

Capítulo 4: Introducción a los parámetros de dispersión (S)

En el presente capítulo se proporciona una nueva herramienta de análisis de circuitos genéricos de microondas: los parámetros de dispersión (de scattering en terminología inglesa: parámetros S). Dicha herramienta es de carácter general y servirá para el análisis de cualquier circuito de microondas evitando los minuciosos análisis que se desarrollarían con la resolución de las ecuaciones de Maxwell y quedándose únicamente con las magnitudes en que se está interesado: voltaje o corrientes en un terminal, flujo de potencia en un dispositivo o alguna otra cantidad.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
--
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

ÍNDICE

de voltaje y corrientes generalizados: concepto de impedancia.
genérico de circuitos de microondas: unión de guías, plano de referencia.
n de uniones de una única guía:
ción de una unión de una única guía o terminación:
rgía en la terminación
iedades de la impedancia y admitancia generalizada de una terminación.
ción ondulatoria de una unión de una única guía:
n de una unión de guías: matriz de dispersión
ción de una unión en función de voltajes y corrientes generalizados:
tores de corrientes y voltajes generalizados: matriz de impedancia generalizada
iedades y condiciones físicas de las matrices de impedancia o admitancia.
re de una unión de guías con dipolos.
ción ondulatoria de una unión de guías: matriz de dispersión.
iedades: simetría, transformación por cambio de plano de referencia.
nificado físico de los parámetros S: parámetros de acoplo y adaptación

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

--



CONCEPTOS DE VOLTAJE Y CORRIENTE GENERALIZADOS (I)

s y contradicciones:

microondas no se puede medir de forma directa voltajes o corrientes.

Sin embargo, es útil definir en terminales voltajes o corrientes en microondas:

Para estructuras que soportan modos TEM se define unívocamente ondas de voltaje o de corriente en cada coordenada longitudinal.

Para estructuras que no soportan modos TEM puros no es posible esa unicidad. Se define el voltaje como la integral del campo eléctrico transversal entre dos puntos y la corriente como la circulación del campo magnético:

$$V = \int \vec{E} \cdot d\vec{l}; I = \oint_{C^+} \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

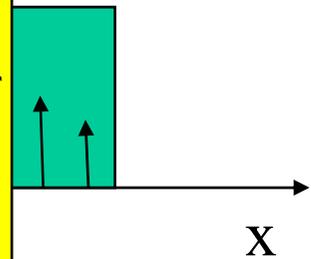
- Si estamos ante un modo TM dicha integral es 0 (demostrar como ejercicio)
- Si estamos ante un modo TE el valor depende del camino de integración.

Para una guía rectangular con un modo TE_{10} : depende de la posición x

$$E_{y,10} = -\frac{j\omega\mu a}{\pi} P \text{sen} \frac{\pi}{a} x \cdot \exp(-j \cdot \beta \cdot z)$$

$$H_{x,10} = \frac{\gamma a}{\pi} P \cdot \text{sen} \frac{\pi}{a} x \cdot \exp(-j \cdot \beta \cdot z)$$

$$V = -\frac{j\omega\mu a}{\pi} P \text{sen} \frac{\pi}{a} x \cdot \exp(-j \cdot \beta \cdot z) \cdot \int_y dy$$



CONCEPTOS DE VOLTAJE Y CORRIENTE GENERALIZADOS (II)

anterior depende de la posición x y del camino de integración. No hay un

aje. te, se pueden extraer las siguientes conclusiones de teoría de guías:

encia transmitida involucra a los campos transversales.

guía sin pérdidas la potencia transmitida total es superposición de la transmitida

la modo. Campos transversales tienen una variación en la dirección longitudinal de forma

encial. Campos E y H transversal se relacionan mediante la impedancia del modo

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
--
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

CONCEPTOS DE VOLTAJE Y CORRIENTE GENERALIZADOS (III)

nos una guía que SÓLO soporta un modo propagándose:

$$\left. \begin{aligned} E_t(x, y, z) &= \vec{e}_t(x, y) \cdot [A^+ \cdot e^{-j\beta z} + A^- \cdot e^{j\beta z}] \\ H_t(x, y, z) &= \vec{h}_t(x, y) \cdot [A^+ \cdot e^{-j\beta z} - A^- \cdot e^{j\beta z}] \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{h}_t(x, y) = \frac{\hat{z} \times \vec{e}_t(x, y)}{Z_{wave}}$$

Es un voltaje y corriente equivalentes como aquellos NÚMEROS COMPLEJOS asociados al modo de transmisión tal que la mitad del producto del voltaje equivalente por la corriente equivalente conjugada resulta en la potencia transmitida. Así:

$$\left. \begin{aligned} V &= V^+ \cdot e^{-j\beta z} + V^- \cdot e^{j\beta z} \\ I &= I^+ \cdot e^{-j\beta z} - I^- \cdot e^{j\beta z} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} V^+ = K_1 \cdot C^+; V^- = K_1 \cdot C^- \\ I^+ = K_2 \cdot C^+; I^- = -K_2 \cdot C^- \end{cases}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

CONCEPTOS DE VOLTAJE Y CORRIENTE GENERALIZADOS (IV)

la definición de los voltajes y corrientes generalizados:

$$\frac{1}{2} V^+ \cdot (I^+)^* = \frac{|C^+|^2}{2} \int_s \vec{e} \times \vec{h} \cdot \hat{z} ds$$

$$K_1 \cdot K_2 = \int_s \vec{e} \times \vec{h} \cdot \hat{z} ds$$

definir una impedancia característica equivalente como:

$$Z_C = \frac{V^+}{I^+} = \frac{V^-}{I^-} = \frac{K_1}{K_2} = \begin{cases} 1 \\ Z_{wave} \end{cases}$$

forma una línea de transmisión equivalente representa una guía de ondas. Definiciones:

Si la guía soporta N modos la equivalencia es con N líneas, de forma que el número de terminales físicos de la guía (1) es inferior al conjunto de terminales equivalentes que sirven para la representación.

Si no hay un obstáculo, este, por lo general, genera N modos que si la guía está diseñada para un solo modo, no será capaz de soportar y se desvanecerán a una distancia suficiente.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

CONCEPTO GENÉRICO DE CIRCUITOS DE MICROONDAS: UNIONES DE UNA ÚNICA GUÍA

Un circuito de un terminal es un circuito en el que la energía puede entrar o salir por un puerto que es prolongación de la guía o línea.

Un plano terminal de la guía es una sección recta cualquiera de la guía que cumple con el requisito de que se anulan los modos superiores al fundamental de la guía. Se le toma como plano de referencia.

El vector de Poynting a través del plano terminal:

$$\frac{1}{2} \oint_{\Sigma} \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot \hat{z} \cdot dS = P_{loss} + 2j\omega \cdot (W_m - W_e)$$

El uso del voltaje y corrientes (V e I, números complejos definidos sobre los espacios vectoriales V e I) equivalentes definidos anteriormente y como dichos V e I son equivalentes a cada distribución de campos E, H (demostración apuntes):

En una línea son magnitudes físicas $\frac{1}{2} V \cdot I^* = P_{loss} + 2j\omega \cdot (W_m - W_e)$
En una guía son modelos

La relación entre los espacios vectoriales V e I es biunívoca y lineal por lo que existe un operador complejo que relaciona de forma única cada valor V e I

$$Z_{in} = \frac{V}{I} = \frac{\frac{1}{2} V \cdot I^*}{\frac{1}{2} I \cdot I^*} = \frac{P_{loss} + 2j\omega \cdot (W_m - W_e)}{\frac{1}{2} I \cdot I^*} = R + jX$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

DICIONES FÍSICAS PARA LA EXISTENCIA DE IMPEDANCIAS Y ADMITANCIAS EQUIVALENTES

aplicación entre V e I biunívoca y lineal existe $Y=Z^{-1}=G+jB$. Esta descripción en
válida siempre que exista un modo dominante.

en pasiva:

perdidas ($P_{loss} > 0$) luego: $\text{Re}(Z)=R > 0$, $\text{Re}(Y)=G > 0$

$W_E = W_H$ estamos en condiciones de resonancia

perdidas:

parte real es 0 y la derivada parcial de la reactancia con respecto a la frecuencia
positiva, luego la reactancia es creciente lo que supone que alternan polos y
ceros.

$\neq 0$ luego la impedancia es imaginaria pura.

$W_E = W_H$ estamos en condiciones de resonancia

comparidad de la impedancia de entrada de una guía con la frecuencia
(ver Collin, pág 232):

parte real de la impedancia es una función par de la frecuencia

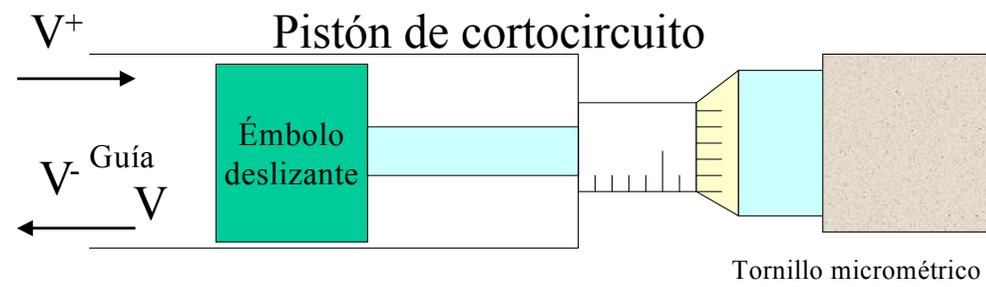
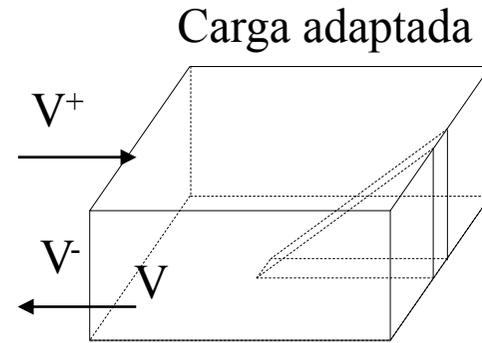
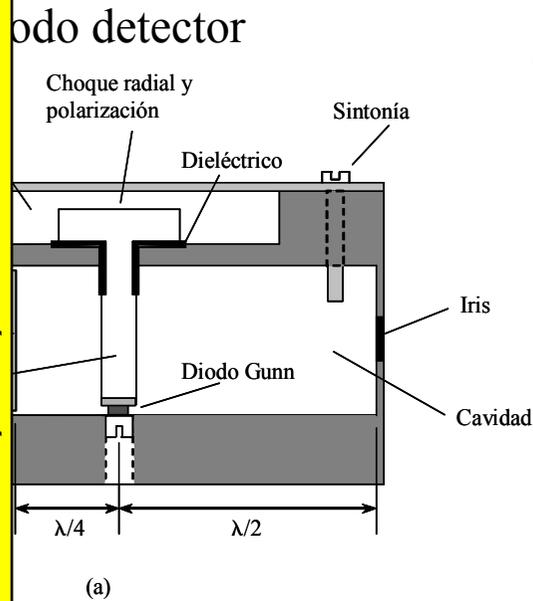
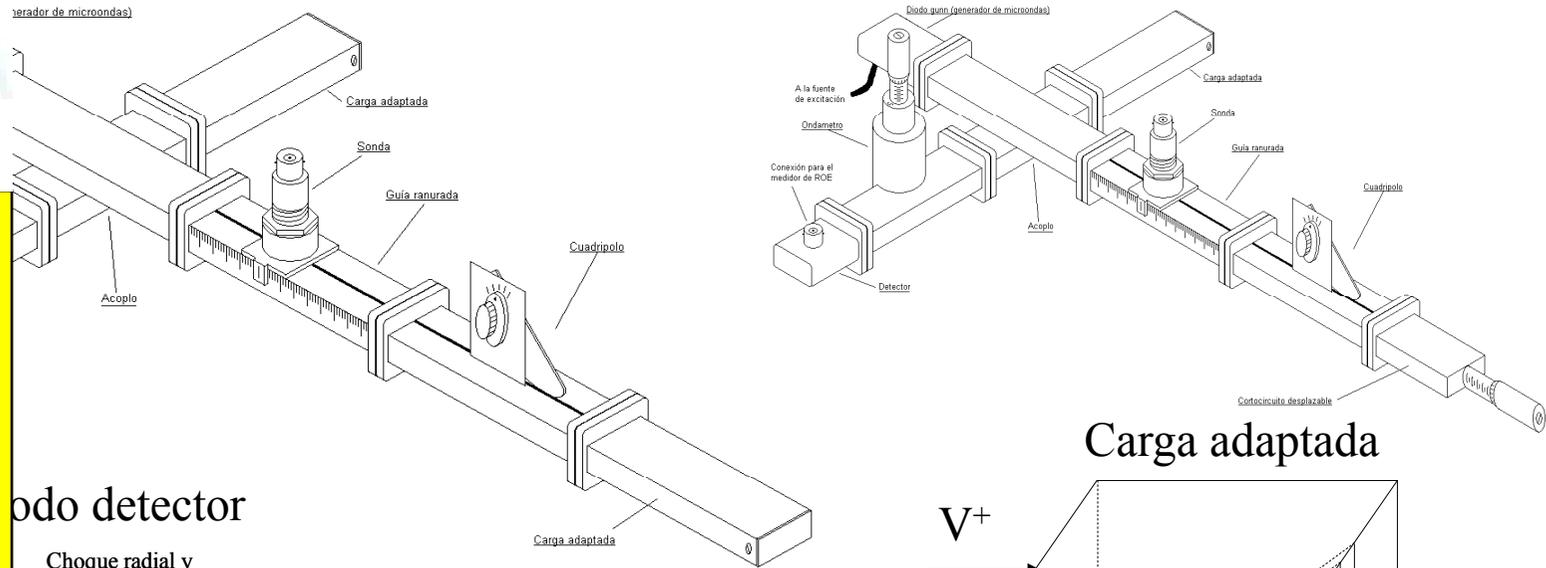
parte imaginaria es una función impar de la frecuencia

esto ayuda a establecer qué funciones auxiliares pueden ser válidas para definir
(resistencia o reactancia)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



MODELO DE BANCO DE MICROONDAS Y DETALLE DE CIRCUITOS DE UN SOLO PUERTO



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.



DESCRIPCIÓN ONDULATORIA DE UNA TERMINACIÓN (I)

Los coeficientes de voltaje y corriente generalizado han permitido asociar una onda de tensión incidente y reflejada en el plano de referencia de la terminación.

$$V = V^+ \cdot e^{-j\beta z} + V^- \cdot e^{j\beta z} = V_{inc} + V_{ref}$$

$$I = \frac{1}{Z_0} [V^+ \cdot e^{-j\beta z} - V^- \cdot e^{j\beta z}] = I_{inc} + I_{ref}$$

Definimos dos números complejos a y b tal que su módulo al cuadrado sea la potencia reflejada en el plano terminal se puede poner:

$$\left. \begin{aligned} V_{inc} &= a \cdot g; I_{inc} = \frac{a \cdot g}{Z_0} (g, Z_0 : real) \\ P_{inc} &= \frac{1}{2} V_{inc} \cdot I_{inc}^* = \frac{1}{2} a \cdot g \frac{a^* \cdot g}{Z_0^*} = a \cdot a^* \end{aligned} \right\} \Rightarrow g = \sqrt{2Z_0}$$

Los coeficientes a y b se denominan ondas de potencia.

Los valores de los voltajes y corrientes generalizados en función de las nuevas ondas de potencia son:

$$\left. \begin{aligned} V &= \sqrt{2Z_0} \cdot (a + b) \\ I &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{Z_0}} \cdot (a - b) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} a &= \frac{V + Z_0 \cdot I}{\sqrt{8Z_0}} \\ b &= \frac{V - Z_0 \cdot I}{\sqrt{8Z_0}} \end{aligned} \right.$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



DESCRIPCIÓN ONDULATORIA DE UNA TERMINACIÓN (II): interpretación física

del coeficiente de reflexión en el plano de referencia (cociente de las ondas tangenciales de campo):

$$\Gamma = \frac{V_{ref}}{V_{inc}} = \frac{b}{a} \Big|_{\text{si plano de referencia en } -z} = \frac{V^-}{V^+} \cdot e^{-2j\beta z}$$

de la impedancia en función de voltajes y corrientes generalizados

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{\sqrt{2Z_0} \cdot (a+b)}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{Z_0}} \cdot (a-b)} = Z_0 \cdot \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}$$

ción que nos permite generalizar los resultados de líneas de transmisión a guías en guía por ser la aplicación biunívoca y lineal

es físicas:

terminación pasiva: 

no disipativa: $|\Gamma| = 1$

resonancia: $W_H = W_E$: Γ real

adaptada: $\Gamma = 0$ (el número complejo b es 0 para todo a)

circuito: $\Gamma = -1$

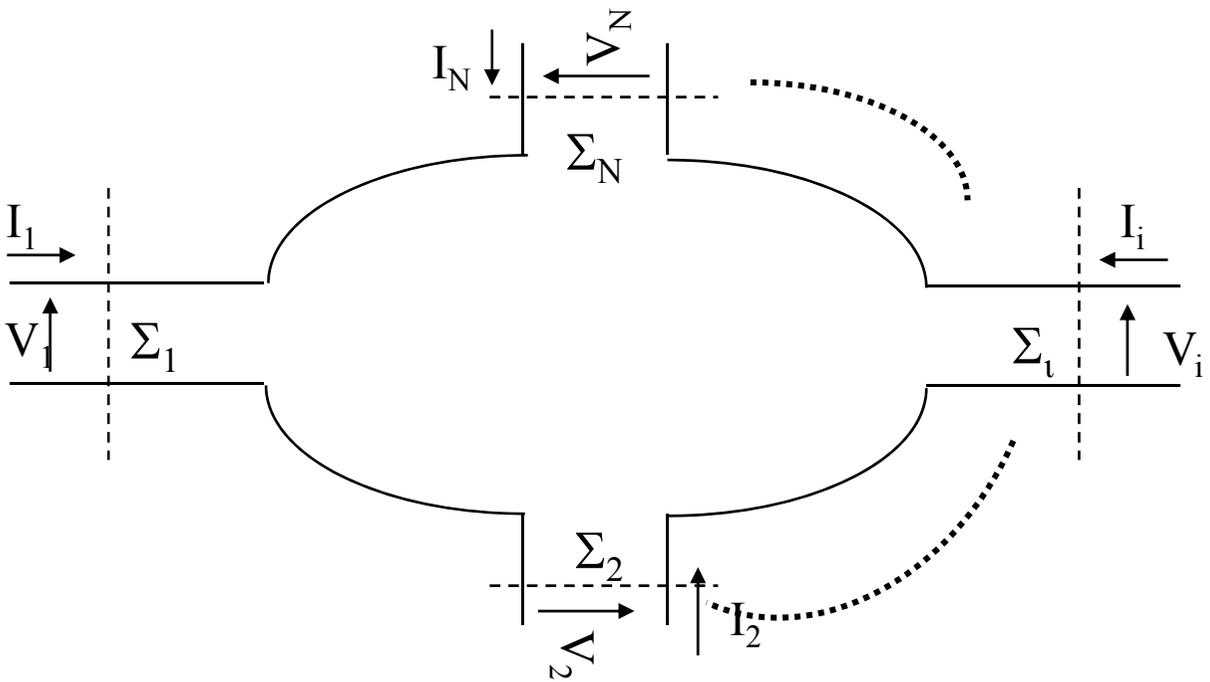
$$1 - \Gamma \cdot \Gamma^* = \frac{P}{a \cdot a^*} \Big|_{P>0} \Rightarrow |\Gamma| \leq 1$$

$$\text{Im}(\Gamma) = \omega \cdot \frac{W_H - W_E}{a \cdot a^*}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



UNIONES DE GUÍAS DE ONDAS (I)



$$\sum_{n=1}^N \frac{1}{2} \oint_{\Sigma_n} \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot \hat{z} \cdot dS = \sum_{n=1}^N \frac{1}{2} V_n \cdot I_n^* = P_{loss} + 2jw \cdot (W_m - W_e)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



UNIONES DE GUÍAS DE ONDAS (II)

1: estructura metálica cerrada cuyo volumen interior contiene una nún totalmente aislada electromagnéticamente del exterior. La única cía de energía se hace por medio de los planos de referencia que son rectas de la guía situadas en un punto donde sólo hay un modo.

era más de un modo, esa guía se modelaría como una unión de guías en sí racterizar la unión en términos de energía:

xiste flujo de energía en los planos de referencia.

anos de referencia sólo hay un modo dominante.

a plano de referencia se define un voltaje y una corriente generalizados.

ada voltaje/corriente son números complejos de los espacios vectoriales V e I .

la unión se define por vectores de números complejos de dimensión N de forma ica tales que cada par de vectores V - I define un único par de vectores E - H

os vectores V e I no son independientes y están relacionados mediante una licación bilineal entre los espacios vectoriales V^n e I^n (vectores complejos de mension N)

omo son espacios vectoriales de dimensión finita relacionados por una

licación bilineal, existe una única matriz regular que relaciona los vectores V - I

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 --
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

IONES DE GUÍAS DE ONDAS: MATRICES DE IMPEDANCIAS Y ADMITANCIAS

que relaciona V con I se denomina matriz de impedancias Z . Dado que la matriz de impedancias es regular, la matriz que relaciona I con V se denomina matriz de admitancias Y .

Las matrices de impedancias y admitancias son simétricas ya que la unión es homogénea, isótropa y recíproca.

El teorema anterior implica que las magnitudes σ , ϵ y μ son magnitudes escalares o tensoriales simétricos (demostración como ejercicio)

Este teorema se demuestra a partir del teorema de reciprocidad de Lorentz:

Si (E_a, H_a) y (E_b, H_b) son dos soluciones distintas de las ecuaciones de Maxwell para un conjunto de microondas correspondientes a dos fuentes distintas pero de la misma frecuencia y en el mismo modo se verifica

$$\nabla \cdot \left[\left(\vec{E}_a \times \vec{H}_b \right) - \left(\vec{E}_b \times \vec{H}_a \right) \right] = 0$$

$$\nabla \cdot \left[\left(\vec{E}_a \times \vec{H}_b \right) - \left(\vec{E}_b \times \vec{H}_a \right) \right] =$$

$$\vec{H}_b \cdot \nabla \times \vec{E}_a - \vec{E}_a \cdot \nabla \times \vec{H}_b - \vec{H}_a \cdot \nabla \times \vec{E}_b + \vec{E}_b \cdot \nabla \times \vec{H}_a =$$

$$= j\omega \mu \cdot \vec{H}_a - \vec{E}_a \cdot (\sigma + j\omega \epsilon) \cdot \vec{E}_b + \vec{H}_a \cdot j\omega \mu \cdot \vec{H}_b + \vec{E}_a \cdot (\sigma + j\omega \epsilon) \cdot \vec{E}_b$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

CONDICIONES FÍSICAS PARA LA DEFINICIÓN DE LAS MATRICES DE IMPEDANCIAS Y ADMITANCIAS

Y son matrices simétricas:

$$\frac{1}{2} V^T \cdot I^* \Big|_{\text{escalar}} = \frac{1}{2} I^H \cdot V = \frac{1}{2} I^H \cdot Z \cdot I = P + 2j\omega \cdot (W_H - W_E)$$

Por lo tanto la anterior expresión resulta

$$\frac{1}{2} I^H \cdot Z^H \cdot I = P - 2j\omega \cdot (W_H - W_E)$$

y restando las anteriores expresiones:

$$\frac{1}{2} I^H \cdot (Z + Z^H) \cdot I = 2P = I^H \cdot \text{Re}(Z) \cdot I$$

$$\frac{1}{2} I^H \cdot (Z - Z^H) \cdot I = 4j\omega(W_H - W_E) = j \cdot I^H \cdot \text{Im}(Z) \cdot I$$

La red es pasiva $P \geq 0$ luego: $I^H \cdot \text{Re}(Z) \cdot I \geq 0 \Rightarrow \text{Re}(Z)$ definida positiva

La red es no disipativa $P=0$ y se cumple: $I^H \cdot \text{Re}(Z) \cdot I = 0 \Rightarrow \text{Re}(Z) = 0$

Para una terminación no disipativa la matriz de impedancias es imaginaria pura

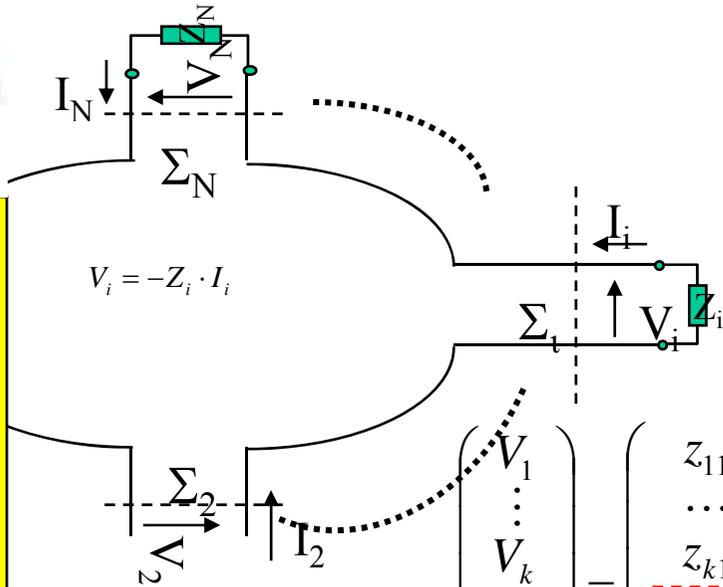
$$\left(\begin{matrix} W_H \\ W_E \end{matrix} \right) \Rightarrow \left(\begin{matrix} \text{Im}(Z) \\ -\text{Im}(Z) \end{matrix} \right) \text{definida positiva}$$

$$\left(\begin{matrix} W_H \\ W_E \end{matrix} \right) \Rightarrow \text{Im}(Z) = 0 : \text{condición de resonancia}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



RE DE UNA UNIÓN DE GUÍAS DE ONDAS CON VARIOS DIPOLOS



$$V_{N \times 1} = Z_{N \times N} \cdot I_{N \times 1} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_k \\ \vdots \\ V_{k+1} \\ \vdots \\ V_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} & \cdots & z_{1k} & \cdots & \cdots & z_{1N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ z_{k1} & \cdots & z_{kk} & \cdots & \cdots & z_{kN} \\ \cdots & \cdots & \cdots & z_{(k+1)(k+1)} & \cdots & z_{(k+1)N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ z_{(k+1)N} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & z_{NN} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_k \\ \vdots \\ I_{k+1} \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{M}_{11} & \bar{M}_{12} \\ \bar{M}_{21} & \bar{M}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \bar{V}_2 = -\bar{Z}_L \cdot \bar{I}_2$$

$$\bar{V}_2 = \left[\bar{M}_{22} + \bar{Z}_L \right]^{-1} \cdot \bar{M}_{21} \cdot \bar{I}_1 = \bar{Z}_{de} \cdot \bar{I}_1$$

La nueva unión degenerada tiene una matriz Z (Z_{de}) que se puede poner en función de la matriz Z de la unión no degenerada

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



DESCRIPCIÓN ONDULATORIA DE UNA UNIÓN DE GUÍAS (I)

Tomemos la formulación para un dipolo dada en 4.9 a una unión de guías:

$$\left. \begin{aligned} V_{N \times 1} &= H_{N \times N} \cdot (A_{N \times 1} + B_{N \times 1}) \\ I_{N \times 1} &= K_{N \times N} \cdot (A_{N \times 1} - B_{N \times 1}) \end{aligned} \right\} \text{con} \left(\begin{aligned} H_{N \times N} &= \text{diag} \left(\sqrt{2Z_{0n}} \right) \\ K_{N \times N} &= \text{diag} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{Z_{0n}}} \right) \end{aligned} \right) \Rightarrow \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} A_{N \times 1} &= F_{N \times N} \cdot (V_{N \times 1} + G_{N \times N} \cdot I_{N \times 1}) \\ B_{N \times 1} &= F_{N \times N} \cdot (V_{N \times 1} - G_{N \times N} \cdot I_{N \times 1}) \end{aligned} \right\} \text{con} \left(\begin{aligned} F_{N \times N} &= \text{diag} \left(\left(\sqrt{8Z_{0n}} \right)^{-1} \right) \\ G_{N \times N} &= \text{diag} (Z_{0n}) \end{aligned} \right)$$

Modelo físico (“siempre desde el punto de vista del circuito”):

Potencias de potencia incidentes en cada puerta del circuito (son entrantes al circuito)

Potencias de potencia salientes en cada puerta del circuito

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

DESCRIPCIÓN ONDULATORIA DE UNA UNIÓN DE GUÍAS (II)

despeja B (ondas salientes) en función de A (ondas entrantes):

$$= F \cdot (V + G \cdot I) = F \cdot (Z + G) \cdot I \Rightarrow I = (Z + G)^{-1} \cdot F^{-1} \cdot A$$

$$B = F \cdot (Z - G) \cdot I = F \cdot (Z - G) \cdot (Z + G)^{-1} \cdot F^{-1} \cdot A$$

$$B_{N \times 1} = S_{N \times N} \cdot A_{N \times 1};$$

$$S = F \cdot (Z - G) \cdot (Z + G)^{-1} \cdot F^{-1}$$

(2)

Matriz de dispersión que depende de la unión y de los planos de referencia. Si las impedancias de referencia fueran iguales a la característica, podemos normalizar dichas impedancias haciéndolas igual a la unidad. En ese caso, se podría escribir la matriz S como sigue:

$$S = (Z - \Delta) \cdot (Z + \Delta)^{-1}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

ETRIA DE LA MATRIZ DE DISPERSIÓN

S de un circuito pasivo, lineal e isótropo es simétrica: $S=S^T$

$$S = S^T$$

$$F \cdot (Z - G) \cdot (Z + G)^{-1} \cdot F^{-1} = \left[F \cdot (Z - G) \cdot (Z + G)^{-1} \cdot F^{-1} \right]^T$$

$$\cdot (Z - G) \cdot (Z + G)^{-1} \cdot F^{-1} = (F^{-1})^T \cdot ((Z + G)^{-1})^T \cdot ((Z - G))^T \cdot F^T$$

matrices F y G son diagonales, la matriz Z es simétrica

$$F \cdot (Z - G) \cdot (Z + G)^{-1} \cdot F^{-1} = F^{-1} \cdot (Z + G)^{-1} \cdot (Z - G) \cdot F$$

ando de término los inversos, resulta:

$$(Z + G) \cdot F \cdot F \cdot (Z - G) = (Z - G) \cdot F \cdot F \cdot (Z + G)$$

ndo, llegamos a:

$$2Z \cdot F \cdot F \cdot G = 2G \cdot F \cdot F \cdot Z$$

aciendo uso del hecho de las matrices que son diagonales, resulta:

$$S = S^T$$

propiedad del circuito se manifiesta en la simetría de S

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

CONDICIONES FÍSICAS PARA LA EXISTENCIA DE S (I)

En la ecuación (1), podemos poner:

$$\left. \begin{aligned} V &= \sqrt{2 \cdot Z_0} \cdot (\Delta + S) \cdot A = H \cdot (\Delta + S) \cdot A \\ I &= \sqrt{\frac{2}{Z_0}} \cdot (\Delta - S) \cdot A = K \cdot (\Delta - S) \cdot A \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} V^H = A^H \cdot (\Delta + S^H) \cdot H \\ I^H = A^H \cdot (\Delta - S^H) \cdot K \end{cases}$$

La potencia y su expresión conjugada resulta:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} I^H \cdot V &= A^H \cdot (\Delta - S^H \cdot S - S^H + S) \cdot A = P + 2j\omega(W_H - W_E) \\ \frac{1}{2} V^H \cdot I &= A^H \cdot (\Delta - S^H \cdot S - S + S^H) \cdot A = P - 2j\omega(W_H - W_E) \end{aligned} \right\}$$

y restando miembro a miembro se tiene que:

$$\left. \begin{aligned} A^H \cdot (\Delta - S^H \cdot S) \cdot A &= P \\ A^H \cdot (S - S^H) \cdot A &= 2j\omega(W_H - W_E) \end{aligned} \right\}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

CONDICIONES FÍSICAS PARA LA EXISTENCIA DE S (II)

Condiciones

Reflexión pasiva:

$$P \geq 0; \Rightarrow (\Delta - S^H \cdot S) \text{ definida } _ \text{positiva}$$

Disipativa:

$$P = 0; \Rightarrow (\Delta - S^H \cdot S) = 0 \Rightarrow \Delta = S^H \cdot S \Rightarrow \text{Sunitaria}$$

Resonancia: matriz de dispersión real $S = S^H$

Cuando todos los menores de la matriz $\text{Im}(S)$ sean positivos, entonces:

$$W_H > W_E \Rightarrow \{\text{Im}(S)\} \text{ definida } _ \text{positiva}$$

Cuando todos los menores de la matriz $-\text{Im}(S)$ sean positivos, entonces:

$$W_H < W_E \Rightarrow \{-\text{Im}(S)\} \text{ definida } _ \text{positiva}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

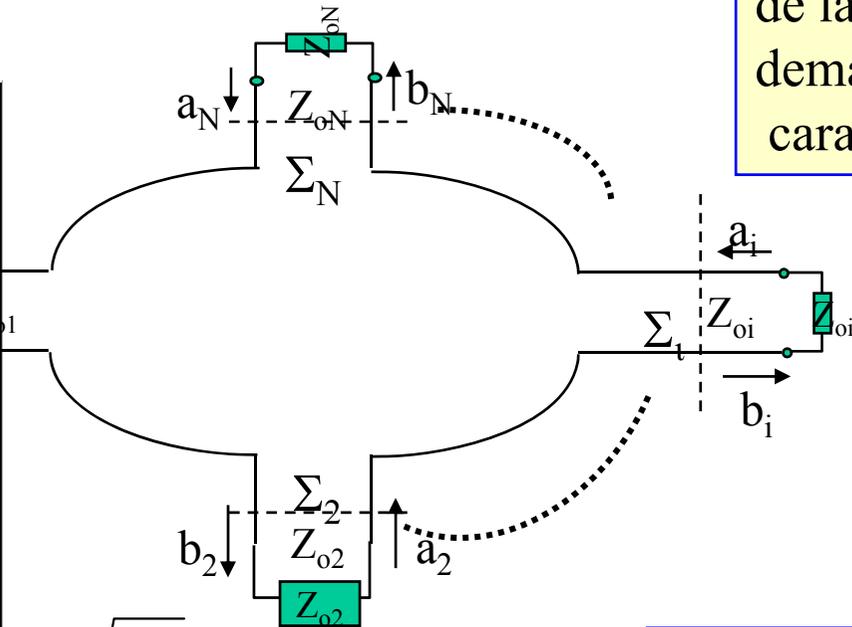
¿SIGNIFICADO FÍSICO DE LOS PARÁMETROS S

Coeficiente de reflexión de potencia de la puerta i cuando se cargan las demás puertas con la impedancia característica

$$s_{ii} = \frac{b_i}{a_i} \Big|_{Z_{j \neq i} = Z_{oj}} = \frac{V_i^-}{V_i^+}$$

$$|s_{ii}|^2 = \frac{|b_i|^2}{|a_i|^2} = \frac{P_i^-}{P_i^+}$$

Coeficiente de transmisión de potencia de la puerta i a la puerta k cuando se cargan con la impedancia característica todas las puertas menos la i



$$= \frac{\sqrt{Z_{oi}} \cdot V_k^-}{\sqrt{Z_{ok}} \cdot V_i^+}$$

$$\frac{P_k^-}{P_i^+}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



CONCEPTO DE CIRCUITO ADAPTADO

el parámetro de adaptación en una puerta de una unión de guías:

o: cerramos todas las puertas de una unión, menos una, con cargas sin reflexión:

$$b_2 = \dots = b_N = 0$$

La matriz de dispersión se reduce a: $b_1 = s_{11}a_1$

Definición del parámetro de adaptación de esa puerta 1.

Definición de terminación adaptada: $s_{11} = 0$

Definición de adaptación: Si en una unión de guías de onda $s_{nn} = 0$, la unión está adaptada desde la guía n.

Si en todos los elementos diagonales de la matriz S, la unión está adaptada.

Definición de que una unión esté adaptada significa que toda la potencia que se incide por cada puerta, se consume efectivamente en el circuito, sin que haya potencia reflejada por dicha puerta.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



CONCEPTO DE CIRCUITO ACOPLADO, DESACOPLADO Y DEGENERADO

el parámetro de acoplamiento entre dos puertas de una unión de guías:

o: queremos medir el acoplamiento entre la puerta i y la puerta j ; es decir de la potencia que entra por i sale por j , es decir el parámetro s_{ji} .

o: cerramos todas las puertas de una unión, menos una, con cargas sin reflexión: $b_1 = \dots = a_j = \dots = a_N = 0$; $a_i \neq 0$.

La matriz de dispersión se reduce a: $b_j = s_{ji} a_i$

Definición del parámetro de acoplamiento de esa puerta i a la puerta j .

Definición de puerta acoplada y desacoplada:

o: parámetro $s_{ji} = 0$, la puerta j se encuentra desacoplada de la i : no se transmite energía de la puerta i a la puerta j .

o: parámetro $s_{ji} \neq 0$, la puerta j se encuentra acoplada con la i : se transmite energía de la puerta i a la puerta j .

Definición de circuito degenerado:

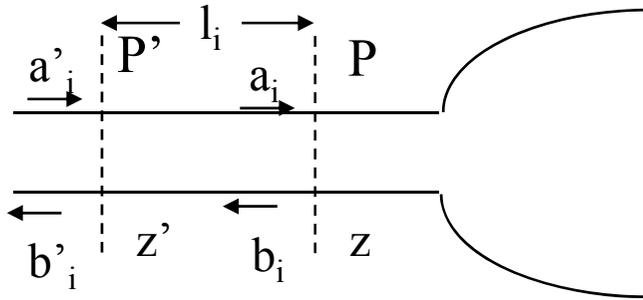
o: en una unión de N guías existe un subconjunto de K guías que se encuentran mutuamente desacopladas del subconjunto complementario de $(N-K)$ guías, entonces, se dice que la unión es degenerada.

o: en estas condiciones el subconjunto de K guías no transmite potencia al de $(N-K)$.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

TRANSFORMACIÓN DE LA MATRIZ DE DISPERSIÓN POR UN CAMBIO DE PLANO DE REFERENCIA



$$\begin{aligned}
 &= a \cdot e^{-j\beta_i z} \\
 &= b \cdot e^{j\beta_i z}
 \end{aligned}
 \Rightarrow
 \begin{cases}
 a'_i = a \cdot e^{-j\beta_i z'} & \text{sentido_de_onda_progresiva} \\
 b'_i = b \cdot e^{j\beta_i z'}
 \end{cases}
 \rightarrow z = z' + l_i$$

$$\begin{aligned}
 &= a'_i \cdot e^{-j\beta_i l_i} \\
 &= b'_i \cdot e^{j\beta_i l_i}
 \end{aligned}
 \Rightarrow
 \begin{cases}
 A = P \cdot A' \\
 B = P \cdot B'
 \end{cases}
 \Rightarrow P = \text{diag}(e^{-j\beta_i l_i})$$

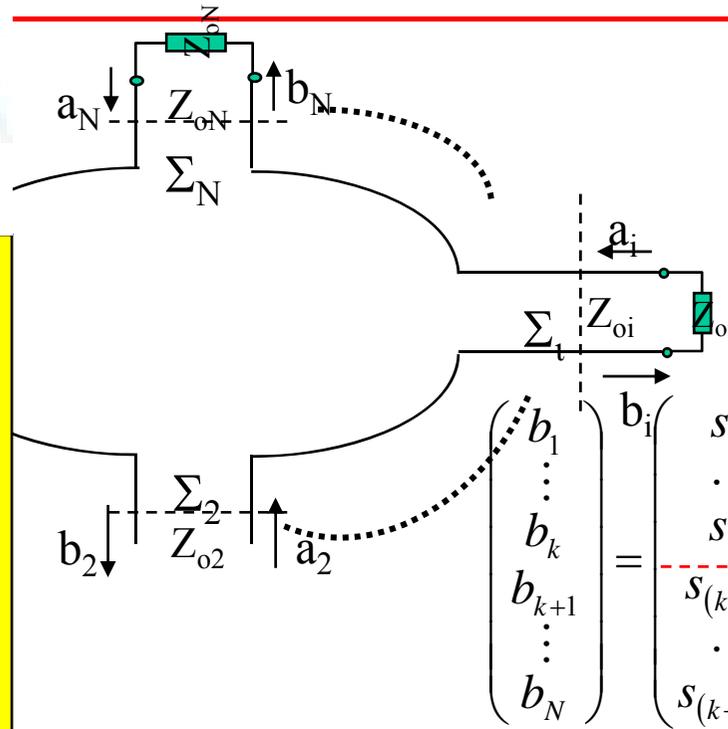
$$S = P \cdot S' \cdot P^{-1}$$

$$S = P \cdot S' \cdot P^{-1}$$

Si nos movemos hacia **fuera** en un circuito de N guías (del plano P al P') la matriz de dispersión resulta de multiplicar por una matriz P diagonal, en los lados de la matriz inicial S.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

RE DE UNA UNIÓN DE GUÍAS DE ONDAS CON VARIOS DIPOLOS



$$B = S \cdot A \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_k \\ b_{k+1} \\ \vdots \\ b_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11} & \cdots & s_{1k} & \cdots & \cdots & s_{1N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ s_{k1} & \cdots & s_{kk} & \cdots & \cdots & s_{kN} \\ \cdots & \cdots & \cdots & s_{(k+1)(k+1)} & \cdots & s_{(k+1)N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ s_{(k+1)N} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & s_{NN} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_k \\ a_{k+1} \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_k \\ b_{k+1} \\ \vdots \\ b_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{N}_{11} & \bar{N}_{12} \\ \bar{N}_{21} & \bar{N}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{A}_1 \\ \bar{A}_2 \end{pmatrix} \text{ con } \begin{cases} \Gamma_n = \frac{a_n}{b_n}; [\Gamma_C]_{(N-k) \times (N-k)} = [\Gamma_C] = \text{diag}(\Gamma_n) \\ \bar{A}_2 = [\Gamma_C] \cdot \bar{B}_2; \bar{B}_2 = [\Gamma_C]^{-1} \cdot \bar{A}_2 \end{cases}$$

$$\bar{B}_2 \cdot (\bar{N}_{22} - \Gamma_C^{-1})^{-1} \cdot \bar{N}_{21} \cdot \bar{A}_1 = \bar{S}_{de} \cdot \bar{A}_1$$

La nueva unión degenerada tiene una matriz S (S_{de}) que se puede poner en función de la matriz S de la unión no degenerada

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



CONCLUSIONES

La definición de los parámetros S ha venido motivada por la necesidad de obtener parámetros que relacionasen de forma clara los parámetros susceptibles de medirse en un circuito de microondas: relaciones entre potencias transmitidas e incidentes (ROE y reflexión en este último caso).

Los coeficientes de potencia son invariantes en amplitud mediante una transformación de ondas de referencia.

El diagrama de Smith indica de forma sencilla la distribución de potencia entre las puertitas de un dispositivo.

Los parámetros S se miden en condiciones de adaptación de las puertitas mientras que los parámetros Y o Z se miden en cortocircuito o circuito abierto.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
--
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



APÉNDICE: TEORÍA DE GRAFOS (I)

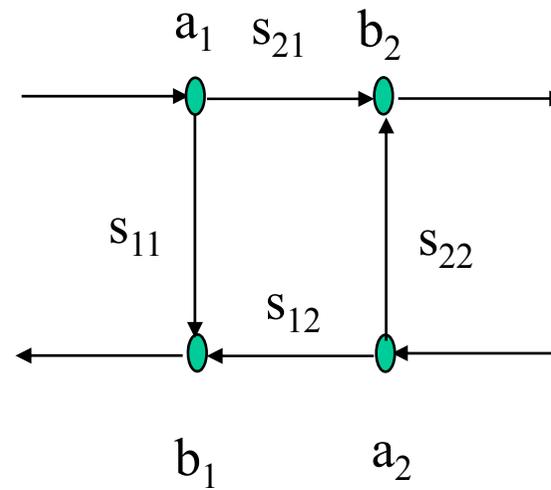
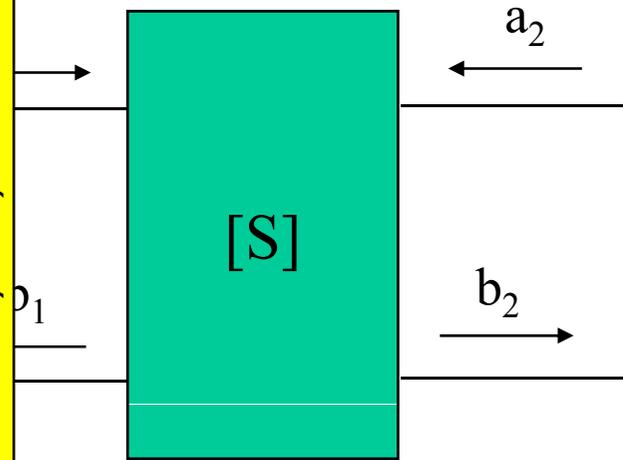
...nica adicional a la de parámetros S para medir las características de ... en términos de potencias transmitidas y reflejadas.

...s de un grafo:

...cada puerto de una red tiene dos nodos, uno asociado a una onda entrante (a) y ... asociado a una onda saliente (b).

...es el camino directo entre un nodo a y un nodo b. Cada rama tiene asociado un ...etro S de transmisión o de reflexión.

...e un cuadripolo:



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



TEORÍA DE GRAFOS (II): reglas

en serie: Dos ramas que tienen un nodo común con una sola entrada y pueden juntarse en una única rama cuyo coeficiente es el producto de las.

en paralelo: Dos ramas con un único nodo común pueden combinarse en una única cuyo coeficiente es la suma de los coeficientes.

autorealimentado: Cuando un nodo se autorealimenta con un coeficiente de α dado (s), dicho lazo puede eliminarse multiplicando la rama previa por $1 - \alpha$.

desplazamiento: Un nodo puede descomponerse en dos nodos separados que cada combinación de ramas separadas contenga una y sólo una combinación de cada nodo.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
--
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

BIBLIOGRAFÍA

awa: Power Waves and the Scattering Matrix, IEEE Transactions on
e Theory and Techniques, March 1965

Collin: "Foundations for microwave engineering" New York McGraw-
. (capítulo 4)

Pozar: "Microwave Engeneering" Second Edition 1998, John
ons. (capítulo 4)

mínguez: Cuestiones Básicas de Electromagnetismo, Aplicación a la
e Microondas. Consejo Superior Investigaciones Científicas.

Sebastián, Sierra, Margineda: "Ingeniería de Microondas: Técnicas
ntales" Prentice Práctica 2002.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
--
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70