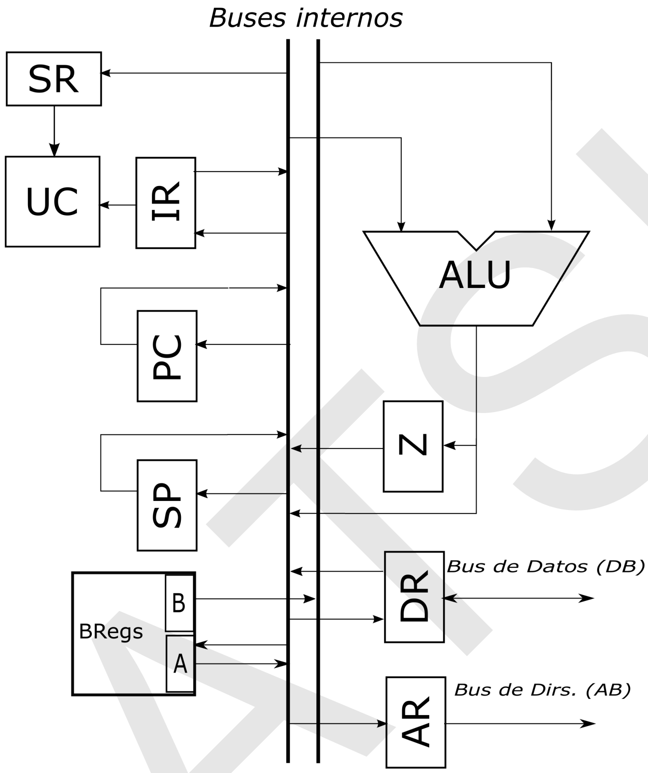
1 **(5 puntos)** Sea la CPU cuyo esquema simplificado (o *datapath*) aparece en la figura. La ALU, todos los registros, rutas de datos y de direcciones son de 32 bits. El banco de registros dispone de dos puertas, A y B, que permiten a la UC seleccionar cualquier pareja de registros en cada ciclo. La memoria es direccionable a palabra, y su tiempo de acceso es de 50 ns. La pila crece en direcciones decrecientes y SP apunta al último dato.

PC: Reg. contador de programa
AR: Reg. de direcciones
IR: Reg. de instrucción
Z: registro *transparente*
BRegs: banco de registros de *propósito general*, R0..R7
SP: Reg. puntero de pila
DR: Reg. de datos
SR: Reg. de estado



a) Calcule el tiempo de ciclo de reloj para este procesador cuya UC es cableada. Los retardos de algunos dispositivos del computador son:

ALU: 15 ns L/E a registro: 2 ns L/E a banco de registros: 4 ns

b) Desglose en operaciones elementales a nivel RT la instrucción `CALLC #7[.R1], #3[.R3]` incluyendo el fetch de la siguiente instrucción y tratando de solapar operaciones elementales. Esta instrucción de una palabra salta a la subrutina de la primera dirección o a la subrutina de la segunda dirección dependiendo de si se cumple la condición C (carry) o no (NC, not carry), respectivamente.

c) Calcule el tiempo medio de ejecución de la instrucción anterior, suponiendo que la probabilidad de que se cumpla la condición C es del 50 %

d) Explique brevemente la influencia en el tiempo total de ejecución del uso de direccionamiento directo a memoria en ambos campos de dirección de la instrucción anterior: `CALLC /dir1, /dir2`

SOLUCIÓN

a) La duración del ciclo de reloj viene determinado por el camino crítico de esta CPU. El camino crítico es BRegs-ALU-BRegs:

$$T_{ck} = T_{BR} + T_{ALU} + T_{BR} = 4\ ns + 15\ ns + 4\ ns = 23\ ns$$

Como el t_{acc} a memoria es de 50 ns, necesitará 3 ciclos de reloj.

b) A continuación se realiza el desglose en operaciones elementales de la instrucción propuesta.

La instrucción CALLC debe salvar la dirección de retorno en pila, y dependiendo de si se cumple la condición C o no, modificar el PC con una u otra dirección.

```
a1:             SP → Z
a2:             Z-1 → SP, AR
a3:             PC → DR
a4:             DR → M(AR) ; dura 3 ciclos
a5: (Si C)      BR(R1) + IR.desp1 → Z
a5: (Si NC)     BR(R3) + IR.desp2 → Z
a6:             Z → PC, AR
a7:             M(AR) → DR; PC+1 → Z (en 1er ciclo);Z → PC (2º ciclo); dura 3 ciclos
a8:             DR→ IR; ir a CO
```

c) La instrucción emplea en ejecutar

$Teje\ =\ 8+2\cdot 2\ =\ 12\ ciclos\ =\ 12\cdot 23\ =\ 276\ ns$

d) Si la instrucción tuviera los campos de dirección con direccionamiento directo, debería ocupar 3 palabras en total, y habría que leer en memoria esas palabras (al menos la dirección a cargar en el PC), por lo que tardaría como poco tres ciclos más en ejecutar, por lo que sería más lenta.

2 **(5 puntos)** Un computador representa números de coma flotante usando un formato de 16 bits que sigue las convenciones del estándar IEEE754 en todo excepto en los tamaños, es decir, usa el mismo tipo de representaciones especiales, representación del exponente, bit implícito, situación de la coma, representaciones normalizadas y no normalizadas, así como bits de guarda y modos de redondeo. En el formato, el bit superior corresponde al signo, los nueve siguientes al exponente y los seis últimos a la mantisa.

a) Determine el rango y resolución del formato.

b) Represente en el formato los números A = -0,64 y B = +108

c) Determine el valor decimal de los siguientes números que están representados en el formato: C = H'4131; D = H'8018

d) Realice paso a paso la operación A + B + C, dejando el resultado en el formato descrito y determine el valor decimal del mismo. Utilice redondeo al más próximo.

e) Rediseñe el formato de representación (manteniendo el número total de bits) para que el número A se pueda representar con una resolución menor que 10^{-3}

SOLUCIÓN

1. **Rango y resolución del formato.**

   Números normalizados.

   Exponente: El estándar IEEE754 representa los exponentes en exceso a $2^{n-1}-1$. En este caso sería exceso a 255. Como se reserva el exponente mínimo (-255) para la representación del cero y los números no normalizados, y el exponente máximo $(+256)$ para la representación del infinito y las indeterminaciones, el rango de exponente para la representación de números queda: $[-254, 255]$.

   La mantisas normalizadas en este formato se representan en signo-magnitud, con bit implícito y la coma situada a la derecha del bit implícito:

   $$\text{Mantisa: } \pm \begin{cases} \texttt{1,000000} & \rightarrow & 1 \\ \texttt{1,111111} & \rightarrow & 2-2^{-6} \end{cases}$$

   El rango para números normalizados es: $\pm\left[1\cdot 2^{-254}, (2-2^{-6})\cdot 2^{255}\right]$

   Números no normalizados

   Exponente: Siguiendo el estándar IEEE754, aunque los números no normalizados se representan con el exponente todo a ceros (valor -255), a todos ellos se les asigna como exponente el más pequeño de los normalizados, en este caso -254. De este modo hay continuidad en la representación.

$$\text{Mantisas: } \pm \begin{cases} 0{,}000000 & \rightarrow & 0 \\ 0{,}000001 & \rightarrow & 2^{-6} \\ 0{,}111111 & \rightarrow & 1-2^{-6} \end{cases}$$

El rango para números no normalizados es: $\pm\left[2^{-6}\cdot 2^{-254}, (1-2^{-6})\cdot 2^{-254}\right] \cup 0$

Así pues, el rango total es:

$\pm\left[1\cdot 2^{-254}, (2-2^{-6})\cdot 2^{255}\right] \cup \pm\left[2^{-6}\cdot 2^{-254}, (1-2^{-6})\cdot 2^{-254}\right] \cup 0$

La resolución depende del exponente y es: $2^{-6}\cdot 2^{E}$

2. **Paso al formato.**

   $A = \texttt{-0,64} = \texttt{-,10100011} = \texttt{-1,010001}\cdot 2^{-1} = \texttt{1 011111110 010001} = \texttt{H'BF91}$

   $B = \texttt{+108} = \texttt{+01101100} = \texttt{+1,101100}\cdot 2^{6} = \texttt{0 100000101 101100} = \texttt{H'416C}$

3. **Valor decimal de los números.**

   $C = \texttt{H'4131} = \texttt{0 100000100 110001} = \texttt{+1,110001}\cdot 2^{5} = \texttt{+111000,1} = \texttt{+56,5}$

   $D = \texttt{H'8018} = \texttt{1 000000000 011000}$

   Como se puede ver, el exponente del número D es cero, con lo cual representa un número no normalizado, al que se le asigna el exponente mínimo (-254).

   $D = \texttt{-0,011000}\cdot 2^{-254} = \texttt{-11,0}\cdot 2^{-257} = \texttt{-3}\cdot 2^{-257} = \texttt{-1,30}\cdot 10^{-77}$

4. **Suma $A+B+C$.**

   Comenzaremos haciendo A+B para después sumarle C

   Este formato utiliza dos bits de guarda y un bit retenedor para la suma. Los números a sumar son:

   $A = \texttt{-1,010001}\cdot 2^{-1}$ *y* $B = \texttt{+1,101100}\cdot 2^{6}$

   Se restan los exponentes: $E_A - E_B = -1-6 = -7$. Hay que desplazar la mantisa de A siete lugares a la derecha. Así, teniendo en cuenta los dos bits de guarda y el bit retenedor queda:

   $A = \texttt{-0,000000 10 1}\cdot 2^{6}$

   Como tienen distinto signo habrá que restar la mantisa de B menos el valor absoluto de la mantisa de A.

$$\begin{array}{lrl} M_B & 1{,}101100\ 00\ 0\cdot 2^{6} & \\ M_A & -\ 0{,}000000\ 10\ 1\cdot 2^{6} & \\ \hline & 1{,}101011\ 01\ 1\cdot 2^{6} & \quad Normalizado \\ Redondeo & 0{,}000000\ 10\ 0 & \\ \hline & 1{,}101011\ 11\ 1\cdot 2^{6} & \end{array}$$

   $A+B = \texttt{+1,101011}\cdot 2^{6}$

   Ahora hay que sumar $C = \texttt{+1,110001}\cdot 2^{5}$

   Se restan los exponentes: $E_{A+B} - E_C = 6-5 = 1$. Hay que desplazar la mantisa de C un lugar a la derecha. Así, teniendo en cuenta los dos bits de guarda y el bit retenedor queda:

   $C = \texttt{+0,111000 10 0}\cdot 2^{6}$

$$\begin{array}{lr} M_{A+B} & 1{,}101011\ 00\ 0\cdot 2^{6} \\ M_C & +\ 0{,}111000\ 10\ 0\cdot 2^{6} \\ \hline & 10{,}100011\ 10\ 0\cdot 2^{6} \\ Normalizacion & 1{,}010001\ 11\ 0\cdot 2^{7} \\ Redondeo & 0{,}000000\ 10\ 0 \\ \hline & 1{,}010010\ 01\ 0\cdot 2^{7} \end{array}$$

   $A+B+C = \texttt{+1,010010}\cdot 2^{7} = \texttt{0 100000110 010010} = \texttt{H'4192}$

   $A+B+C = \texttt{+10100100} = \texttt{164}$

5. **Rediseño de formato.**

El número A se representa en este formato con exponente -1, es decir, que se representa con una resolución $2^{-6} \cdot 2^{-1}$. En general, para p bits de mantisa su resolución será $2^{-p} \cdot 2^{-1}$.

Así pues se debe cumplir:

$2^{-p} \cdot 2^{-1} < 10^{-3} \Rightarrow 2^{-(p+1)} < 10^{-3} \Rightarrow p+1 > 3/log2 \Rightarrow p+1 > 9,96$

Por tanto, para cumplir la restricción el número de bits de la mantisa debe ser 9. Nos quedaría un formato con un bit para el signo, seis para el exponente y nueve para la mantisa.