MATEMÁTICAS

1^0 DEL GRADO EN CIENCIAS AMBIENTALES
CURSO 13-14

Hoja de problemas del TEMA 2

1. En un experimento metabólico la masa M de glucosa decrece de acuerdo con la fórmula
$$M = 4{,}5 - 0{,}03t^2 \qquad (t \text{ en horas})$$
Encontrar la tasa de reacción en $t = 0$, en $t = 2$, y en el intervalo $[0, 2]$.

2. La temperatura del aire T, en grados centigrados, un cierto día viene dada por
$$T = 14 + 8\mathrm{sen}(\frac{\pi(t-8)}{12})$$
donde t es el tiempo en horas medido desde medianoche. Encontrar la tasa media de crecimiento de la temperatura entre las 2.00 y las 14.00 horas. Calcular el índice de cambio instantáneo de T a las 2.00, a las 8.00 y a las 14.00 horas.

3. Hallar la ecuación de la tangente a la curva $y = \sqrt{24 + x^2}$ en el punto $(1, 5)$.

4. Calcular los siguientes límites (si existen):

(a)	$\lim_{x\to 0} \frac{\mathrm{senx}}{x^3}$	(b)	$\lim_{x\to \infty} \frac{\mathrm{lnx}}{x}$	(c)	$\lim_{x\to \infty} \frac{e^x}{x^3}$
(d)	$\lim_{x\to 0} \frac{\mathrm{senx-x}}{x^3}$	(e)	$\lim_{x\to 0} \frac{x+\mathrm{sen3x}}{x-\mathrm{sen3x}}$	(f)	$\lim_{x\to 0} \frac{\mathrm{tgx-senx}}{x^3}$

5. El consumo de energía de algunas aves voladoras se puede medir. Para cierto tipo de periquito australiano este consumo de energía en J / g km se puede describir mediante la fórmula
$$E = \frac{0{,}31(v-35)^2 + 92}{v}$$
donde v es la velocidad en km / h. Calcular la velocidad más económica.

6. Una población de 1000 bacterias es introducida en un medio nutriente. La población P crece según la siguiente expresión
$$P(t) = \frac{15000(1+t)}{15+t^2}$$
donde t es el tiempo en horas. Determinar la población máxima y construir una gráfica aproximada de P respecto de t.

7. El número de individuos de una población (en millones) viene dado, en función del tiempo (en segundos), por la siguiente expresión
$$P(t) = \frac{t^2+1}{t^2+2t+1}$$
Calcular:
   a) Población máxima y mínima a partir del instante 0.
   b) Velocidad de crecimiento má xima de la población.
   c) Evolución de la población.

8. La reacción de una persona a una droga se mide por el cambio de la temperatura corporal una hora después de su administración. Se ha descubierto que ésta depende de la cantidad de droga administrada según la siguiente expresión
$$T = T_0 - 0{,}25x^2(3-x)$$
donde T_0 es la temperatura inicial del cuerpo. Calcular el valor de x que hace bajar más la temperatura.

9. La altura de un individuo, H (centìmetros), a lo largo de su vida viene dada por

$$H(t) = 170 + \frac{190t - 1560}{(t+1)^2 + 12}$$

donde t es la edad en años. Calcular:

   a) La edad a la que alcanzará 1 m de altura.
   b) Las alturas máxima y mínima, y las edades a las que se alcanzan.
   c) La altura que tendrá finalmente si el individuo tiene una larga vida.

10. Comprobar que las siguientes ecuaciones tiene, cada una, una solución en el intervalo dado. Usar el método de Newton para aproximarlas hasta que la tercera cifra decimal sea exacta.

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} & 2x + \ln x = 1 \quad , \quad [\frac{1}{2}, 1] & \text{(b)} & x + \ln x = 3 \quad , \quad [2,3] \\ \text{(c)} & 2x + e^x = 3 \quad , \quad [0,1] & \text{(d)} & 2x - x^2 + e^{-x} = 0 \quad , \quad [2,3] \end{array}$$

11. Sea la equación $e^x = x^2$.

   (a) Demostrar que tiene una única raíz negativa α.
   (b) Aproximar α (con dos cifras decimales exactas).

12. El número de individuos (en miles) de una población viene dado por:

$$P(t) = \frac{2 + 3t - 2t^2}{t^2 + 1} + 3,$$

donde t es el tiempo en horas. Se pide:

   a) Hallar la población máxima y mínima a partir del instante $t = 0$.
   b) Esbozar la gráfica de $P(t)$.
   c) Estudiar la evolución de la población.

13. El número de individuos de una población (en millones) viene dado por:

$$P(t) = \frac{t^2 - t + 1}{3t^2 - 3t + 2},$$

donde t es el tiempo en años. Se pide:

   a) Hallar la población máxima y mínima a partir del instante $t = 0$.
   b) Estudiar la evolución de la población.
   c) Esbozar la gráfica de $P(t)$.

SOLUCIONES

1. $0\,[\text{M}]/\text{h} \quad , \quad -0{,}12\,[\text{M}]/\text{h} \quad , \quad -0{,}06\,[\text{M}]/\text{h}$.
2. $\frac{4}{3}\,^o\text{C/h} \quad , \quad 0\,^o\text{C/h} \quad , \quad \frac{2\pi}{3}\,^o\text{C/h} \quad , \quad 0^o\text{C/h}$.
3. $y = 0{,}2x + 4{,}8$.
4. (a) ∞, (b) 0, (c) ∞, (d) $\frac{-1}{6}$, (e) -2, (f) $\frac{1}{2}$.
5. $\approx 39{,}0099$ km/h .
6. 2500 bacterias .
7. (a) 1000000 ind. , 500000 ind. (b) $\frac{2000000}{27}$ ind/s (c) $\to$ 1000000ind. .
8. $2[x]$.
9. (a) $\approx 1{,}49536$ años (b) 175 cm con ≈ 18 años y 50 cm con 0 años (c) 170 cm .
10. (a) 0.687 (b) 2.207 (c) 0.594 (d) 2.061 .
11. (b) -0.70.
12. (a) no existe mínimo absoluto; máximo absoluto: 5500 individuos. (c) 1000 individuos.
13. (a) P tiene en $t = 1/2$ un máximo absoluto, que vale 600000 individuos.