminosa) y mole (cantidad de materia o sustancia).

Seguidamente se indican sus definiciones vigentes, la fecha en la que se adoptaron o modificaron por última vez y algunos comentarios sobre las mismas.

#### **METRO (m):**

Longitud recorrida por la luz en el vacío durante 1/299.792.458 s

Esta definición fue adoptada por la 17ª CGPM (1983) y presupone la consideración de la velocidad de la luz en el vacío ( $c$ ) como constante universal exacta, sin incertidumbre, con valor 299.792.458 m/s.

Las sucesivas definiciones del metro y la incertidumbre de su realización o primera disseminación han sido las siguientes:

Año	CGPM	Incertidumbre	Observaciones
1799	-	10 $\mu\text{m}$	Metro de los Archivos, de platino, prismático con sección rectangular
1889	1 <sup>a</sup>	0,2 $\mu\text{m}$	Patrón único hasta 1960, de platino iridiado y sección en "X" asimétrica
1960	11 <sup>a</sup>	4 $\mu\text{m}$	Lámpara de kriptón 86: 1.650.763,73 longitudes de onda, en el vacío, de la transición $2p_{10}$ a $5d_5$
1983	17 <sup>a</sup>	1 nm $10^{-11}$ m	Definición actual Según últimas recomendaciones de operación (C1PM, 1993)

El CIPM recomienda que el metro se realice por alguno de los siguientes procedimientos:

- Onda electromagnética plana en el vacío, midiendo  $t \Rightarrow l = c \cdot t$
- Onda electromagnética plana en el vacío, midiendo  $f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f}$
- Radiaciones recomendadas para emplear con valores e incertidumbres especificados de  $\lambda$  ó  $f$ , si se realizan de acuerdo con las especificaciones. Estas radiaciones son:
  - De láseres estabilizados con rayas de absorción saturada (uno de  $\text{CH}_4$  y cuatro de  $\text{I}_2$ )
  - De lámparas espectrales de Kr (primario en definición anterior) ó Kr, Hg, Cd (secundarios en definición anterior)

En el Laboratorio de Metrología y Metrotecnica del Departamento de Física Aplicada de la E. T. S. de Ingenieros Industriales (U.P.M.) disponemos de tres láseres de uno de los cinco tipos c)1. con los que se han efectuado cuatro comparaciones internacionales entre 1991 y 1995. Concretamente se trata de láseres de  $^{127}\text{I}_2$ , transición 11-5, R(127), componente i, con:

$$f = 473612214,8 \text{ MHz}$$

$$\lambda = 632991398, 1 \text{ fm}$$

### KILOGRAMO (kg)

Masa del prototipo internacional del kilogramo conservado en el BIPM

Fue sancionado por la 1<sup>a</sup> CGPM (1889). El kilogramo es la única unidad que se establece a partir de un patrón material único (las otras se realizan mediante experiencias) y posee ya más de un siglo de antigüedad. En aquél momento se fabricaron cuarenta patrones y se adoptó como prototipo del kilogramo el K III, repartiéndose treinta y cuatro secundarios de los que correspondieron dos a España, actualmente custodiados por el Centro Español de Metrología (CEM).

Los patrones citados se realizaron en platino iridiado (90 % Pt, 10 % Ir) y poseen una densidad y volumen aproximados de  $21,55 \text{ kg/dm}^3$  y  $46,40 \text{ cm}^3$ , respectivamente. También se fabrican secundarios de acero inoxidable (20 % Cr, 20 % Ni), en los que los valores aproximados de la densidad y el volumen son  $7,8 \text{ kg/dm}^3$  y  $128,4 \text{ cm}^3$ , respectivamente.

Los secundarios se pueden comparar con el kilogramo asegurando hasta  $10^{-8}$  kg, límite impuesto por la repetibilidad de los comparadores (balanzas) empleados y por la incertidumbre de las correcciones necesarias.

### **SEGUNDO (s)**

Duración de 9192631 770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133

según definición aprobada por la 13ª CGPM (1967).

En relación con esta unidad se presentan dos grandes grupos de aplicaciones que condicionan de alguna forma su puesta en práctica. El tiempo, entendido como la duración existente entre dos acontecimientos determinados, se ajusta bien a las necesidades físicas (con las matizaciones adecuadas respecto de la física clásica y la relativista). Sin embargo, en sus relaciones cotidianas, el hombre necesita patrones de tiempo adaptados a sus necesidades; biológicamente estamos acostumbrados a dormir por la noche y trabajar durante el día, al menos habitualmente; históricamente, los habitantes de cada país están acostumbrados a que las variaciones climáticas se repitan anualmente en los mismos meses (estaciones); etc. Este tiempo natural, que podría denominarse tiempo-calendario, es el que permite establecer la hora que regula todas nuestras actividades y su determinación preocupó a la humanidad desde sus albores.

El establecimiento de la hora obliga a escoger un origen en la escala de tiempos y así surgieron las fechas y los calendarios. Su mantenimiento requiere la utilización de patrones basados en fenómenos periódicos cuya oscilación posea la regularidad y estabilidad suficientes. Además, la hora debe ser transportada a todos los usuarios con la precisión requerida para las diferentes aplicaciones.

Las mejores instalaciones que mantienen actualmente algunos laboratorios permiten obtener incertidumbres relativas en la medida del tiempo del orden de  $10^{-14}$ , para mediciones comprendidas entre algunas horas y varios días. En el comercio existen patrones de cesio que permiten obtener incertidumbres relativas de  $3 \cdot 10^{-12}$ .

También se dispone de relojes y generadores de frecuencia muy estables, como el maser de hidrógeno y los relojes de cuarzo o rubidio, cuya frecuencia se calibra con un patrón de cesio, directamente a través de ondas hertzianas, lo que permite disponer sobre la superficie de la Tierra de señales en frecuencia con incertidumbres relativas comprendidas entre  $10^{-11}$  y  $5 \cdot 10^{-13}$ .

El primer patrón natural empleado por el hombre para la medida del tiempo fue la sucesión de los días y las noches, cuya causa - la rotación de la Tierra alrededor de su eje polar - fue conocida mucho después. Se resumen a continuación algunas de las escalas de tiempo empleadas y sus diferencias.

El *tiempo solar* (TS) se determina por la observación de la posición del Sol desde la Tierra, correspondiendo el día solar al intervalo de tiempo existente entre dos observaciones sucesivas del Sol en una misma posición, respecto de una referencia fija a la Tierra (por ejemplo, el meridiano del lugar). Sin embargo, el día solar no tiene el mismo valor a lo largo del año debido las siguientes causas:

- a) Oblicuidad del plano de la eclíptica (trayectoria aparente del Sol sobre la bóveda celeste a lo largo del año) respecto del plano ecuatorial, con valor aproximado de  $23^{\circ}27'$
- b) Excentricidad de la órbita terrestre alrededor del Sol, lo que determina que la distancia al Sol y la velocidad de traslación de la Tierra sean variables de un punto a otro
- c) Irregularidades en la rotación de la Tierra

Con objeto de eliminar las variaciones debidas a las causas a) y b), se estableció el *tiempo solar medio* (TSM) que es el que se obtendría con un Sol ficticio que recorriese la eclíptica de forma uniforme empleando el mismo tiempo para recorrerla que el Sol real, lo que se correspondería con una órbita terrestre circular, recorrida uniformemente y situada, además, en un plano ecuatorial.

El día solar medio es el promedio de los días solares de un año, definiéndose el segundo como  $1/86.400$  del día solar medio.

Un año es el intervalo de tiempo existente entre dos pasos sucesivos del Sol por un mismo punto de la bóveda celeste, cuando se observa desde la Tierra. Suele adaptarse como punto de referencia el punto de Aries ( $\gamma$ ), primer punto vernal o equinoccio de primavera, que es el punto en que se cortan el ecuador celeste y la eclíptica cuando el Sol asciende. Se obtiene, en este caso, el año solar o año trópico. El año trópico tiene una duración algo superior a 365 días, concretamente es igual a 365,2422 días solares medios, lo que determina correcciones en el calendario (años bisiestos) para evitar pérdidas de sincronismo entre la fecha y la hora respecto del Sol.

La ecuación del tiempo es una lemniscata que define la diferencia TS- TSM para un lugar e instante determinados (suele adoptarse la corrección para el paso del Sol por el meridiano). Aunque las diferencias diarias entre ambos tiempos son de unos 15 segundos, la acumulación de los días determina que se alcancen variaciones del orden de  $\pm 15$  minutos/año.

Con esta base se implantó el tiempo civil de *Greenwich* (1883/1884) que posteriormente dio lugar al tiempo universal (TU), del que existen tres variantes según el tipo de correcciones utilizadas: UT0, UT1 y UT2, todas ellas relacionadas con irregularidades de la rotación terrestre.

Se generalizó así el empleo de husos horarios (24 de  $15^{\circ}$  para cubrir toda la Tierra), y la adopción de un número entero de horas entre diferentes husos horarios, con una línea de cambio de fecha en el Pacífico, aproximadamente coincidente con el meridiano  $180^{\circ}$  o antimeridiano, de forma que al atravesarla viajando hacia el Este debe reducirse una fecha y, simétricamente, la fecha debe incrementarse en un día cuando se atraviesa la línea de cambio de fecha desde el Este hacia el Oeste.

En Astronomía se emplea el tiempo sidéreo y el tiempo de efemérides.

El *tiempo sidéreo* se establece a partir del día sidéreo que es el intervalo de tiempo existente entre dos pasos sucesivos del punto de Aries por el meridiano del lugar. Su empleo elimina los problemas de inclinación y excentricidad de la órbita terrestre, pero no las irregularidades de la rotación diaria.

Además el punto de Aries no ocupa siempre la misma posición sino que se desplaza sobre la eclíptica en sentido retrógrado (contrario al del movimiento aparente del Sol) debido al movimiento de precesión del eje polar, lo que hace que el polo describa una circunferencia sobre la bóveda celeste una vez cada 26.000 años, aproximadamente. Por este motivo el punto de Aries, así designado por los griegos hace unos 2500 años por encontrarse en la constelación de dicho nombre, se ha desplazado unos 30° y se sitúa en la actualidad en la constelación de Piscis.

Debido a la precesión de los equinoccios, el año sidéreo es unos veinte minutos mayor que el año solar o año trópico ( $365 \times 24 \times 60 / 26.000 \approx 20$  minutos).

Por otra parte, el Sol se mueve respecto de las demás estrellas sobre la bóveda celeste, describiendo la eclíptica cada año, por lo que cada día amanece unos cuatro minutos antes ( $365 \times 4 = 1.460 \approx 24 \times 60$ ). Este es el motivo por el que va variando la parte nocturna de la bóveda celeste y la sucesión de las constelaciones de verano e invierno. Más exactamente,

$$1 \text{ día sidéreo} = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4.09 \text{ s}$$

Las efemérides son las tablas con las posiciones de los cuerpos celestes publicadas antes de su ocurrencia. Eran un elemento imprescindible en la navegación hasta la implantación de los sistemas de posición mediante señales de satélites en época reciente.

El *tiempo de efemérides* (TE) es el que debe figurar en las ecuaciones de la mecánica cuando se analiza el movimiento de los cuerpos celestes. y fue la base de la definición del segundo en la 11ª CGPM (1960) como la fracción  $131.556.925,9747$  del año trópico para enero 0 de 1900 a 12 horas del tiempo de efemérides (es decir, del año trópico que se obtendría si se mantuviesen uniformemente las condiciones de giro de la Tierra de ese instante).

Los inconvenientes de todos estos "tiempos" es que son más irregulares que otros patrones naturales (transiciones electrónicas en átomos) que se han ido perfeccionando en las dos últimas décadas. Así, por ejemplo, el día solar medio es aproximadamente 1,6 ms más largo cada siglo, debido a efectos de las mareas sobre el giro de la Tierra. Por todo ello, la CGPM redefinió el segundo en 1967, según la definición recuadrada, planteándose el problema de la desincronización entre el tiempo atómico y el tiempo universal.

Como ya se ha indicado, es posible disponer de señales horarias del *tiempo atómico internacional* (TAI) gracias a los sistemas de satélites GPS ("global positioning system"). Para no separarse del tiempo universal se ha establecido el *tiempo universal*

*coordinado* (TUC) que difiere del tiempo atómico internacional en un número entero de segundos, de forma que su separación del tiempo universal (UT1) resulte siempre inferior a 0,9 segundos. Para ello se añade o resta 1 s al TAI, una o dos veces al año, en fechas fijas, lo que se inició el 1 de enero de 1972 con  $TUC - TAI = -10$  s, diferencia que estaba en -26 s en 1991.

Para duraciones entre diez y veinte días, el TUC se puede determinar con incertidumbre relativa del orden de  $10^{-13}$ .

### **AMPERIO (A)**

Intensidad de una corriente eléctrica constante que, mantenida en dos conductores paralelos rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y colocados en el vacío a una distancia de un metro uno de otro, produce sobre estos dos conductores una fuerza igual a  $2 \cdot 10^{-7}$  newton por metro de longitud

Aunque esta definición continúa en vigor desde su aprobación por la 9ª CGPM (1948), no ha resultado operativa pues se consiguen menores incertidumbre por otros métodos. Sin embargo, se mantiene la definición y la consideración del amperio como unidad básica por razones históricas.

Actualmente se realiza el voltio mediante el efecto Josephson y el ohmio por efecto Hall cuántico, con incertidumbres relativas del orden de  $4 \cdot 10^{-7}$  y  $2 \cdot 10^{-7}$ , derivándose el amperio a partir de ambas.

### **KELVIN (K)**

Fracción  $1/273,16$  de la temperatura termodinámica del punto triple del agua

Esta definición fue acordada por la 13ª CGPM (1967), admitiéndose el empleo de la escala Celsius relacionada con la escala de temperatura termodinámica mediante:

$$\theta (^{\circ}\text{C}) = T (\text{K}) - T_0$$

donde  $T_0 = 273,15$  K, por definición.

La escala de temperatura se materializa mediante una serie de puntos fijos y unas reglas de interpolación entre ellos. El uno de enero de 1990 entró en vigor la Escala Internacional de Temperatura EIT-90 que sustituía a las escalas EIPT-68 y EPT-76 en vigor hasta esa fecha.

No es fácil conseguir incertidumbres inferiores a 1 mK en medidas hasta 373 K, incrementándose las incertidumbres para temperaturas más altas.

### **MOLE (mol)**

Cantidad de sustancia o de materia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en 0,012 kg de carbono 12.

Cuando se emplee el mole, las unidades elementales deben ser especificadas y pueden ser átomos, moléculas, iones, electrones, otras partículas o agrupaciones especificadas de tales partículas.

según acuerdo de la 14ª CGPM (1971).

### **CANDELA (cd)**

Intensidad luminosa, en una dirección dada, de una fuente que emite una radiación monocromática de frecuencia  $540 \cdot 10^{12}$  Hz y cuya intensidad energética en esta dirección es de 1/683 W /sr

definición adoptada por la 16ª CGPM (1973).

La candela es la unidad que presenta peor reproducibilidad siendo, por consiguiente, la unidad con mayor incertidumbre relativa en su realización.

Las principales disposiciones legales españolas relacionadas con el SI son las siguientes:

- Ley 88/1967, que declara el SI de uso legal en España y obligatoria su enseñanza en todos los niveles del sistema educativo
- Decreto 1257/1974, que introduce modificaciones del SI posteriores a 1960
- Ley 3/1985, que confirma el empleo del SI y establece normas generales sobre metrología en España
- Real Decreto 1317/1989, que ratifica el Sistema Legal de Unidades en España.
- Real Decreto 648/1994, por el que se declaran los patrones nacionales de medida de las unidades básicas del Sistema Internacional de unidades

#### **1.2.4. Múltiplos y submúltiplos en el SI**

En el SI se denominan múltiplos decimales de una unidad las cantidades de la magnitud en cuestión que se obtienen mediante multiplicación de la unidad por determinadas potencias de 10 de exponente entero y positivo; cuando los mismos exponentes se consideran negativos, se obtienen los submúltiplos decimales de la unidad.

El SI designa los múltiplos y submúltiplos decimales mediante un prefijo que se aplica delante del nombre de la unidad (por ejemplo, microgramo ó picofaradio). Asimismo, establece símbolos para cada uno de los veinte múltiplos y submúltiplos actuales, que se recogen en la tabla siguiente:

Sistema Internacional de Unidades					
MÚLTIPLOS			SUBMÚLTIPLOS		
Prefijo	Símbolo	Factor	Prefijo	Símbolo	Factor
deca	da	10	deci	d	10 <sup>-1</sup>
hecto	h	10 <sup>2</sup>	centi	c	10 <sup>-2</sup>
kilo	k	10 <sup>3</sup>	mili	m	10 <sup>-3</sup>
mega	M	10 <sup>6</sup>	micro	μ	10 <sup>-6</sup>
giga	G	10 <sup>9</sup>	nano	n	10 <sup>-9</sup>
tera	T	10 <sup>12</sup>	pico	p	10 <sup>-12</sup>
peta	P	10 <sup>15</sup>	femto	f	10 <sup>-15</sup>
exa	E	10 <sup>18</sup>	atto	a	10 <sup>-18</sup>
zetta	Z	10 <sup>21</sup>	zepto	z	10 <sup>-21</sup>
yotta	Y	10 <sup>24</sup>	yocto	y	10 <sup>-24</sup>

Los doce primeros se introdujeron al establecer el SI (12ª CGPM, 1960). La 12ª CGPM (1964) añadió los submúltiplos femto y atto. En la 14ª se establecieron los múltiplos peta y exa. La 19ª CGPM incorporó los cuatro últimos: zetta, yotta, zepto y yocto.

Desde el múltiplo tera en adelante, los nombres de los prefijos evocan la cifra a la que debe elevarse 10<sup>3</sup> para obtener el factor correspondiente. El mismo criterio parece haberse iniciado con los dos últimos submúltiplos, donde los nombres zepto y yocto tienen sonidos que recuerdan el de las cifras 7 y 8.

En la utilización de los prefijos deben tenerse en cuenta las siguientes reglas establecidas por ISO y recomendadas por el CIPM:

- Los símbolos de los prefijos deben escribirse en caracteres romanos (rectos), precediendo al símbolo de la unidad SI y sin espacio entre ellos.
- El conjunto obtenido al enlazar el símbolo de un prefijo con el de una unidad es un nuevo símbolo inseparable, de forma que el exponente de la primitiva unidad actúa sobre el nuevo símbolo. Por ejemplo:

$$1 \text{ mm}^3 = (10^{-3} \text{ m})^3 = 10^{-9} \text{ m}^3 (= 10^{-6} \text{ l}) \text{ pero no}$$

$$1 \text{ mm}^3 = 1 \text{ m}(\text{m}^3) (= 1\text{l})$$

- No es recomendable más de un prefijo en una misma expresión. Así, es preferible 10 MPa en vez de 1 daN·mm<sup>-2</sup>.
- No se debe aplicar más de un prefijo a una misma unidad. Por tanto, es correcto 1 GHz pero no lo es 1 kMHz.
- Los prefijos no pueden emplearse solos. Es decir, puede escribirse 10<sup>6</sup>/m<sup>3</sup> pero no M/m<sup>3</sup>.
- Al incluir el prefijo k el símbolo de la unidad de masa (kg), mantenido por razones históricas, los múltiplos y submúltiplos de la masa derivan del gramo (g).

### 1.3. La metrología industrial

Aunque ya se ha indicado la íntima relación existente entre la metrología y la

fabricación en general, en el presente apartado se concreta la forma en la que la metrología interviene en las operaciones industriales, lo que supone establecer conceptos como los de incertidumbre trazabilidad y calibración que son la base de la organización metrológica en la industria, imprescindible en cualquier sistema de calidad, tal y como se expondrá en los capítulos 2 y 3 del presente módulo.

Los niveles de calidad que progresivamente vienen incrementándose en los productos, como consecuencia de las exigencias del desarrollo tecnológico y social, determinan la necesidad de que los fabricantes adopten una serie de acciones dirigidas a actualizar o ampliar sus sistemas de calidad. En la Unión Europea, estas circunstancias se viven actualmente con especial intensidad, como consecuencia del mercado único iniciado el 1 de enero de 1993.

Dentro de los diversos factores, técnicos y humanos, que deben considerarse al analizar cualquier sistema de calidad, se va a centrar la atención en los aspectos metrológicos de la calidad, siendo el principal objetivo poner de manifiesto que cualquier empresa que fabrique componentes, subconjuntos o sistemas más o menos complejos, precisa de una metrología adecuadamente organizada, a fin de conocer las incertidumbres de los instrumentos y equipos de medida que intervienen en sus procesos de medición y poder adoptar las acciones correspondientes (ISO- EN 9000).

Dado que las propias medidas son el resultado de una actividad tecnológica que puede plantearse con mayor o menor nivel de exigencia, es conveniente reflexionar sobre la calidad de las mismas y adoptar, en cada caso, la calidad metrológica necesaria. Pues bien, el indicador de calidad de cualquier medida es su incertidumbre, de lo que se deduce la necesidad de utilizar procedimientos fiables y representativos para su determinación.

### **1.3.1. Especificación de los productos**

Las magnitudes significativas de los productos industriales se especifican habitualmente mediante tolerancias que son, como es bien conocido, los intervalos de valores admisibles que para la magnitud en cuestión se prescriben en cada caso. Las tolerancias surgen en el diseño de cualquier elemento de cierta responsabilidad y determinan el rechazo de los producidos con valores fuera del intervalo de tolerancia.

La especificación mediante tolerancias es compatible con el principio de intercambiabilidad que, desde la Revolución Industrial, constituye la base de la fabricación en serie. El diseño se efectúa de forma que las tolerancias especificadas aseguren la intercambiabilidad de elementos análogos en conjuntos más complejos sin alterar la funcionalidad de los mismos. Desde un planteamiento clásico, no es necesario que para ello se establezcan unos valores *exactos* para las magnitudes críticas (por ejemplo, diámetros de ejes y casquillos que deban acoplarse) sino que es suficiente que dichos valores vengan obligados a pertenecer a un intervalo de tolerancia, de mayor o menor valor según la aplicación y el grado de responsabilidad correspondientes. Sin embargo, un enfoque algo diferente ha ido extendiéndose durante la última década, como consecuencia de los espectaculares resultados conseguidos; se trata del *modelo japonés*, especialmente difundido por G. Taguchi, en el que se establece un valor objetivo dentro del intervalo de tolerancia, que minimiza la función de pérdidas elaborada con criterios de calidad total . En ambos casos, y con más incidencia

en el segundo, es imprescindible conocer la incertidumbre de los instrumentos o sistemas de medida.

Por otra parte, la especificación por tolerancias en los sectores industriales no es exclusiva de los propios productos que se fabrican. En muchos procesos de fabricación no es posible verificar continuamente si el producto ha alcanzado los valores prescritos para concluir su actuación sobre él; las comprobaciones se hacen al finalizar determinadas fases o etapas y, mientras tanto, sólo cabe actuar mediante el control de los medios de producción, lo que suele concretarse en la exigencia de que determinadas variables se sitúen dentro de sus intervalos de tolerancia, o se separen lo menos posible de sus valores objetivo. La verificación de la bondad de la fabricación se efectúa de manera indirecta, a través de la observación y vigilancia de las variables del proceso (desplazamientos relativos de piezas y herramientas, valores de tiempo, presión, temperatura, concentración, etc.).

Una situación similar a la que acaba de describirse se presenta en relación con la seguridad de las personas y la preservación del medio ambiente en determinadas industrias: tal es el caso de las plantas químicas, centrales de producción de energía eléctrica mediante fisión nuclear, etc., donde una imprecisión excesiva en el conocimiento de las variables del proceso puede acarrear consecuencias desastrosas.

La recepción de materias primas y componentes con los que se inicia la actividad productiva en la industria, también debe someterse a prescripciones técnicas que suelen cuantificarse mediante las adecuadas tolerancias.

Asimismo, cierta gama de productos son objeto de verificación de características o de comprobación funcional, una vez acabados, para poner de manifiesto el nivel de prestaciones realmente conseguidas sobre los mismos. Estas operaciones constituyen lo que se conoce con el nombre de ensayo, especialmente cuando se realizan según métodos o procedimientos ampliamente aceptados.

De acuerdo con la Norma Europea ISO/IEC 17025:2005 [2], ensayo es *la operación técnica consistente en determinar una o varias características de un producto, proceso o servicio considerado, de acuerdo con un modo operativo especificado.*

Para que los resultados de los ensayos sean técnicamente representativos y posean la objetividad necesaria, deben efectuarse de acuerdo a normas o procedimientos bien definidos en los que se prescriban adecuadamente el método de trabajo, los valores a imponer a los *parámetros* del ensayo, los límites admisibles para las *magnitudes de influencia* y los intervalos de *valores admisibles* de las variables que permiten decidir si el elemento ensayado cumple o incumple los requisitos especificados.

Aunque los resultados de los ensayos podrían limitarse a una certificación sobre los valores medidos, es muy frecuente calificar dichos valores en relación con las correspondientes tolerancias establecidas por el organismo con autoridad para ello [3].

En resumen, las prescripciones técnicas sobre los productos industriales se establecen en todas las etapas del proceso productivo mediante intervalos de valores admisibles o tolerancias, para las diferentes magnitudes que influyen en su nivel de

calidad. Pero cada vez que hay que decidir si el valor concreto de una magnitud está dentro de tolerancia, es preciso medir, y si la medida no se asegura con la calidad necesaria, aquella decisión puede ser errónea, con lo que queda de manifiesto la imposibilidad de establecer planes de calidad en las industrias que no aseguren adecuadamente sus medidas.

### 1.3.2. La incertidumbre de medida

El verdadero valor de la magnitud a medir (*mensurando*) siempre es desconocido, debido a las imperfecciones que inevitablemente comporta el desarrollo de cualquier actividad humana. Es habitual agrupar las causas de de estas imperfecciones en las cuatro categorías siguientes:

- a) instrumento o equipo de medida
- b) operador o sistema de adquisición de datos
- c) mensurando
- d) otras causas

En realidad, el último grupo recoge las magnitudes y factores de influencia que, de hecho, actúan a través de los tres grupos anteriores, pero suele mantenerse independiente para poner de manifiesto que aunque se imaginara idealmente que, en unas determinadas circunstancias, los tres primeros grupos no fuesen influyentes en sí mismos, la medición podría verse afectada por perturbaciones del tipo d) que afectasen a aquellas. Simétricamente, una situación en la que el grupo d) no resultara significativo no implicaría, necesariamente, que los otros tres grupos tampoco lo fuesen.

Para aclarar lo dicho, puede imaginarse una máquina medidora a por coordenadas que opere en unas condiciones ideales en las que el entorno ambiental (resto del universo) permanece inmutable. Sin embargo, los dispositivos de accionamiento y medida de la misma no son perfectos, por lo que no se comportarán exactamente igual al reiterar secuencias operacionales similares. Lo mismo puede decirse del operador y, aunque pueda resultar inicialmente más extraño, el mensurando también es susceptible de ofrecer un cierto grado de indefinición, sobre todo cuando se pretende asegurar su medida con una gran precisión.

En una situación real, todos los elementos relacionados se verían adicionalmente perturbados por las variaciones del entorno del sistema máquina-mensurando-operador. Por esta razón, cuando se pretenden medidas de gran calidad es necesario controlar el campo de variabilidad de las denominadas magnitudes de influencia, que son aquellas magnitudes que no constituyen el objeto directo de la medida pero que, inevitablemente, están presentes durante la medición y la perturban. Sin embargo, el control de las magnitudes de influencia no puede ser total, en el sentido de reducir a cero su variabilidad, y hay que aceptar un compromiso entre la calidad de las medidas y el coste de aquél control.

Por lo tanto, el resultado de cualquier medida es siempre aproximado, y solamente puede aspirarse a determinar como resultado de la misma un valor en cuyo entorno se sitúe "con gran seguridad" el *valor verdadero* de la magnitud medida que, en realidad, debe entenderse como *valor convencionalmente verdadero*. En efecto, aunque se lograra un control total de las magnitudes de influencia y del operador, y se empleara

un instrumento idealmente perfecto, la propia incapacidad de cualquier mensurando para materializar un único valor de la magnitud en cuestión se pondría de manifiesto utilizando instrumentos de menor *división de escala*, lo que determina que el valor de cada mensurando concreto no pueda asegurarse con un número indefinido de cifras. Es por ello que, en la práctica, el *valor verdadero* del mensurando es sustituido por el *valor convencionalmente verdadero* que es el que se admite como verdadero para una finalidad determinada.

Por todo ello, cualquier medida verdaderamente metrológica, debe incluir una valoración de la precisión del resultado que suele expresarse de forma análoga a la siguiente:

$$L = 17,015 \pm 0,025 \text{ mm} \quad (1)$$

lo que suele entenderse como estimación de que el valor verdadero de la magnitud medida se encuentra "con gran seguridad" entre 16,990 mm y 17,040 mm. Por consiguiente, un resultado de  $17,015 \pm 0,015$  mm es más preciso que el indicado en primer lugar y, por el contrario,  $17,015 \pm 0,040$  mm responde a una medición menos precisa o de menor calidad.

Esta cuantificación de la precisión es lo que se denomina incertidumbre de la medida y se establece, en la mayor parte de las áreas metrológicas, como la semiamplitud del intervalo indicado (intervalo de incertidumbre) que se supone centrado sobre el valor numérico de la medida.

Durante bastante tiempo, se empleó la expresión *error de medida* para cuantificar la imprecisión del método e instrumento de medida utilizados. Además, se insistió en clasificar los errores en sistemáticos y aleatorios, determinado el error de medida como combinación lineal o cuadrática de ambos [4]. Esta división no siempre es sencilla de establecer, lo que unido a la escasa base conceptual de dicha clasificación favoreció que proliferasen diversidad de recetas para calcular los límites máximos de error, con el grave inconveniente de no disponer de criterios uniformes para enjuiciar resultados de mediciones que, obtenidos con métodos e instrumentos análogos, eran efectuados por diferentes personas.

Por todo ello, el Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM) designó un Grupo de Trabajo que analizó en Octubre de 1980 los resultados de una encuesta, dirigida con anterioridad por la Oficina Internacional de Pesas y Medidas (BIPM) a los Laboratorios Nacionales y Organismos cualificados en Metrología de diferentes países. Como resultado de dicho análisis, el Grupo de Trabajo presentó al CIPM la Recomendación INC-1 (1980) sobre "*Expresión de incertidumbres experimentales*" [5], lo que determinó que el CIPM aprobase en su 70ª sesión (octubre 1981) la Recomendación 1 (CI-1981) [6], reiterada en su 75ª sesión (octubre 1986) por medio de la Recomendaciones 1 y 2 (CI-1986) [7]. Lo fundamental de los textos respectivos se resume en los siguientes extremos:

- Dependiendo del método empleado para su determinación numérica, las componentes de la incertidumbre de medida pueden agruparse en dos categorías:
  - a) las que se estiman mediante procedimientos estadísticos, a las que se

- propone denominar de *tipo A*, y
- b) las que se aprecian por otros métodos, a las que se sugiere denominar de *tipo B*.
- Ambos tipos de componentes deben cuantificarse mediante varianzas o cantidades equivalentes, debiendo caracterizarse las situaciones de dependencia - en su caso por las correspondientes covarianzas.
  - La incertidumbre así determinada, puede multiplicarse por un factor superior a la unidad, al objeto de obtener una incertidumbre total mayor, pero a condición de indicar siempre el valor de dicho factor.

Como puede apreciarse, las propuestas anteriores combinan el adecuado nivel de generalidad junto a las precisiones suficientes para alcanzar el deseado grado de homogeneidad en el análisis comparativo de resultados de mediciones similares. Por otra parte, no están tan alejadas de lo que podía considerarse práctica habitual en la acotación de errores hasta 1980 [4]. Las razones que justifican el abandono de la cuantificación de incertidumbres mediante intervalos de confianza son, básicamente, las siguientes:

- La determinación de un intervalo de confianza presupone la aceptación de una función de distribución concreta que caracterice la población de resultados de medida.
- La ley de propagación de varianzas permite, de forma muy simple e independientemente del carácter poblacional, obtener la incertidumbre en medidas indirectas, lo que no es posible - de forma general - si se emplean intervalos de confianza.

Desde el punto de vista práctico, lo que propone el CIPM es desechar la hipótesis de que todas las distribuciones de resultados de medida responden a una ley normal; trabajar siempre con desviaciones típicas o varianzas (*tipos A ó B*); y no identificar la incertidumbre con un intervalo de confianza, por las razones expuestas, sino directamente con la desviación típica resultante ( $u$ ). La multiplicación de esta última por un factor de incertidumbre ( $k$ ), habitualmente entre 2 y 3, Y que debe especificarse siempre como parte del resultado de medida, permite obtener unos valores de incertidumbre ( $U$ ) "más seguros" en las decisiones a adoptar en las industrias de fabricación, por lo que suele emplearse la relación:

$$U = k \cdot u \quad (2)$$

### 1.3.3. Tolerancia e incertidumbre

Según se indicó en el apartado 1.3.1., la mayor parte de las actuaciones metrológicas en la industria se concretan en comprobar si el valor de una magnitud determinada se encuentra dentro o fuera de un intervalo de tolerancia, cuantificando - en su caso - la desviación a valores objetivo predeterminados. Lo primero puede hacerse con instrumentos que facilitan el valor de la magnitud o mediante patrones con los que se decide simplemente la pertenencia o no al intervalo de tolerancia (calibres de límite "*pasa / no pasa*" en fabricación mecánica). Lo segundo exige instrumentos que proporcionen el valor de la magnitud. En cualquier caso, y dado que los patrones también deben fabricarse con especificaciones más severas que las de las piezas a comprobar (tolerancias más estrechas) y, a su vez, han de ser verificados por calibres

más precisos o mediante instrumentos de medida directa, siempre hay que acabar midiendo con la precisión necesaria al caso.

En consecuencia, en la fabricación es inevitable medir para decidir si la magnitud medida pertenece o no a un intervalo de tolerancia ( $T$ ). Cuando el valor de la medida es tal que el intervalo de incertidumbre ( $2U$ ) resulta totalmente contenido en el de tolerancia, o cuando ambos intervalos no poseen puntos comunes, la decisión se adopta sin dificultad. Sin embargo, las restantes situaciones determinan la necesidad de un análisis más cuidadoso. Una postura prudente y simple es definir como intervalo de decisión el correspondiente a  $T - 2U$  Y limitar el valor del cociente de ambos intervalos (tolerancia e incertidumbre). En medidas dimensionales suele ser frecuente considerar admisible:

$$3 \leq \frac{T}{2 \cdot U(k=2)} \leq 10 \quad (3)$$

pues valores mayores que diez exigirían medios de medida muy costosos, y la reducción del límite inferior por debajo de tres supondría un rechazo importante de elementos correctos y, también, costes adicionales apreciables. Es decir, la relación anterior suele proporcionar un equilibrio razonable entre el coste de la instrumentación de medida y la adecuación de la misma al valor de la tolerancia a verificar.

Paralelamente, el instrumento debe poseer una división de escala ( $E$ ) adecuada, siendo conveniente que se sitúe en los límites siguientes:

$$0,5 \leq \frac{U}{E} \leq 10 \quad (4)$$

En la misma medida que se incrementan las prestaciones de los productos industriales, suelen reducirse los valores de las correspondientes tolerancias, lo que obliga a emplear instrumentos de medida más precisos y a desarrollar nuevos aparatos de medida basados en principios físicos y tecnológicos que les confieran una menor incertidumbre. En este sentido, un estudio publicado por la Oficina Comunitaria de Referencia (BCR) hace unos años sobre las necesidades metrológicas de los sistemas flexibles de fabricación y de la ingeniería de precisión [8], ya alertaba sobre la progresiva reducción de los niveles de tolerancia en los próximos años, confirmando las previsiones formuladas por Taniguchi en 1983.

#### 1.3.4. Trazabilidad y calibración

La definición de trazabilidad recogida en el Vocabulario Internacional de Metrología (VIM) [9] como *la propiedad del resultado de una medida o de un patrón que le permite relacionarlo con referencias determinadas, generalmente nacionales o internacionales, a través de una cadena ininterrumpida de comparaciones todas ellas con incertidumbres determinadas*, adolece de algunas imprecisiones, como la de no asegurar ninguna relación operante entre las medidas que resultan trazables según dicha definición.

Aún con la mejora que supone el haber incluido el conocimiento de la incertidumbre de cada comparación, respecto de la definición de la primera edición del VIM, para que la definición actual resulte completa habría de aclararse lo que se

entiende por "*relacionar con referencias determinadas*", que en nuestra opinión [10], [11] debería consistir en asegurar la pertenencia del intervalo de incertidumbre del patrón de referencia al intervalo de incertidumbre del resultado de la medida. De esta forma es posible establecer un criterio de equivalencia entre todas las medidas trazables a un mismo patrón, si se acepta la siguiente definición: "El resultado de una medida es trazable a un patrón de referencia determinado si el intervalo de incertidumbre expandida de aquélla incluye o recubre totalmente el intervalo de incertidumbre del valor del patrón de referencia".

De esta forma, todas las medidas trazables a un patrón resultan automáticamente trazables a otro patrón si el primer patrón satisface la definición de trazabilidad que acaba de proponerse respecto del segundo patrón, lo que permite ampliar las cadenas de trazabilidad de forma congruente, aunque la cuestión precisa de algunas consideraciones adicionales que no resultan tan evidentes como parece a primera vista, pues las medidas, además de ser compatibles, deben ser adecuadas a la finalidad pretendida, lo que plantea de nuevo la necesidad de enfrentar la incertidumbre y la tolerancia.

En cualquier caso, los intervalos de incertidumbre indicados deben deducirse de valores de incertidumbre ampliada o extendida que confieran una seguridad similar a la caracterización de los correspondientes mensurandos. En la práctica, y como ello no siempre puede conseguirse, se recurre a trabajar con la incertidumbre típica compuesta y a multiplicar por un mismo factor de recubrimiento o inclusión que WECC (ahora EAL) propuso con valor 2. Esto quiere decir que si la incertidumbre típica compuesta corresponde a una variable aleatoria cuya función de densidad es "acampanada" y no se aleja mucho de una normal, el nivel de confianza no diferirá mucho del 95 %.

La nueva definición de trazabilidad permite trabajar localmente con un patrón de referencia admitido como tal para una serie de actividades, asegurando la equivalencia de las medidas trazables al mismo, lo cual es bastante en algunas aplicaciones en las que no es fácil disponer de patrones primarios universales. La transitividad que se deduce de la nueva definición permite ampliar las cadenas de trazabilidad hacia los patrones primarios de las unidades básicas del SI a medida que en dicho dominio metro lógico se vayan perfeccionando los medios y métodos de medida.

Para poder apreciar la incertidumbre de las medidas, es esencial que los instrumentos de medida y patrones se sometan, periódicamente, a la operación de *calibración*, enfrentándolos a otros de valor e incertidumbre conocidos (trazables) y que, normalmente, poseen mejores características metrológicas.

De acuerdo con el VIM [9], se entiende por *calibración el conjunto de operaciones que establecen, en unas condiciones especificadas, la relación que existe entre los valores indicados por un instrumento o sistema de medida, o los valores representados por una medida materializada, y los correspondientes valores conocidos de una magnitud medida.*

Es importante que el elemento a calibrar (*calibrando*) trabaje durante la calibración en la forma en que lo hace habitualmente, obteniéndose como resultado de la misma una primera corrección a aplicar a las indicaciones o valor del elemento calibrado, y la correspondiente componente de incertidumbre. Los procedimientos para la asignación de incertidumbres a los elementos objeto de calibración, que se detallan

en otras publicaciones, [12], [13] Y [14], siempre de acuerdo con los principios básicos recomendados por el CIPM, serán considerados en el próximo epígrafe.

La determinación de la incertidumbre de las medidas de un instrumento no puede hacerse con verdadero sentido metrológico si el instrumento no se calibra periódicamente. La idea fundamental que preside la correcta valoración metrológica de un instrumento de medida es el reconocimiento de que sus indicaciones (*indicaciones brutas*) pueden no corresponder al valor verdadero de la magnitud medida (*mensurando*), por lo que es preciso introducir correcciones a las indicaciones brutas para obtener los valores corregidos, lo que determina siempre la aparición de las correspondientes incertidumbres, puesto que no es posible asegurar exactamente los valores de las correcciones mencionadas. Es preciso insistir en el hecho de que cualquier corrección considerada, incluso si su valor resulta nulo, introduce una componente de incertidumbre ya que, en dicho caso, se trataría de un cero *inexacto*.

Por consiguiente, la expresión adecuada del resultado de las medidas efectuadas con un instrumento adecuadamente calibrado responde a:

$$X = X' + C \pm U \quad (5)$$

donde  $C$  representa la corrección total a añadir a la indicación bruta  $X'$ , en la que se incluye la corrección de calibración y todas aquellas que el usuario estime necesarias por diversas causas como, por ejemplo, las derivas temporales, las debidas a una utilización del elemento calibrado en condiciones diferentes de las de calibración, etc., siempre que no hayan sido incluidas en la corrección de calibración. A su vez,  $U$  representa la incertidumbre total resultante de las diferentes contribuciones [13]. En la metrología industrial, y para algunos instrumentos de uso muy generalizado, suele ser frecuente aumentar la incertidumbre para que incluya la corrección indicada. En cualquier caso, hay que prestar atención a ésta y otras cuestiones relacionadas con los resultados de la calibración de los instrumentos y patrones de medida pues algunas veces son resueltas con criterios distintos por diferentes laboratorios.

El resultado de una calibración se recoge en un documento que suele denominarse certificado de calibración. En sentido estricto, la incertidumbre se predica del resultado de la medición por lo que resulta apropiado señalar en un certificado de calibración la corrección e incertidumbre resultantes de la calibración de un patrón, pues lo que realmente se está facilitando en este caso es el valor convencionalmente verdadero del patrón y la incertidumbre de dicho resultado. Sin embargo, cuando se calibra un instrumento de medida también es frecuente indicar en el certificado de calibración la *incertidumbre del instrumento*; debe entenderse que lo que se proporciona es la incertidumbre a asignar a las medidas que se realicen con el instrumento en unas condiciones determinadas.

En ambos casos, el certificado de calibración debe indicar los valores de las magnitudes de influencia esenciales, la metodología empleada, y cualquier información que facilite al usuario la asignación de incertidumbres si emplea el elemento calibrado en condiciones diferentes a las de calibración. Dentro de la información indicada, es importante incluir el *factor de incertidumbre (k)*, factor multiplicativo de la desviación típica equivalente resultante, tal y como ya se ha indicado.

En cualquier caso, si el certificado de calibración no incluye todos los datos

precisos para calcular la incertidumbre en algunas circunstancias, el usuario deberá apreciar, con su mejor criterio, la información adicional necesaria.

#### 1.4. Elementos básicos para la evaluación de incertidumbres

Al hacerse suficientemente exigente, todo instrumento es defectuoso y cualquier método de medida resulta imperfecto. Por ello, cualquier medida debe ser corregida con mayor o menor minuciosidad según la calidad que se pretenda conferir a la misma y que va a depender del nivel de exigencia de la especificación que vaya a comprobarse con dicha medida.

El concepto de incertidumbre se hace evidente sin más que aceptar el principio anterior hasta sus últimas consecuencias. En efecto: la corrección que debería aplicarse a cualquier medida exige ser medida a su vez (puede argüirse lícitamente que la mayoría de las correcciones no se miden, sino que se calculan, pero entonces basta considerar que el cálculo ha de hacerse utilizando parámetros medidos para volver a nuestro enunciado).

Al admitir lo anterior es evidente que se cae en un bucle sin salida: corrección corregida por una corrección ... Para romperlo hay que producir un corte donde mejor convenga. De hecho, eso supone dejar sin considerar (sea calcular o medir) una *corrección residual* desconocida pero que hasta cierto punto está acotada.

Así surge, de forma natural, la definición de incertidumbre: se denomina incertidumbre de la medida a una cota superior del valor de dicha corrección residual.

Dicho está pues que la corrección es un valor desconocido y para considerarla acotado ha de admitirse la idea intuitiva de que al aplicar las sucesivas correcciones a la lectura inicial (o bruta) de un instrumento aplicado sobre determinado mensurando, el valor resultante converge hacia un valor ideal que se puede introducir en nuestro sistema de pensamiento con el nombre de *valor verdadero* de la magnitud medida.

Por la misma manera de introducirlo, este valor verdadero, si es que existe, es como si no existiera, pues no se podría identificar como tal al no poseer la certeza de haber introducido *todas* las correcciones necesarias. Sin embargo, es muy importante contar con él como el norte hacia el que dirigir nuestros esfuerzos. Su entidad física es equivalente a la de un instrumento de medida perfecto. En la práctica, es suficiente con acumular información que permita reconocer cuando se está bastante cerca del valor verdadero. El valor en el que se decide interrumpir la aplicación de sucesivas correcciones suele denominarse *valor convencionalmente verdadero* o *valor resultante de la medida* ( $X$ ) lo que permite establecer la siguiente definición: "La incertidumbre de medida ( $U$ ) es el valor de la semiamplitud de un intervalo alrededor del mejor valor disponible (el valor mejor corregido) para el resultado de la medida" .

Dicho intervalo representa una estimación plausible (ni audaz ni exageradamente prudente) de una zona de valores entre los cuales es casi seguro que se encuentre el valor verdadero del mensurando.

Por consiguiente, y como ya se ha indicado, el resultado de la medida se expresa mediante:

$$X \pm U \quad (6)$$

La imposibilidad de conseguir un control total sobre todas las causas de error indicadas, determina que en la corrección residual esté presente un ruido de fondo, que se manifiesta cuando se trabaja con la resolución adecuada, y que determina que los resultados de las medidas adquieran naturaleza estadística. En efecto, al reiterar medidas sobre lo que, en principio, cabe considerar como un mismo mensurando, la inevitable variabilidad de las magnitudes y factores de influencia existentes es causa de que las indicaciones obtenidas presenten una cierta dispersión. Esta variabilidad contribuye a la imposibilidad de corregir totalmente las correcciones tomadas en consideración y, por ello, debe incluirse en la incertidumbre del resultado, junto con las incertidumbres que proceden de la aplicación de correcciones calculadas sobre los valores medios de las magnitudes de influencia.

Se ha indicado que siempre es posible elegir el momento de detener el proceso de correcciones sucesivas y dejar que la corrección residual se convierta en incertidumbre, pero eso no es enteramente cierto.

En la práctica, es muy frecuente que el proceso se agote a causa de la imposibilidad de calcular nuevos valores para la corrección, por falta de datos suficientemente fiables.

La detención voluntaria se impone cuando proseguir deja de ser económico. En teoría, una medida es tanto mejor cuanto más se aproxime al valor verdadero, pero no se olvide que cada corrección supone un coste adicional, al exigir más tiempo, trabajo e instrumentación, lo que no siempre está justificado. Es por ello que se impone una relación entre la tolerancia a verificar y la incertidumbre de las medidas, tal y como se indicó en el epígrafe 1.3.3.

Conviene advertir que cuando se ha hablado de detener el proceso de corrección no se ha excluido la posibilidad de hacerla en su primer paso, es decir, no corregir la lectura bruta. Este caso no es singular o, si lo parece, para llevarlo a la normalidad basta con aceptar la corrección nula como uno más de los valores normales. Lo importante es comprender que la corrección nula de ninguna manera implica incertidumbre nula, en todo caso sería al contrario. Y esta observación vale lo mismo para una corrección calculada que para una *impuesta* (o derivada de la falta de interés en refinar el resultado).

De todo lo cual se desprende lógicamente que se acepte la expresión del resultado sin que conste el valor de las correcciones aplicadas, pero en cambio no se puede admitir que se omita la incertidumbre.

#### 1.4.1. Información suministrada por las medidas corregidas

Tal y como ya se ha indicado, cuando se reiteran medidas en *condiciones de repetibilidad*, es decir:

- a) sobre el mismo mensurando,
- b) con el mismo método de medida,
- c) por el mismo observador,

- d) con el mismo instrumento,
- e) en el mismo lugar,
- f) con las mismas condiciones de utilización, y
- g) con pequeños intervalos de tiempo entre las medidas sucesivas,

las indicaciones del instrumento no son exactamente las mismas, siempre que su resolución sea suficientemente pequeña. Esto ocurre incluso después de corregir las indicaciones *perfectamente* (es decir, lo mejor que se puede con la información disponible). Ya se adelantó la explicación: existen en las mediciones causas de error que no están bajo control completo del experimentador. A veces se trata de influencias tan mal conocidas que de ellas no se tiene noticia más que por las fluctuaciones o variabilidad que producen.

Intuitivamente se percibe que el verdadero valor buscado en la medida debe encontrarse hacia el centro de esas fluctuaciones, pero ante la dificultad de identificar alguno de estos valores como verdadero se acepta como mejor valor del mensurando un índice o parámetro de la *tendencia central* del conjunto de las indicaciones.

Ahora bien, no hay por qué renunciar a imaginar que ese mejor valor está suficientemente próximo al verdadero. A tal fin se hace uso de algún indicador de la *dispersión* de los resultados. Cuanto menor sea dicha dispersión, hay más motivos para aceptar la deseable proximidad entre el mejor valor y el valor verdadero, siempre que se mantengan las condiciones de repetibilidad y se hayan aplicado análogas correcciones.

Si se sigue considerando como población de resultados de la reiteración de mediciones la formada por las indicaciones corregidas, y los correspondientes resultados se recogen en un histograma de frecuencias (diagrama de barras, de altura proporcional a la frecuencia de aparición de resultados) y se imaginan experiencias con mayor y mayor número de medidas, el histograma se suavizaría hasta convertirse en una curva que se llama función densidad de la probabilidad de cada resultado.

Para caracterizar cualquier función de densidad se emplean índices o parámetros que permiten comparar poblaciones con distintas funciones de densidad. Los parámetros más sencillos y universales son los de centrado y dispersión. Los parámetros de centrado proporcionan una primera idea sobre la posición de la función de densidad, estableciendo un valor próximo al centro de la misma. Paralelamente, los parámetros de dispersión informan del menor o mayor grado de variabilidad entre los elementos de la población (resultados de medida corregidos).

Hay razones estadísticas suficientes para adoptar en metrología como parámetro de centrado la *media* ( $\mu$ ) y como parámetro de dispersión la *desviación típica* ( $\sigma$ ) de la que, con frecuencia, se emplea su cuadrado con el nombre de *varianza* ( $\sigma^2$ ). Para todo ello existen definiciones precisas a través de la función de densidad  $f(x)$ . Son las siguientes:

$$\langle x \rangle \equiv \mu = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) \cdot dx \quad (7)$$

$$V(x) \equiv \sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \cdot f(x) \cdot dx \quad (8)$$

En la práctica, al no conocerse la correspondiente función de densidad, la estadística nos proporciona unos valores aproximados (*estimadores*) que pueden evaluarse a partir de cualquier muestra concreta de resultados de extensión  $n$ . Estos estimadores son, respectivamente, la *media aritmética* ( $\hat{\mu}, m$  ó  $\bar{x}$ ) y la *varianza muestral* ( $\hat{\sigma}^2, V$  ó  $s^2$ ) que responden a:

$$\hat{\mu} \equiv m \equiv \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (9)$$

$$\hat{\sigma}^2 \equiv V \equiv s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (10)$$

Si como ocurre muchas veces, cada resultado ( $x_{ij}$ ) se repite  $n_j$  veces, se obtienen las siguientes fórmulas generales sin más que agrupar los términos iguales:

$$\hat{\mu} \equiv m \equiv \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^q n_j \cdot x_j \quad (11)$$

$$\hat{\sigma}^2 \equiv V \equiv s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^q n_j \cdot (x_j - \bar{x})^2 \quad (12)$$

$$n = \sum_{j=1}^q n_j \quad (13)$$

En un primer análisis, cabría pensar que el resultado de las medidas podría reflejarse mediante:

$$\bar{x} \pm s \quad (14)$$

dado que la reiteración de valores se está efectuando en condiciones de repetibilidad y después de haber introducido todas las correcciones que están en nuestra mano. Por consiguiente, la media aritmética es el mejor valor corregido y, como tal, debería adaptarse como valor resultante de la medición. Ninguna objeción a lo anterior y, efectivamente, es generalmente aceptado como valor resultante de cualquier medida la media aritmética de las indicaciones corregidas.

Como también se ha obtenido el parámetro de dispersión recomendado (la desviación típica muestral  $s$ ) cabría pensar en identificarlo con la incertidumbre del resultado, pero eso resultaría inapropiado por diferentes razones.

En primer lugar,  $s$  es un estimador de la dispersión de la población de medidas reiteradas en condiciones de repetibilidad. Cada una de las medidas obtenidas es un elemento de dicha población, pero el resultado atribuido al mensurando, como consecuencia de dicha medición, no es uno de dichos elementos sino la media aritmética ( $\bar{x}$ ) que podría, incluso, no coincidir con ninguno de los elementos de la media poblacional. No parece correcto asignar un parámetro de dispersión al valor resultante ( $\bar{x}$ ) que en realidad se refiere a la dispersión de otra población ( $x$ ).

Si se analiza la cuestión con auxilio de la estadística la aparente dificultad se resuelve sin dificultad. En realidad, el estimador media aritmética ( $\bar{x}$ ) es otra variable estadística, distinta de la que representa la población considerada pero relacionada con ella. Es sencillo deducir que entre las varianzas de ambas variables existe la siguiente relación:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad (15)$$

cuando  $n$  representa la extensión de la muestra.

De acuerdo con (15) la varianza de la media es siempre inferior a la de la población. En la práctica, esto supone que si se consideran sucesivas muestras de extensión  $n$ , los valores obtenidos como promedio aritmético de cada muestra presentan menor dispersión que la población inicial, y tanto menos cuanto mayor sea  $n$ . Lo anterior constituye el fundamento de la tradicional máxima metrológica que asegura que la media de varios valores siempre mejora el resultado.

A partir de la relación (15), formulada sobre estimadores, resulta:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (16)$$

Sin embargo, en muchas ocasiones se trabaja con muestras de extensión reducida y se olvida que  $s$ , determinada a partir de (10), es un mal estimador de  $\sigma$  cuando  $n$  es pequeño. La primera recomendación es procurar determinar  $s$  mediante un número apreciable de reiteraciones. Esta recomendación se limita sólo a las reiteraciones ( $N$ ) precisas para estimar  $s$  (normalmente suele ser suficiente que  $N \geq 10$ ), lo que no entra en contradicción con la práctica industrial habitual consistente en medir cada mensurando una única vez ( $n = 1$ ). Se trata de actuaciones diferentes: en primer lugar, la estimación de  $s$  reiterando una serie de  $N$  medidas en condiciones similares a las de las posteriores medidas, que luego se aplica a las medidas que constituyen la actividad industrial considerada; estas últimas se reiteran  $n$  veces y este valor es el que suele ser igual a la unidad.

No obstante, eso no es siempre posible. En análisis químico, por ejemplo, la preparación de muestras y la realización de las correspondientes medidas puede resultar muy laboriosa y, con frecuencia, no se alcanza el límite  $N \geq 10$ . En estos casos pueden importarse datos ajenos a la propia medición pero que, al menos, correspondan a condiciones de reproducibilidad dentro de lo que se identifica como *buenas prácticas de laboratorio*, por ejemplo, datos históricos de mediciones similares.

Cuando nada de lo anterior es factible, la EAL (WECC hasta 1994) [15] admite, aunque no recomienda, corregir el valor de  $s$  estimado con  $N < 10$  mediante el factor indicado en la tabla siguiente:

Extensión de la muestra (N)	Factor corrector (w)
2	7,0
3	2,3
4	1,7
5	1,4
6	1,3
7	1,3
8	1,2
9	1,2
10 ó más	1,0

En este último caso, la expresión (16) puede escribirse:

$$s_{\bar{x}} = w \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (17)$$

donde  $w$  es función del tamaño de la muestra ( $N$ ) empleada para estimar  $s$ .

Como argumento final respecto de la inconveniencia de identificar  $s$  con la incertidumbre del valor resultante de la medida ( $\bar{x}$ ), no debe olvidarse que se han supuesto las indicaciones consideradas corregidas de todas las causas de error conocidas, lo que determina contribuciones adicionales de incertidumbre sobre la incertidumbre correspondiente a la variabilidad o dispersión analizada. Estas componentes son debidas, precisamente, a cada una de las correcciones introducidas para llegar al resultado adoptado ya que, tal y como dijimos al principio, dichas correcciones son imperfectas. La forma concreta en la que deben combinarse todas estas contribuciones es el objeto de los apartados siguientes.

#### 1.4.2. Medidas directas e indirectas: ley de propagación de varianzas

En metrología, uno de los criterios de clasificación de las medidas es el que las divide en medidas directas o indirectas. Una medida directa es la que se obtiene mediante un instrumento que, al aplicarlo sobre el mensurando, proporciona un valor del mismo en su escala o dispositivo indicador. La indicación proporcionada, se expresa en unidades de la magnitud que se desea medir y constituye un valor del mensurando, con independencia de la necesidad de eventuales correcciones.

Sin embargo, otras veces se efectúan medidas indirectas en las que la magnitud medida no representa directamente la magnitud que se desea conocer del mensurando, sino otra magnitud que sirve para determinar aquella mediante una relación funcional. Con frecuencia son varias las magnitudes medidas que intervienen en la relación funcional.

Un ejemplo de medida directa es la velocidad de un automóvil proporcionada por el velocímetro del salpicadero. Cuando se determina la velocidad media del vehículo dividiendo el espacio recorrido por el intervalo de tiempo empleado al efecto, se está

realizando una medición indirecta.

En general, un modelo de medición indirecta presupone la medida de  $q$  magnitudes  $x_i$ , de igual o distinta naturaleza, que determinan el valor de otra magnitud,  $y_0$  expresada a partir de las primeras mediante:

$$y_0 = f(x_1, x_2, \dots, x_q) \quad (18)$$

lo que supone conocer estimaciones del valor verdadero  $\mu_i$  y de la incertidumbre  $\sigma_i$  ( $k = 1$ ) para cada una de las  $q$  magnitudes medidas y, eventualmente, de las covarianzas  $\sigma_{ij}$  que puedan existir. Por lo tanto, los parámetros correspondientes a las distribuciones estadísticas de las variables aleatorias  $x_i$ , que caracterizan los resultados corregidos de medidas reiteradas sobre cada una de las  $q$  magnitudes señaladas, responden a:

$$\left. \begin{aligned} \langle x_i \rangle &= \mu_i \\ V(x_i) &= \sigma_i^2 = \langle x_i^2 \rangle - \langle x_i \rangle^2 = \langle x_i^2 \rangle - \mu_i^2 \\ \text{cov}(x_i, x_j) &= \sigma_{ij} \langle x_i x_j \rangle - \langle x_i \rangle \langle x_j \rangle = \langle x_i x_j \rangle - \mu_i \mu_j \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

En la práctica, se conocen los correspondientes estimadores:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mu}_i &= \bar{x}_i \\ \hat{\sigma}_i^2 &= u_i^2 \\ \hat{\sigma}_{ij} &= u_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

siendo la hipótesis habitual la de aproximar linealmente la función  $f$  en el entorno del punto  $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_q)$ . Es decir:

$$y_0 \approx f(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_q) + \sum_{i=1}^q \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{\mu_i} \cdot (x_i - \mu_i) \quad (21)$$

En estas condiciones, los estimadores del valor de  $y$  y de su varianza, resultados de la medición indirecta, se obtienen introduciendo en (21) las expresiones (19) y (20), resultando:

$$\left. \begin{aligned} y &= \langle \hat{y}_0 \rangle = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_q) \\ u_y^2 &= V(\hat{y}_0) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i} \cdot \left( \frac{\partial f}{\partial x_j} \right)_{\bar{x}_j} \cdot u_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

y reduciéndose la ley de propagación de varianzas, si todas las  $x_i$  son independientes entre sí, a la expresión:

$$u_y^2 = \sum_{i=1}^q \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i}^2 \cdot u_i^2 \quad (23)$$

Suele ser habitual representar las varianzas tipo A por  $s^2$  y las de tipo B mediante  $u^2$ . Con este convenio, la expresión (23) se escribe:

$$u_y^2 = \left( \frac{\partial f}{\partial x_1} \right)_{\bar{x}_1}^2 \cdot s_1^2 + \dots + \left( \frac{\partial f}{\partial x_m} \right)_{\bar{x}_m}^2 \cdot s_m^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial x_{m+1}} \right)_{\bar{x}_{m+1}}^2 \cdot u_{m+1}^2 + \dots + \left( \frac{\partial f}{\partial x_q} \right)_{\bar{x}_q}^2 \cdot u_q^2 \quad (24)$$

considerando que la incertidumbre de las  $m$  primeras variables es de tipo A y que las  $q - m$  poseen una incertidumbre tipo B.

### 1.4.3. Calibración de los instrumentos de medida

De acuerdo con el Vocabulario Internacional de Metrología (VIM) [9], se entiende por calibración "el conjunto de operaciones que establecen, en unas condiciones determinadas, la relación que existe entre los valores indicados por un instrumento o sistema de medida, o los valores representados por una medida materializada, y los correspondientes valores conocidos de una magnitud medida".

La finalidad de la calibración es poner de manifiesto las discrepancias existentes entre el instrumento o patrón que se calibra calibrando y un elemento de referencia con características metrológicas suficientemente estables y conocidas.

La calibración es una operación imprescindible para establecer la trazabilidad de los elementos industriales de medida aunque, en general, la información de calibración debe ser complementada con otra relativa a las condiciones de utilización del instrumento o patrón para asignar la incertidumbre final de los resultados de medida.

El resultado de una calibración se recoge en un documento que suele denominarse certificado de calibración. Ya se ha advertido en el epígrafe 1.3.4. sobre las posibles diferentes interpretaciones de algunos conceptos relacionados con la calibración, por lo que se recomienda consultar el documento SCI nº 5 [16] en el que se establecen una serie de definiciones y observaciones al respecto.

En este momento, la finalidad esencial es analizar la influencia de la calibración sobre los resultados que debe proporcionar un instrumento de medida cuando trabaja habitualmente.

Con objeto de simplificar este análisis, se supondrá que se estudia el comportamiento del instrumento en un punto de su campo de medida, que la medida en cuestión es de tipo directo y que las condiciones habituales de utilización del instrumento son idénticas a las existentes durante su calibración. Este último requisito es equivalente a considerar como única corrección la corrección de calibración.

La calibración se realiza reiterando medidas sobre un patrón conocido, en la forma en que el instrumento trabaja habitualmente. El valor del patrón es  $x_0$  y su

incertidumbre, para factor de incertidumbre  $k$ , es  $U_0$ . Como se va a trabajar, por simplicidad, con incertidumbres equivalentes a desviaciones típicas, se empleará para el patrón el valor:

$$u_0 = \frac{U_0}{k} \quad (25)$$

Si se reiteran  $n_c$  medidas del patrón con el instrumento a calibrar y sus resultados son  $x_{ci}$  ( $i = 1$  a  $n_c$ ), pueden determinarse los parámetros de centrado y dispersión mediante:

$$\bar{x}_c = \frac{1}{n_c} \sum_{i=1}^{n_c} x_{ci} \quad (26)$$

$$s_c = \sqrt{\frac{1}{n_c - 1} \cdot \sum_{i=1}^{n_c} (x_{ci} - \bar{x}_c)^2} \quad (27)$$

La corrección de calibración es:

$$\Delta x_c = x_0 - \bar{x}_c \quad (28)$$

Desgraciadamente, la corrección anterior no arregla las cosas en su totalidad por dos motivos: el valor  $x_0$  no es un valor exacto y las indicaciones del instrumento también son inciertas (presentan dispersión y están limitadas por su resolución). El valor  $\Delta x_c$  es un estimador de la corrección que realmente debería introducirse y posee una incertidumbre asociada ( $u_c$ ) que puede determinarse de acuerdo con (23). Es decir:

$$u_c^2 = u_0^2 + \frac{s_c^2}{n_c} \quad (29)$$

Cuando el instrumento se emplee habitualmente, en condiciones idénticas a las de calibración, con la única variante de medir mensurandos desconocidos, en vez del patrón de calibración, las indicaciones obtenidas ( $x'_k$  con  $k = 1$  a  $n$ ), deben corregirse con la corrección de calibración. Es decir, el valor atribuible al mensurando desconocido es:

$$\bar{x} = \bar{x}' + \Delta x_c \quad (30)$$

donde  $\bar{x}'$  es la media aritmética de las indicaciones sin corregir. Es decir:

$$\bar{x}' = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x'_k \quad (31)$$

La ley de propagación de varianzas sobre (30) permite determinar la varianza del valor final:

$$u^2 = u_c^2 + \frac{s_m^2}{n} = u_0^2 + \frac{s_c^2}{n_c} + \frac{s_m^2}{n} \quad (32)$$

donde  $s_m$  es la desviación típica poblacional que caracteriza la dispersión de las indicaciones al medir el mensurando en cuestión. Cuando el mensurando posee un nivel de definición similar al del patrón de calibración puede simplificarse la expresión anterior [12] haciendo  $s_m = s_c$ . El resultado es:

$$u = \sqrt{u_0^2 + s_c^2 \cdot \left( \frac{1}{n_c} + \frac{1}{n} \right)} \quad (33)$$

$$U = K \cdot u \quad (34)$$

La limitación de uso del instrumento al punto de calibración, o a un pequeño entorno del mismo, no es operativa. Los instrumentos se emplean en todo su campo de medida y la calibración en uno sólo de esos puntos no asegura correctamente su trazabilidad. Sin embargo, no es posible calibrarlo en todos los puntos de su escala. Debe alcanzarse una solución de compromiso entre la fiabilidad de la calibración y su coste. En la práctica se calibran varios puntos distribuidos con cierta regularidad sobre todo el campo de medida. El modelo de calibración en un punto puede extenderse con N patrones a N puntos del campo de medida del instrumento, de acuerdo con las relaciones siguientes en las que  $j$  varía entre 1 y N:

$$\left. \begin{aligned} u_{oj} &= \frac{U_{oj}}{k_j} \\ \bar{x}_{cj} &= \frac{1}{n_{cj}} \sum_{i=1}^{n_{cj}} x_{cji} \\ s_{cj} &= \sqrt{\frac{1}{n_{cj}-1} \cdot \sum_{i=1}^{n_{cj}} (x_{cji} - \bar{x}_{cj})^2} \\ \Delta x_{cj} &= x_{oj} - \bar{x}_{cj} \\ u_{cj}^2 &= u_{oj}^2 + \frac{s_{cj}^2}{n_{cj}} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Sin embargo, los valores de la corrección de calibración e incertidumbre asociada en cada uno de los puntos calibrados no facilitan una información práctica para la utilización habitual de la mayor parte de los instrumentos de uso industrial. Por ello, suele aplicarse algún criterio globalizador que permita evaluar la incertidumbre y corrección de calibración del instrumento con independencia del punto de utilización [14].

A tal fin, se establece la corrección global como promedio de la corrección en cada punto de calibración:

$$\Delta \bar{x}_c = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^N \Delta x_{cj} \quad (36)$$

Si el instrumento se corrige con el valor anterior, en todos sus puntos, se conserva una corrección residual que, en los puntos calibrados, puede determinarse mediante:

$$\delta_{cj} = \Delta x_{cj} - \Delta \bar{x}_c \quad (37)$$

Esta corrección residual, se incorpora a la incertidumbre mediante el criterio de asimilarla a una incertidumbre de factor  $k = 3$ , es decir, se admite como muy seguro que si se volviese a evaluar dicha corrección se obtendría un valor en el intervalo  $\pm \delta_{cj}$ .

En estas condiciones, la incertidumbre de la corrección de calibración en cada punto calibrado debe incorporar la contribución de la corrección residual. Por ello, la última igualdad de (35) se modifica en la forma:

$$u_{cj}^2 = u_{oj}^2 + \frac{s_{cj}^2}{n_{cj}} + \frac{\delta_{cj}^2}{9} \quad (38)$$

El criterio totalizador consiste en asignar a todo el instrumento el máximo de los valores anteriores sobre los puntos de calibración. Por tanto, cuando se realizan medidas con el instrumento calibrado, el valor resultante es:

$$\bar{x} = \bar{x}' + \Delta \bar{x}_c \quad (39)$$

y su incertidumbre:

$$\frac{U}{k} = u = \max \sqrt{u_{oj}^2 + \frac{s_{cj}^2}{n_{cj}} + \frac{s_m^2}{n} + \frac{\delta_{cj}^2}{9}} \quad (40)$$

A veces la consideración de la corrección global de calibración complica la utilización del instrumento (por ejemplo, cuando no es posible introducirla materialmente en el mismo) y se decide no emplearla. En este caso toda la corrección de calibración es residual y la expresión anterior resulta:

$$\frac{U}{k} = u = \max \sqrt{u_{oj}^2 + \frac{s_{cj}^2}{n_{cj}} + \frac{s_m^2}{n} + \frac{\Delta x_{cj}^2}{9}} \quad (41)$$

Cuando el valor de  $s_m$  es del orden de los  $s_{cj}$ , la expresión anterior puede escribirse:

$$\frac{U}{k} = u = \max \sqrt{u_{oj}^2 + s_{cj}^2 \cdot \left( \frac{1}{n_{cj}} + \frac{1}{n} \right) + \frac{\Delta x_{cj}^2}{9}} \quad (42)$$

En realidad, la asimilación de  $s_m$  a la dispersión de calibración es un criterio

optimista que hay que manejar adecuadamente pues la indefinición del mensurando puede resultar una contribución apreciable en la incertidumbre de su medida. Dado que algunos laboratorios de calibración emiten sus certificados con incertidumbres similares a (42) el usuario debe ser consciente de la necesidad de incrementar dicha incertidumbre en algunas ocasiones. En todo caso, los laboratorios de calibración deben facilitar los restantes parámetros indicados en cada punto de calibración para que el usuario disponga de toda la información necesaria por si decide aplicar otros criterios distintos del indicado.

#### 1.4.4. Un modelo más general para medidas directas

Todas las causas de error en el resultado de una medida hecha con un instrumento pueden clasificarse en tres grandes grupos. En el **primero** se colocan aquellas que de ninguna manera están bajo el control del observador, quien solamente las percibe porque las lecturas no se repiten exactamente. La corrección por este error es rigurosamente nula y la incertidumbre asociada se estima mediante reglas estadísticas bien establecidas. Aquí se incluyen la falta de repetibilidad del instrumento y la variabilidad asociada a la indefinición del mensurando. Esta incertidumbre se corresponde con la denominada tipo A por el CIPM.

En el **segundo grupo** se colocan las causas de error achacables a las ya mencionadas *magnitudes de influencia* que, se recuerda, son todas aquellas que, sin ser objeto de la medida, perturban el instrumento o el mensurando, y modifican las correspondientes indicaciones provocando desviaciones que no pueden ignorarse y cuyo valor no puede estar determinado de una vez por todas, pues varían con los valores que adopten las magnitudes que las determinan.

El observador puede ejercer cierto control sobre algunas de estas magnitudes de influencia, pero nunca de forma completa ni sobre todas las magnitudes de influencia. En la práctica, también aquí se plantea un equilibrio económico y el control debe limitarse cuando su coste marginal no justifica el correspondiente incremento de calidad de los resultados de medida.

La intervención de las magnitudes de influencia controlables suele modelarse mediante coeficientes de variación que permiten determinar correcciones a partir de la medida de aquellas magnitudes de influencia. Estas correcciones, sean apreciables o no, siempre dejan una incertidumbre residual que tiene su origen en tres conocimientos imperfectos: uno, el de la relación funcional que establece la corrección; el segundo, el de los valores "verdaderos" de las magnitudes de influencia; y el tercero, el de los valores "verdaderos" de los coeficientes de variación. Esta incertidumbre residual se engloba dentro de las que el CIPM denomina de tipo B.

El secreto de un buen resultado suele residir en que este tipo de incertidumbre se aprecie prudentemente. Para ello, nadie puede dar reglas inmutables. Hay demasiadas magnitudes de influencia posibles y demasiadas situaciones imaginables. Por eso, para tratar con errores procedentes de esta causa, siempre se hace una llamada a la experiencia personal del observador que puede, y debe, incrementarse con la experiencia de otros.

El **tercer grupo** de causas de error lo forman las que son imputables

fundamentalmente a las imperfecciones de construcción del instrumento. Se distinguen, pues, de las anteriores en que la corrección correspondiente sí puede calcularse de una vez por todas, al menos para una duración razonable. Se corrigen mediante la *operación de calibración* de la que ya se ha hablado. El *laboratorio de calibración* puede ser el mismo centro de medición u otro diferente, dependiendo de la organización jerarquizada de los patrones e instrumentos en el centro en cuestión, lo que determina las cadenas internas de trazabilidad de su Plan de Calibración [17]. Con independencia de cómo se haya apreciado la incertidumbre de calibración, el usuario la utiliza posteriormente sin realizar estimaciones estadísticas, por consiguiente, se trata de nuevo de una incertidumbre de tipo B.

En algunos tipos de instrumentos el fabricante proporciona informaciones específicas, como derivas temporales. que facilita bajo denominaciones muy diversas como "*accuracy*", "*précision*", "*exactitude*", ... , y que, frecuentemente, son de interpretación ambigua. Podría pensarse que estas causas de error, originadas mayoritariamente en imperfecciones del propio instrumento, deberían quedar recogidas en la corrección e incertidumbre de calibración. Sin embargo esto no suele ser así pues la calibración es un retrato instantáneo del instrumento calibrado y, de hecho, los laboratorios de calibración se curan en salud advirtiendo que los datos de sus certificados son válidos sólo en el momento y para las condiciones en que se realizó la calibración.

Afortunadamente, en el área mecánica no se presentan problemas graves de estabilidad a corto y medio plazo en la mayor parte de los instrumentos, aunque algunas veces, bajo el mismo epígrafe de "exactitud", algunos fabricantes informan también de la variabilidad de los resultados con alguna magnitud de influencia, lo que contribuye a que alguna causa de error sea considerada más de una vez y, de nuevo, hay que apelar al buen sentido y a la experiencia del observador.

De acuerdo con todo lo dicho, y empleando un modelo aditivo de correcciones, en el que se toman en consideración  $q$  correcciones independientes, incluyendo entre ellas la de calibración, el valor verdadero ( $y_0$ ) se correspondería con:

$$y_0 = x' + X_1 + X_2 + \dots + X_q + X_{q+1} \quad (43)$$

donde:

$x'$ : indicación bruta del instrumento

$X_i$  ( $i = 1$  a  $q$ ): correcciones explícitamente consideradas

$X_{q+1}$ : corrección que engloba todas las restantes

En la práctica, sólo puede aspirarse a determinar estimadores de los términos de la expresión (43), es decir:

$$\bar{x} \equiv \hat{y}_0 = \bar{x}' + C_1 + C_2 + \dots + C_q + C_{q+1} \quad (44)$$

siendo las  $C_i$  los mejores valores para las correcciones consideradas. Hay que tener en cuenta que  $C_{q+1}$  se considera siempre con valor nulo, según nuestra decisión de limitar a  $q$  las correcciones tomadas en consideración, pudiendo resultar (o decidirse) nulas algunas (o todas) de las restantes correcciones. En todo caso, la incertidumbre asociada

a cada corrección es siempre positiva y, para no olvidar que ello es así, aún en el caso de la última corrección,  $C_{q+1}$  se mantiene expresamente en (44). Al resultar (44) un caso particular de (18), le es aplicable la ley de propagación de varianzas (23), resultando:

$$V(\bar{x}) = V(\bar{x}') + V(C_1) + V(C_2) + \dots + V(C_q) + V(C_{q+1}) \quad (45)$$

Si  $n$  es el número de medidas reiteradas para determinar  $x$ , la expresión (45) suele escribirse:

$$u_{\bar{x}}^2 = \left( \frac{s}{\sqrt{n}} \right)^2 + \sum_{i=1}^{q+1} u_i^2 \quad (46)$$

donde  $s$  es el estimador de la desviación típica poblacional. A este respecto conviene recordar de nuevo que en aplicaciones industriales es muy frecuente efectuar una sola medida ( $n=1$ ), y que la determinación de  $s$  debe efectuarse de acuerdo con las recomendaciones indicadas en el epígrafe 3.4.1.

Es necesario insistir sobre la importancia de apreciar adecuadamente las diferentes contribuciones de (45), aunque siempre es inevitable cierta carga de subjetividad. Así por ejemplo, puede optarse por medir cuidadosamente una determinada magnitud de influencia (por ejemplo la temperatura ambiental) o aceptar que el sistema automático de acondicionamiento la sitúa con gran seguridad dentro de un determinado intervalo de tolerancia ( $\pm \Delta\theta$ ) centrado sobre un valor de referencia ( $\theta_0$ ). En el primer caso, la incertidumbre del valor de  $e$  se deduce del método de medida, mientras que en el segundo, al no tener más datos, hay que formular alguna hipótesis complementaria.

Esta podría ser la de aceptar una probabilidad uniforme para la distribución de temperatura en  $\theta_0 \pm \Delta\theta$ , lo que determina según (7) y (8):

$$u_{\theta} = \frac{\Delta\theta}{\sqrt{3}} \quad (47)$$

aunque también algunos más optimistas prefieren emplear:

$$u_{\theta} = \frac{\Delta\theta}{3} \quad (48)$$

que justifican argumentando que el sistema de regulación de la temperatura ambiental proporciona una mayor probabilidad a las temperaturas próximas a  $\theta_0$ . Concretamente, la desviación típica (45) es la que presenta una distribución beta (con parámetros  $p=q=4$ ) definida sobre el intervalo de tolerancia de temperatura. Si se admite una distribución normal con desviación típica definida por (45), la probabilidad de encontrar una temperatura fuera del intervalo de tolerancia sería inferior al 0,3%.

Todas las ideas expuestas a lo largo del apartado 1.4. son coincidentes con los criterios básicos de la Guía ISO sobre incertidumbres [18], ampliamente debatida en los ocho seminarios de Metrología y Calibración que, financiados por el Plan Nacional de

Calidad (MINER), se han organizado por el Laboratorio de Metrología y Metrotecnica de la ETSII-UPM durante 1993 y 1994.

No obstante, y debido a que la asignación de incertidumbres no está exenta de un cierto grado de subjetividad, una correcta trazabilidad de las medidas obliga a que los laboratorios de calibración complementen su plan de calibración con una serie de intercomparaciones que refuercen aquella.

Para medidas de especial interés y responsabilidad, es cada vez más frecuente extender estas intercomparaciones a centros de medición y ensayo industriales. De todo ello se tratará en los capítulos 2 y 3 del presente módulo.

## 1.5. Casos prácticos

### 1.5.1. Calibración v medición directa

1. Una empresa de subcontratación mecánica debe fabricar una serie de 2.000 piezas en un plazo de dos meses. La cota más crítica de dicha pieza es el diámetro de un eje que ha de asegurarse entre 60,032 y 60,152 mm sobre todas las piezas conformes. Considerando el tamaño de la serie y el plazo a cumplir, se decide que no es posible encargar la fabricación de calibres de límites para verificar las piezas y se opta por la medición directa del diámetro mediante micrómetros de exteriores de dos contactos, digitales, con campo de medida 50 - 75 mm y división de escala  $E = 0,001$  mm.

El eje en cuestión se acaba en un centro de torneado, midiéndose su diámetro a la salida del mismo, previa limpieza y estabilización térmica de la pieza. Se planifica que la medida se efectúe una única vez, en una posición diametral decidida al azar por el operario correspondiente.

Los resultados de la calibración de uno de los micrómetros empleados se resumen en la tabla siguiente:

Puntos de Calibración	1	2	3	4	5
Valores del patrón (mm)	50,000	56,000	63,000	69,000	75,000
Corrección de calibración ( $\mu\text{m}$ )	7,5	6,4	7,1	8,5	9,8
Incertidumbre ( $k=1$ ) de la corrección de calibración ( $\mu\text{m}$ )	0,5	0,5	0,6	0,6	0,4

Se decide que las condiciones de utilización del micrómetro no precisan la introducción de otras correcciones si éste se recalibra cada dos semanas.

Sobre el diámetro en cuestión no se prescriben tolerancias estrictas de forma, aceptándose variaciones en los diámetros de cualquier sección recta del eje (desviación de redondez) siempre que no sobrepasen  $30 \mu\text{m}$ . Para comprobarlo se realizan gran número de medidas sobre las primeras piezas de la serie, con el mismo micrómetro que se emplea para medir el diámetro, y

se decide estimar la desviación típica de dicha variabilidad en  $9,4 \mu\text{m}$ . En este valor se incluye la dispersión por falta de redondez y la del propio instrumento de medida.

Se trata de analizar la adecuación del método de medida indicado al caso descrito, justificando posibles variantes en dicho método.

### Solución

La información fundamental es la relación entre la tolerancia y el intervalo de incertidumbre.

La tolerancia del diámetro del eje se deduce inmediatamente de sus valores límites:

$$T = 60,152 - 60,032 = 0,120 \text{ mm} = 120 \mu\text{m}$$

La incertidumbre de las medidas debe determinarse a partir de los datos de la calibración del micrómetro y de las características del mensurando. Si la única corrección que se considera es la de calibración y se realiza una única medición del diámetro, se tiene:

$$x = x' + C_c$$

$$u_x^2 = s_{x'}^2 + u_c^2$$

donde  $C_c$  es la corrección de calibración ( $\Delta x_c$  en el epígrafe 1.4.3.) e  $s_{x'}$  es la variabilidad que se apreciaría al reiterar medidas del diámetro sobre las piezas ( $s_m$  en 1.4.3.).

La dificultad surge al decidir los valores de  $C_c$  y  $u_c$  pues la calibración se ha efectuado solamente en cinco puntos de los 25.000 que tiene el instrumento, y ninguno de aquellos está en las proximidades de los valores a comprobar. En nuestro caso el micrómetro parece comportarse bastante uniformemente pero no siempre es así.

Por ello, una primera opción es la de no aceptar esta aparente uniformidad y al no disponer de la corrección en los alrededores de  $60,100 \text{ mm}$  no introducir corrección alguna. Claro que eso supone admitir que la corrección  $C_c$  puede ser positiva o negativa, incorporando una contribución a la incertidumbre igual a  $C_c/3$ . En este caso, lo que se suele hacer es evaluar la incertidumbre en cada uno de los puntos de calibración y asignar a cualquier punto del micrómetro el máximo de esos valores.

Por tanto:

$$u_x^2 = \text{máx} u_i^2$$

$$U_x (k = 2; n = 1) = 2 \cdot u_x$$

siendo:

$$u_i^2 = s_x^2 + u_{ci}^2 + \left(\frac{C_{ci}}{3}\right)^2$$

$$U_i (k = 2; n = 1) = 2 \cdot u_i$$

De la tabla de calibración se obtiene:

Puntos de calibración	1	2	3	4	5
$U_i (k=2; n=1)$ ( $\mu\text{m}$ )	19,5	19,3	19,4	19,7	19,9

y resulta:

$$U(k = 2; n = 1) = \text{máx } U_i = 20 \mu\text{m}$$

$$\frac{T}{2 \cdot U} = \frac{120}{40} = 3,0$$

valor que sitúa el método de medida en el límite de su aplicabilidad, con una tolerancia efectiva  $T_e = 120 - 40 = 80 \mu\text{m}$ , de manera que la conformidad se establece para aquellos diámetros que facilitan una lectura del micrómetro  $x'$ , en mm, acorde con:

$$60,052 \leq x' \leq 60,132$$

Sin embargo, sería conveniente ampliar el intervalo anterior. Para ello puede argumentarse que la acusada uniformidad de los datos de calibración responde a la situación general del instrumento, admitiendo que todo el micrómetro presenta un desplazamiento de escala del orden de la corrección media de calibración  $\bar{C}_c$ , es decir:

$$\bar{C}_c = \frac{1}{5} \cdot (7,5 + 6,4 + 7,1 + 8,5 + 9,8) \approx 8 \mu\text{m}$$

En estos micrómetros puede desplazarse el índice respecto de la escala y esto es lo que hay que hacer, por valor de  $8 \mu\text{m}$ , en el sentido adecuado (por ejemplo, situando el índice en 50,000 y desplazando la escala para que el índice vaya a coincidir con 50,008). Lo conveniente sería efectuar esta corrección en la propia calibración y, después de realizada, volver a calibrar el micrómetro. No obstante, los valores de las nuevas correcciones no diferirán mucho de los que resultan de restar 8 a los de la tabla de resultados de calibración disponible, por lo que todo se reduce a volver a repetir el cálculo de la incertidumbre con los nuevos valores de corrección. El resultado es el siguiente:

Puntos de calibración	1	2	3	4	5
Corrección de calibración ( $\mu\text{m}$ )	-0,5	-1,6	-0,9	+0,5	+1,8
$U_i (k=2; n=1)$ ( $\mu\text{m}$ )	18,8	18,9	18,8	18,8	18,9

por tanto:

$$U(k=2; n=1) = \text{máx } U_i = 19 \mu\text{m}$$

con un resultado prácticamente igual que en el primer caso. Realmente esto no es sorprendente y podría justificarse a priori. En la suma cuadrática que proporciona el valor de la varianza del resultado hay un término constante en ambos casos (la varianza de repetibilidad de la propia medida  $s_x^2$ , y la de los patrones) que es, además, muy predominante sobre los restantes. Por ello la reducción de la corrección relativa (cuyo valor absoluto máximo se reduce de 9,8 a 1,8) no es significativa pues interviene dividida por tres y, posteriormente, combinada cuadráticamente. Es decir, en la práctica casi toda la incertidumbre ( $k=2$ ) proviene del doble de la desviación típica poblacional de los resultados de medida ( $2 \cdot 9,4 \mu\text{m}$ ). Por tanto, por este camino no hay mejora apreciable (aunque sí la habría en otros casos en los que dicha desviación típica poblacional fuese más reducida).

Otra alternativa que cabe considerar es la de ampliar algo el número de medidas para adoptar la decisión sobre el valor del diámetro. Es evidente que esta decisión comporta un incremento del coste de la medición y quizá la necesidad de un operario verificador más cuidadoso, pero también cabe esperar que como resultado de esta decisión puedan aceptarse algunas piezas que con la realización de una única medida hubieran sido rechazadas. En todo caso, y para no complicar excesivamente la medición, consideramos la posibilidad de reiterar tres medidas ( $n=3$ ) con separaciones aproximadamente iguales entre sí (es decir a unos  $120^\circ$  una de otra). El resultado de la medida es la media corregida de los tres valores. Es decir:

$$\bar{x} = \bar{x}' + C_c$$

$$u_{\bar{x}}^2 = s_{\bar{x}}^2 + u_c^2 = \frac{s_x^2}{n} + u_c^2$$

A partir de estas ecuaciones caben las mismas consideraciones realizadas anteriormente (toda la corrección de calibración a la incertidumbre o sólo la corrección residual respecto de la media aritmética de la primera en cada punto de calibración).

En ambos casos los resultados son:

Puntos de calibración	1	2	3	4	5
Corrección de calibración ( $\mu\text{m}$ )	7,5	6,4	7,1	8,5	9,8
$U_i (k=2; n=3)$ ( $\mu\text{m}$ )	12,0	11,7	11,9	12,3	12,7

con una incertidumbre dada por:

$$U(k=2; n=3) = \text{máx } U_i = 13 \mu\text{m}$$

$$\frac{T}{2 \cdot U} = \frac{120}{26} = 4,7$$

Puntos de calibración	1	2	3	4	5
Corrección de calibración ( $\mu\text{m}$ )	-0,5	-1,6	-0,9	+0,5	+1,8
$U_i (k=2; n=1)$ ( $\mu\text{m}$ )	10,9	10,9	10,9	10,9	10,9

con el resultado siguiente:

$$U (k = 2; n = 3) = \text{máx } U_i = 11 \mu\text{m}$$

En la tabla siguiente se resumen las cuatro posibilidades analizadas, observándose que el último resultado es el más favorable y con los datos disponibles es el que debe recomendarse, pero cabe, finalmente, una consideración de tipo práctico. Al registrar tres medidas y adoptar como resultado la media aritmética hay un riesgo importante de error en la persona que verifica las piezas. Aunque posea una calculadora de bolsillo, debe introducir los tres valores y luego decidir sobre la media. Para evitar los posibles errores de transcripción de valores y de manipulación de la calculadora, puede emplearse un micrómetro digital con un sencillo sistema de adquisición de datos que puede programarse para imprimir directamente la media de cada tres mediciones. Estos equipos están comercializados por varios fabricantes de micrómetros y no son excesivamente costosos. Además, con este instrumento se facilita enormemente la fase inicial de acumulación de medidas para estimar la desviación típica poblacional.

Método de medida	$U (k=2)$ ( $\mu\text{m}$ )	Tolerancia efectiva $T_e$ (mm)	$\frac{T}{2 \cdot U}$ (mm)	Límites efectivos	
				Inferior (mm)	Superior (mm)
Sin corrección ( $n=1$ )	20	80	3,0	60,052	60,132
Con corrección ( $n=1$ )	19	82	3,2	60,051	60,133
Sin corrección ( $n=3$ )	13	94	4,7	60,045	60,139
Con corrección ( $n=3$ )	11	98	5,5	60,043	60,141

Como conclusión final se destaca el hecho de que en cualquier decisión que afecte a los métodos de medida en la industria no puede ignorarse la repercusión económica, no siempre fácilmente cuantificable. Pero al igual que en la apreciación de la incertidumbre la experiencia es insoslayable, asimismo ocurre con las estimaciones económicas. Todo ello debe formar parte de la "cultura" de cualquier empresa que pretenda ser innovadora o, simplemente, competitiva.

### 1.5.2. Medición directa con correcciones

2. Supongamos que ha de obtenerse la longitud de una barra metálica a 20 °C con una máquina medidora de una coordenada horizontal que está situada en un local donde la temperatura ambiente se mantiene entre 27 °C y 31 °C.

Una vez estabilizada térmica mente la barra, se mide su temperatura con dos sondas asignándosele un valor  $\theta = (29,75 \pm 0,04)^\circ\text{C}$  ( $k = 2$ ). En estas condiciones se reiteran diez medidas sobre la barra obteniéndose las siguientes indicaciones:

Lecturas a $\theta = 29,75^\circ\text{C}$ $l_i(\theta)$ (mm)
500,057
500,056
500,054
500,059
500,056
500,056
500,057
500,054
500,055
500,059

El fabricante de la medidora indica que la bancada y el sistema de medida de la misma son prácticamente insensibles a la temperatura entre 15 °C y 35 °C, pero la medidora no incorpora ningún sistema de compensación automática de temperatura para el mensurando.

La última calibración realizada sobre la máquina con bloques patrón longitudinales mantenidos a una temperatura dentro del margen indicado, determinó la necesidad de aplicar una corrección global sobre todo su campo de medida (0-1000 mm) con una incertidumbre típica igual a 3  $\mu\text{m}$ . La corrección global se introdujo en el sistema de medida de la medidora.

El coeficiente de dilatación lineal del material de la barra medida (acero inoxidable) se estima con un valor de  $(11,5 \pm 1,5) 10^{-6} \text{K}^{-1}$  ( $k = 2$ ).

Determinese la longitud de la barra y su incertidumbre expandida ( $k = 2$ ).

#### Solución

Designaremos a las variables de la forma siguiente:

- $l_i(\theta)$ : indicaciones de la máquina cuando se mide la barra a la temperatura  $\theta$   
 $\bar{l}(\theta)$ : valor medio de las indicaciones de la a la temperatura  $\theta$   
 $\bar{l}(20)$ : valor medio de las indicaciones corregidas a 20 °C  
 $l(20)$ : valor asignado a la longitud de la barra como resultado de la medición

- $\alpha$ : coeficiente de dilatación lineal de la barra  
 $\theta$ : temperatura medida sobre la barra cuando se determina su longitud en la medidora  
 $s^2[l_i(\theta)]$ : estimación de la varianza de dispersión de las indicaciones brutas a la temperatura  $\theta$   
 $u^2[\bar{l}(\theta)]$ : estimación de la varianza del valor medio de las indicaciones a la temperatura  $\theta$ , incluyendo la contribución de la corrección de calibración  
 $u^2(C_{cal})$ : varianza de la corrección de calibración  $C_{cal}$   
 $u^2(\alpha)$ : estimación de la varianza de  $\alpha$   
 $u^2(\theta)$ : estimación de la varianza de  $\theta$   
 $u_c^2[l(20)]$ : varianza compuesta del resultado de la medición  
 $u_c[l(20)]$ : incertidumbre típica compuesta del resultado de la medición

La corrección de las indicaciones de  $\theta$  °C a 20 °C se efectúa mediante las expresiones:

$$\bar{l}(\theta) = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} l_i(\theta) \approx 500,0563 \text{ mm}$$

$$\bar{l}(20) = \bar{l}(\theta)[1 + \alpha(20 - \theta)] = 500,0563 \cdot [1 + 11,5 \cdot 10^{-6} \cdot (20 - 29,75)] \approx 500,0003 \text{ mm}$$

Dado que la corrección de calibración se ha introducido en la medidora después de la calibración, las indicaciones que ésta proporciona ya incorporan la corrección de calibración por lo que la única corrección que se decide aplicar es la debida a la temperatura  $\theta$  que difiere de 20 °C. Por consiguiente, el valor de la longitud de la barra a 20 °C se estima en:

$$l(20) = \bar{l}(20) = 500,000 \text{ mm}$$

Aunque el valor  $\bar{l}(20)$  incluye la corrección de calibración, la incertidumbre típica de la calibración  $u(C_{cal})$  no puede ignorarse. Las lecturas  $l_i(\theta)$  pueden interpretarse como suma de indicaciones sin corregir y la corrección común de calibración, y dado que ésta es la misma para todas las indicaciones brutas, resulta:

$$u^2[\bar{l}(\theta)] = \frac{s^2[l_i(\theta)]}{10} + u^2(C_{cal})$$

y empleando (10)

$$s^2[l_i(\theta)] = \frac{1}{10-1} \sum_{i=1}^{10} [l_i - \bar{l}(\theta)]^2 \approx 1,77 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 1,77 \text{ } \mu\text{m}$$

La varianza compuesta del resultado se obtiene mediante la ley de propagación de varianzas:

$$u_c^2[l(20)] = [\bar{l}(\theta) \cdot (20 - \theta)]^2 \cdot u^2(\alpha) + [1 + \alpha(20 - \theta)]^2 \cdot u^2 \cdot [\bar{l}(\theta)] + [-\alpha \cdot \bar{l}(\theta)]^2 \cdot u^2(\theta) =$$

$$[\bar{l}(\theta) \cdot (20 - \theta)]^2 \cdot u^2(\alpha) + [1 + \alpha(20 - \theta)]^2 \cdot \left[ \frac{s^2[l_i(\theta)]}{10} + u^2(C_{cal}) \right] + [-\alpha \cdot \bar{l}(\theta)]^2 \cdot u^2(\theta)$$

Su valor numérico, en  $\mu\text{m}^2$ , es:

$$u_c^2[l(20)] = \left[ 500,003 \cdot 10^3 \cdot (20 - 29,75) \cdot \frac{11,5}{2} \cdot 10^{-6} \right]^2 + [1 + 11,5 \cdot 10^{-6} (20 - 29,75)]^2 \cdot \left( \frac{1,77}{10} + 3^2 \right)$$

$$+ \left( -11,5 \cdot 10^{-6} \cdot 500,0003 \cdot 10^3 \cdot 0,02 \right)^2$$

$$u_c^2[l(20)] \approx 13,37 + 9,31 + 0,01 = 22,69 \mu\text{m}^2$$

$$u_c[l(20)] \approx 4,8 \mu\text{m}$$

La incertidumbre expandida para un factor de incertidumbre o recubrimiento  $k=2$  es:

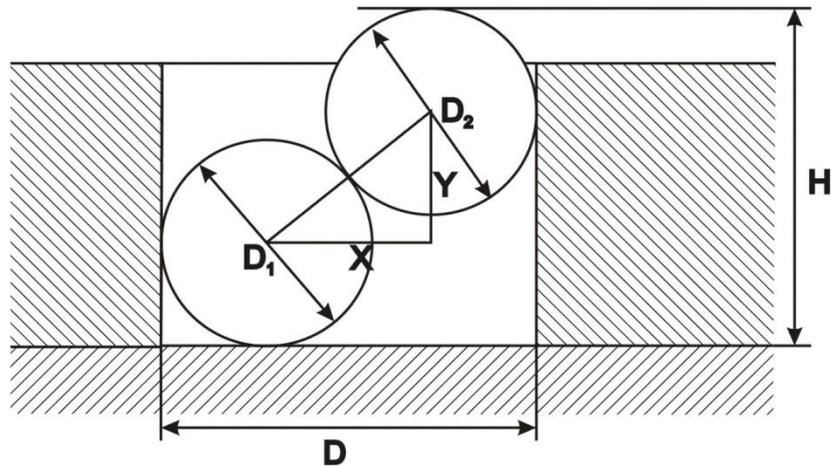
$$U(k=2) = 2 \cdot 4,8 \sim 10 \mu\text{m}$$

El resultado de la medición es finalmente:

$$(500,000 \pm 0,010) \text{ mm } (k=2)$$

## Medición indirecta

3. Debe determinarse el diámetro interior (D) de un casquillo cilíndrico y no se dispone de micrómetros adecuados por lo que se prepara el montaje esquematizado, empleando dos bolas patrón y una mesa de planitud de forma que la cota H se mide con una regla vertical de trazos ("gramil"). Las bolas patrón tienen un diámetro certificado en  $40,000 \pm 0,003$  mm ( $k = 3$ ) Y la regla vertical posee una incertidumbre global de 0,01 mm ( $k = 2$ ).



Sabiendo que la lectura de la regla vertical es 66,45 mm, determine el valor del diámetro interior (D) y su incertidumbre ( $k = 2$ ), en mm .

Solución

Todo se reduce a relacionar geoméricamente D con los diámetros  $D_1$  y  $D_2$  de las bolas y con la altura H. Denominando x e y a las proyecciones horizontal y vertical, respectivamente, del segmento que une los centros de las bolas se tiene:

$$\left. \begin{aligned} D &= \frac{1}{2}D_1 + x + \frac{1}{2}D_2 \\ H &= \frac{1}{2}D_1 + y + \frac{1}{2}D_2 \\ x^2 + y^2 &= \left[ \frac{1}{2}(D_1 + D_2) \right]^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} y &= H - \frac{1}{2}(D_1 + D_2) \\ x &= \sqrt{\left[ \frac{1}{2}(D_1 + D_2) \right]^2 - y^2} \\ D &= \frac{1}{2}(D_1 + D_2) + x \end{aligned} \right\}$$

Con referencia a las tres últimas expresiones, sustituyendo y en la segunda y, posteriormente, x en la tercera, se obtiene:

$$D = \frac{1}{2}(D_1 + D_2) + H \cdot \sqrt{\frac{D_1 + D_2}{H} - 1} \quad (49)$$

expresión con la forma de (18) en la que D viene expresado en función de los mensurandos  $D_1$ ,  $D_2$  y H cuyos valores e incertidumbres son conocidos.

La incertidumbre de D, admitiendo que los resultados de las medidas de los tres mensurandos son independientes, se obtiene de acuerdo con (23), es decir:

$$u_D^2 = \left( \frac{\partial D}{\partial D_1} \right)^2 \cdot u_{D_1}^2 + \left( \frac{\partial D}{\partial D_2} \right)^2 \cdot u_{D_2}^2 + \left( \frac{\partial D}{\partial H} \right)^2 \cdot u_H^2 \quad (50)$$

Las derivadas parciales son:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial D_1} = \frac{\partial D}{\partial D_2} = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{\frac{D_1 + D_2}{H} - 1}} \right) \\ \frac{\partial D}{\partial H} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{D_1 + D_2}{H} - 1}{\sqrt{\frac{D_1 + D_2}{H} - 1}} \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

Sustituyendo valores numéricos en (49) se obtiene:

$$D = 40 + 66,45 \cdot \sqrt{\frac{80}{66,45} - 1} \approx 70,007 \text{ mm} \quad (52)$$

Asimismo, según (51) resulta:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial D_1} = \frac{\partial D}{\partial D_2} = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{\frac{80}{66,45} - 1}} \right) \approx 1,607 \\ \frac{\partial D}{\partial H} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{80}{66,45} - 1}{\sqrt{\frac{80}{66,45} - 1}} \approx -0,881 \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

Por otra parte, y según el enunciado, se conocen

$$\left. \begin{aligned} u_{D_1} = u_{D_2} = \frac{0,003}{3} \text{ mm} = 1 \mu\text{m} \\ u_H = \frac{0,01}{2} \text{ mm} = 5 \mu\text{m} \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

por lo que puede obtenerse la varianza de D según (50), resultando

$$u_D^2 = 2 \cdot 1,607^2 \cdot 1^2 + (-0,881)^2 \cdot 5^2 = 5,1649 + 19,4040 = 24,5689 \mu\text{m}^2 \quad (55)$$

$$u_D \approx 5,0 \mu\text{m} \Rightarrow U(k = 2) = 10 \mu\text{m}$$

Por consiguiente, el resultado de la medida es

$$D = (70,01 \pm 0,01) \text{ mm, con factor de incertidumbre } k = 2$$

advirtiéndose que se ha redondeado el resultado a las centésimas de milímetro porque no tiene sentido retener cifras superiores al venir expresado uno de los datos en dicho nivel de significación.

Los dos sumandos de (55) hacen ver que la mayor contribución a la incertidumbre procede de la medida de H con la regla vertical. El resultado mejoraría si se emplease para determinar H una medidora de una coordenada vertical pues, en este caso, probablemente podría conseguirse un valor  $u_D$  unas tres veces inferior.

Sin embargo no hay que olvidar que se ha supuesto perfecto el plano de apoyo que materializa la mesa de planitud, así como las formas geométricas de las bolas (esferas) y del casquillo (cilindro), por lo que existe una limitación en la reducción de la incertidumbre de la medida de H. Si la resolución del instrumento empleado para medir H se hiciese demasiado pequeña, y aún admitiendo que la capacidad óptima de medida del instrumento fuese adecuada a su pequeña división de escala, la variabilidad del mensurando al repetir medidas impediría seguir disminuyendo la incertidumbre.

### 3.6. Referencias Bibliográficas

- [1] Sánchez Pérez, A.M. : "La metrología y el desarrollo científico y técnico" , Discurso en la entrega de diplomas de la promoción 133, ETSII-UPM, Madrid, junio, 1990, 40 pp.
- [2] UNE-EN ISO/IEC 17025:2005: "Evaluación de conformidad. Requisitos generales para competencia de los laboratorios de ensayo y calibración"
- [3] Sánchez Pérez, A.M. y Carro, J.: "Trazabilidad de ensayos industriales", Forum Calidad, nº 3, junio, 1989, pp. 72-78 (parte I) y Forum Calidad, nº 4, julio/agosto, 1989, pp. 76-81 (parte II).
- [4] Sánchez Pérez, A.M. y Carro, J.: "Consideraciones sobre los errores de medida". Novamáquina 2000, nº 62, noviembre, 1980, pp. 71-75.
- [5] CIPM: Recommendation INC-1 (1980), Procès Verbaux des Séances, tome 49, Session 70, 1981, pp. A11-A12.
- [6] CIPM: Recommendation 1 (CI-1981), Procès Verbaux des Séances, tome 49, Session 70, 1981, p. 26.
- [7] CIPM: Recommendation 1 y 2 (CI-1986), Procès Verbaux des Séances, tome 54, Session 75, 1986, pp. 35-36.
- [8] Kunzmann, H. y Sartori, S.: "Investigation into the metrological requirements for Flexible Manufacturing Systems and for Precision Engineering", Commission of the European Communities (BCR), May, 1988,60 pp.
- [9] BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP y OIML: "International vocabulary of basic and general terms in metrology", ISO, ISBN 92-67-01075-1, 2nd. ed., 1993, 59 pp.
- [10] Granados, C. E. y Sánchez Pérez, A. M.: "Some metrological aspects of the industrial quality", documento remitido al WECC/SC3 en mayo de 1992.
- [11] Sánchez Pérez, A. M. y Granados. C. E.: "On the traceability of measurements as an element of the quality", XIII IMEKO World Congress, Torino (Italia), sept. 5-9, 1994, Actas del Congreso, pp. 2221-2225.
- [12] Sánchez Pérez, A.M. y Carro, J.: "La determinación de incertidumbres de medida" , Novamáquina, nº 111, mayo, 1985, pp. 45-48.
- [13] Sánchez Pérez, A.M. y Carro, J.: "L'assignation des incertitudes en metrologie dimensionnelle en Espagne", Congrès Internationale de Métrologie, A.F.Q. y A.F.C.I.Q., Paris, 21-23 noviembre, 1989, pp. 250-255.
- [14] Sánchez Pérez, A.M. y Carro, J. : "La incertidumbre de un instrumento de medida", Anales de Ingeniería Mecánica, año 4, nº 1, diciembre, 1986, pp. 249-254.

- [15] WECC Doc. 19-1990: "Guidelines for the Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibrations".
- [16] Documento SCI nº 5: "Requisitos y recomendaciones generales para la emisión de certificados SCI" , revisión 3, julio 1 992.
- [17] Carro, J. Y Sánchez Pérez, A.M. : "Trazabilidad de un laboratorio de metrología dimensional" , Novamáquina. nº 129, marzo, 1987, pp. 92-98
- [18] BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP y OIML : "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement" , ISO, ISBN 92-67-10188-9, 1st. ed.,. 1993, 101 pp.