

**MATEMÁTICAS**  
**1º DEL GRADO EN CIENCIAS AMBIENTALES**  
**CURSO 13-14**

**Hoja de problemas del TEMA 7**

1. Calcular los siguientes determinantes:

$$(I) \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \quad (II) \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 7 \end{vmatrix} \quad (III) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -4 \end{vmatrix} \quad (IV) \begin{vmatrix} -3 & 0 & 6 \\ 5 & 4 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$(V) \begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 & 5 \end{vmatrix} \quad (VI) \begin{vmatrix} 3 & 4 & -4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -4 & 4 & 3 \end{vmatrix} \quad (VII) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

2. Dadas las siguientes matrices, calcular los autovalores y sus autovectores asociados.

$$(I) \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \quad (II) \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad (III) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \quad (IV) \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(V) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (VI) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (VII) \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Diagonalízense, si es posible, las siguientes matrices.

$$(I) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (II) \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \quad (III) \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -5 & -2 & -5 \\ 5 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad (IV) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(V) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (VI) \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad (VII) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (VIII) \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Sea la matriz  $\mathbf{A}$  dependiente del parámetro  $a$ .

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & a & 0 \\ -2 & 2 & a \\ 0 & 1+2a & 1+a \end{pmatrix}$$

- (a) Encontrar los autovectores de  $\mathbf{A}$  en el caso  $a = 1$ .  
 (b) Comprobar que  $\lambda = 1$  es un autovalor de  $\mathbf{A}$  para cualquier valor de  $a$ .

5. Estudiar si para  $a = 0$  la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE**  
**LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS**  
**CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

## SOLUCIONES

1. (I) -1  
(II) 14  
(III) -12  
(IV) 0  
(V) 96  
(VI) 9  
(VII) -16
  
2. (I) 1, [-1,1] ; 3, [-1,2]  
(II) 1, [-2,3] ; 6, [1,1]  
(III) 4, [1,-2] ; 0, [1,2]  
(IV) 2, [1,0], [0,1]  
(V) -2, [0,1,0] ; 1, [3,-1,3]  
(VI) 0, [1,1,1] ; 1, [-1,0,1] ; 3, [1,-2,1]  
(VII) -1, [1,0,1] ; 1, [3,2,1] ; 2, [1,3,1]
  
3. (I)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$   
(II) No diagonalizable  
(III)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$   
(IV) No es diagonalizable  
(V)  $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$   
(VI)  $\begin{pmatrix} -1 & -\frac{1}{2} & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -4 & 5 & -2 \\ -2 & -2 & 8 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$   
(VII) A no es diagonalizable  
(VIII)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$
  
4. (a) 1, [-1,1,-3] ; 2, [1,0,2] ; 3, [1,1,3]
  
5. Para  $a = 0$  A es diagonalizable. Para  $a = 1$  no lo es.
  
6. (I)  $A^{100} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{100} \end{pmatrix}$   
(II)  $A^{100} = PD^{100}P^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (-1)^{100} & 0 \\ 0 & 4^{100} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 + 2 \cdot 4^{100} & -2 + 2 \cdot 4^{100} \\ -3 + 3 \cdot 4^{100} & 2 + 3 \cdot 4^{100} \end{pmatrix}$   
(III)  $A^{100} = PD^{100}P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (-1)^{100} & 0 \\ 0 & 3^{100} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 + 2 \cdot 3^{100} & -3^{100} \\ 4 - 4 \cdot 3^{100} & 2 - 2 \cdot 3^{100} \end{pmatrix}$   
(IV)  $A^{100} = PD^{100}P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2^{100} & 0 \\ 0 & 0 & 2^{100} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 2^{99} & -2^{99} & 0 \\ -2^{99} & 2^{99} & 0 \\ -2^{99} & -2^{99} & 2^{99} \end{pmatrix}$   
(V)  $A^{100} = PD^{100}P^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6^{100} & 0 \\ 0 & 0 & 6^{100} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{6^{100}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 6^{99} & 6^{99} \\ 0 & \frac{6^{100}}{3} & \frac{6^{100}}{3} \end{pmatrix}$



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**