

Diseño Iterativo

Yolanda Ortega Mallén

Dpto. de Sistemas Informáticos y Computación

Universidad Complutense de Madrid

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The text is set against a light blue background with a white, brushstroke-like underline that extends to the right.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Objetivos

- 1 Aprender un sistema de **reglas de inferencia** que nos permiten **razonar sobre el comportamiento** de algoritmos iterativos.
- 2 Utilizar las reglas para **comprobar** que un programa es **correcto** respecto a su especificación.
- 3 Implementar un programa correcto por **derivación** a partir de la especificación del problema.
- 4 Ver **soluciones de problemas iterativos típicos** para conocer diversas formas de solución.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue and white background with a subtle wave-like pattern.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- Semántica axiomática.
- Verificación de algoritmos.
- Derivación formal de algoritmos.

The logo for Cartagena99 features the text "Cartagena99" in a stylized, green, serif font. The text is set against a light blue, cloud-like background that tapers to the right. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- R. Peña. *Diseño de programas. Formalismo y abstracción*. Tercera edición. Prentice Hall, 2005. **Capítulo 4**.
- N. Martí Oliet, C. Segura Díaz y J. A. Verdejo López. *Algoritmos correctos y eficientes: diseño razonado ilustrado con ejercicios*. Garceta Grupo Editorial, 2012. **Capítulos 2 y 4**.
- A. Kaldewaij. *The derivation of algorithms*. Prentice Hall, 1990.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue and white background with a subtle wave-like pattern.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Lenguaje imperativo programa = secuencia de órdenes.

Estado valores asociados a las variables del programa.

Cómputo ejecución de la secuencia de órdenes desde un estado inicial hasta alcanzar un estado final.

Especificación relación entre el estado inicial y el estado final del cómputo de un programa, $\{A\} P \{B\}$.

Semántica axiomática axiomas + reglas de inferencia.

Premisas

Conclusión

Demostrar teoremas del tipo $\{A\} P \{B\}$.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue and white background with a subtle wave-like pattern.

Fortalecimiento de la precondition

Si P cumple la siguiente especificación:

$$\begin{array}{c} \{x \leq 5\} \\ P \\ \{x \leq 10\} \end{array}$$

¿Qué ocurre si cambiamos la precondition por un predicado que la implique?

$$x \leq -7 \Rightarrow x \leq 5$$

Se cumple también la especificación:

$$\{x \leq -7\}$$

The logo for Cartagena99, featuring the text 'Cartagena99' in a stylized font with a blue and orange gradient background.

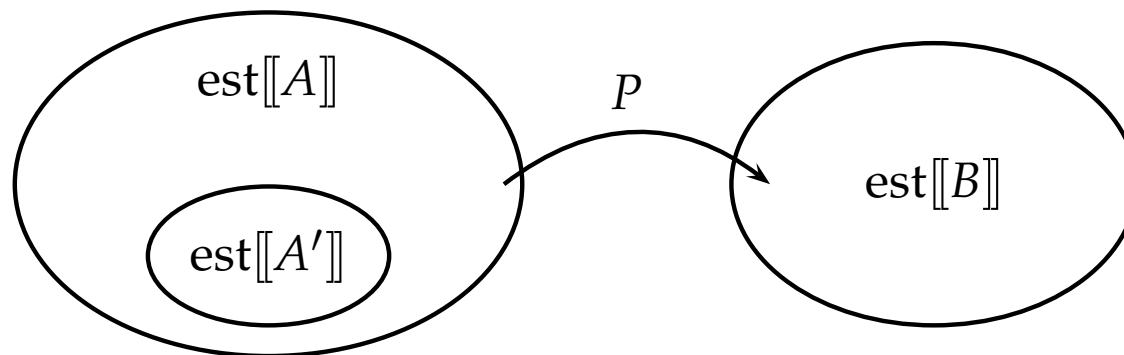
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Regla de inferencia

$$\frac{A' \Rightarrow A \quad \{A\} P \{B\}}{\{A'\} P \{B\}}$$

Predicados como conjuntos de estados:



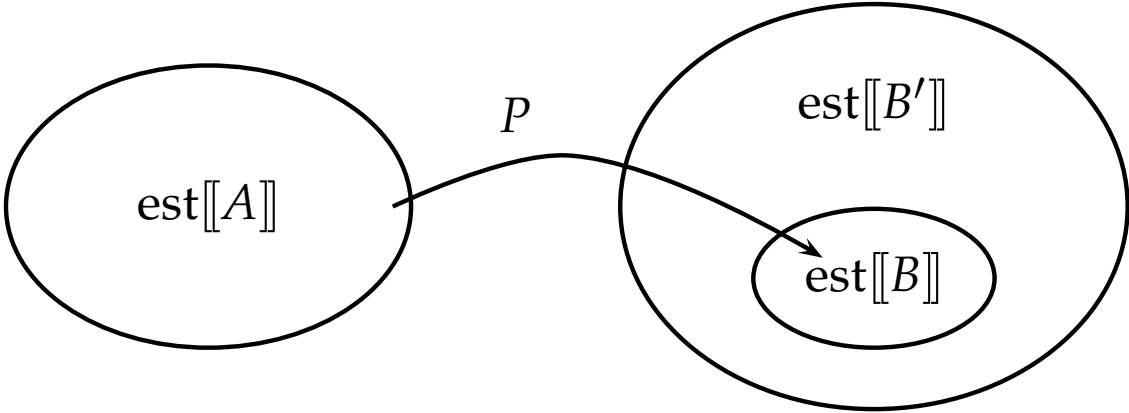
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Debilitamiento de la postcondición

$$\frac{\{A\} P \{B\} \quad B \Rightarrow B'}{\{A\} P \{B'\}}$$



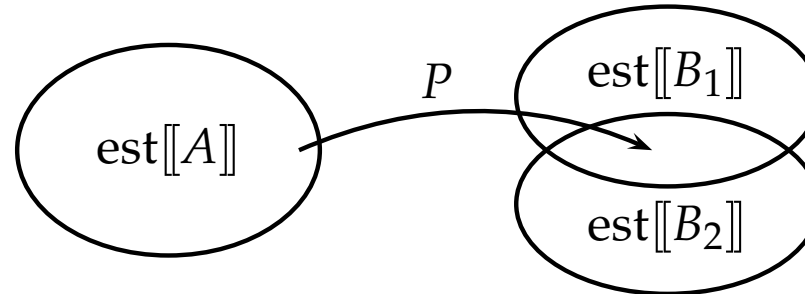
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Conjunción en la postcondición

$$\frac{\{A\} P \{B_1\} \quad \{A\} P \{B_2\}}{\{A\} P \{B_1 \wedge B_2\}}$$



Disjunción en la precondition

$$\frac{\{A_1\} P \{B\} \quad \{A_2\} P \{B\}}{\{A_1 \vee A_2\} P \{B\}}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Precondición *lo más débil posible*

- Dados un programa P y una postcondición B , ¿qué es lo **mínimo** que hay que exigir a una precondición A para que se cumpla $\{A\} P \{B\}$?

Precondición *más débil* del programa P con respecto a la postcondición B

$pmd(P, B)$ es el predicado que cumple:

- 1 $\{pmd(P, B)\} P \{B\}$,
- 2 Si A' cumple $\{A'\} P \{B\}$, entonces $A' \Rightarrow pmd(P, B)$.

- Por la regla de fortalecimiento de la precondición:

$$\frac{A \Rightarrow pmd(P, B)}{\{A\} P \{B\}}$$

est $\llbracket pmd(P, B) \rrbracket$

P

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Instrucción nada

Axioma para la instrucción que no realiza acción alguna:

$$\{A\} \text{ nada } \{A\}$$

Siempre termina y su efecto sobre el estado del cómputo es nulo.

Combinando con las reglas básicas:

$$\frac{A \Rightarrow B}{\{A\} \text{ nada } \{B\}}$$

Precondición más débil

The logo for Cartagena99, featuring the text 'Cartagena99' in a stylized font with a blue and orange gradient background.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Predicado de definición

- Las funciones **parciales** no están definidas para ciertos valores de sus argumentos.

Ejemplos

$9 \text{ div } 0$, $v[888]$ si v es de tipo **vector** [1..200] **de ent**, y $15 \text{ mód } 0$.

Predicado de definición

$\text{def}(e)$: devuelve cierto si e es una expresión definida y falso en caso contrario.

Ejemplos

- $\text{def}(a \text{ mód } b) \Leftrightarrow b \neq 0$,
- $\text{def}(a + b) \Leftrightarrow \text{cierto}$,
- $\text{def}(x \text{ div } (a - b)) \Leftrightarrow a \neq b$,
- $\text{def}(x \text{ div } u + u \text{ div } x) \Leftrightarrow u \neq 0 \wedge x \neq 0$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Instrucción de asignación

- Axioma para la asignación:

$$\{\text{def}(e) \wedge B_x^e\} x := e \{B\}$$

- Combinando con las reglas básicas:

$$\frac{A \Rightarrow \text{def}(e) \wedge B_x^e}{\{A\} x := e \{B\}}$$

Precondición más débil

$$pmd(x := e, B) \Leftrightarrow \text{def}(e) \wedge B_x^e$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

¿Cuál es la precondition más débil?

- $\{?\} x := 7 \{x > 0\}$

$$(x > 0)_x^7 \Leftrightarrow 7 > 0 \Leftrightarrow \text{cierto}$$

- $\{?\} x := x + 1 \{x > 0\}$

$$(x > 0)_x^{x+1} \Leftrightarrow x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1 \Leftrightarrow x \geq 0$$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than 'Cartagena'. The text is set against a light blue, cloud-like background that tapers to the right. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

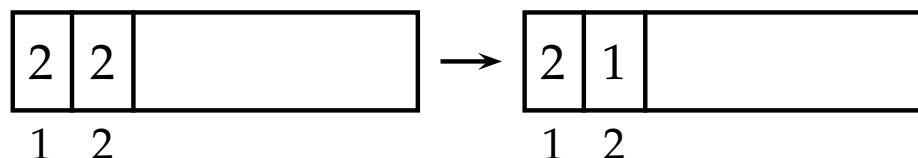
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Asignación a vectores

¿Se puede verificar $\{v[1] = 2 \wedge v[2] = 2\} v[v[2]] := 1 \{v[v[2]] = 1\}$?

$$\begin{aligned} (v[v[2]] = 1)_{v[v[2]]}^1 &\Leftrightarrow 1 = 1 \\ &\Leftrightarrow \text{cierto} \\ &\Leftarrow v[1] = 2 \wedge v[2] = 2 \end{aligned}$$

Pero la postcondición es **falsa**:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

¿Se puede verificar $\{i = j\} v[i] := 0 \{v[j] = 0\}$?

$$(v[j] = 0)_{v[i]}^0 \Leftrightarrow v[j] = 0$$

~~$i = j$~~

- Enunciados **falsos**, pero que **se pueden “verificar”** (incorrectamente).
- Enunciados **verdaderos** pero **imposibles de verificar**.

La regla de la asignación **no** se puede aplicar a asignaciones de la forma

$$v[e] := e'$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Asignación a vectores

Interpretar $v[i] := e$ como una asignación que modifica *todo* el vector v ,

$$v := \text{asig}(v, i, e)$$

$\text{asig}(v, i, e)$ es un vector del mismo tipo que v que cumple:

$$\text{asig}(v, i, e)[j] = \begin{cases} e & \text{si } i = j \\ v[j] & \text{si } i \neq j \text{ y } j \text{ está en el rango de los índices de } v \end{cases}$$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, bold font. The 'C' is large and blue, while 'artagena99' is in a greenish-blue color. The text is set against a light blue and orange gradient background.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ejemplo

v : **vector** [1..100] **de** *ent*, calculamos la *pmd* A que cumple

$$\{A\} v[v[2]] := 1 \{v[v[2]] = 1\}$$

$$\begin{aligned} & pmd(v[v[2]] := 1, v[v[2]] = 1) \\ \Leftrightarrow & pmd(v := asig(v, v[2], 1), v[v[2]] = 1) \\ \Leftrightarrow & \{ pmd \text{ de la asignación} \} \\ & (v[v[2]] = 1)_v^{asig(v, v[2], 1)} \wedge 1 \leq v[2] \leq 100 \\ \Leftrightarrow & \{ sustitución \} \\ & asig(v, v[2], 1)[asig(v, v[2], 1)[2]] = 1 \wedge 1 \leq v[2] \leq 100 \\ \Leftrightarrow & \{ lógica y definición de asig \} \\ & (v[2] = 2 \wedge asig(v, v[2], 1)[1] = 1) \vee \\ & (v[2] \neq 2 \wedge asig(v, v[2], 1)[v[2]] = 1 \wedge 1 \leq v[2] \leq 100) \\ \Leftrightarrow & \{ lógica y definición de asig \} \\ & (v[2] = 2 \wedge v[1] = 1) \vee \\ & (v[2] \neq 2 \wedge 1 = 1 \wedge 1 \leq v[2] \leq 100) \\ \Leftrightarrow & \{ lógica \} \\ & (v[2] = 2 \wedge v[1] = 1) \vee (v[2] \neq 2 \wedge 1 \leq v[2] \leq 100) \end{aligned}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

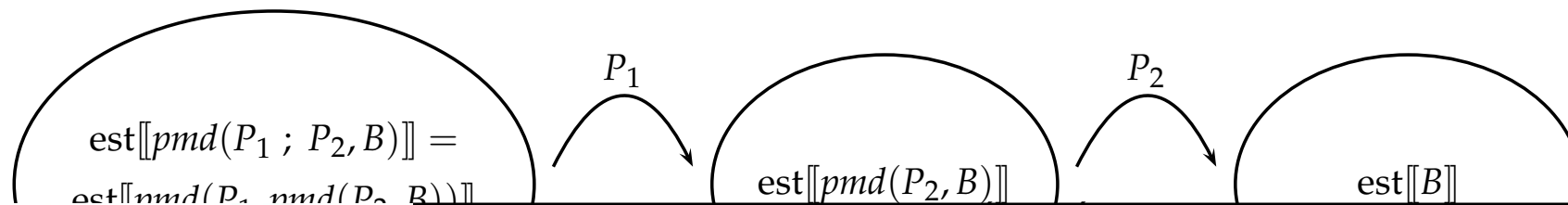
Composición secuencial

$$\frac{\{A\} P_1 \{C\} \quad \{C\} P_2 \{B\}}{\{A\} P_1 ; P_2 \{B\}}$$

Se suele escoger como C la $pmd(P_2, B)$.

Precondición más débil

$$pmd(P_1 ; P_2, B) \Leftrightarrow pmd(P_1, pmd(P_2, B))$$



CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Ejemplo: Intercambiar el valor de dos variables

$$\{A \equiv x = X \wedge y = Y\}$$
$$z := x; x := y; y := z$$
$$\{B \equiv x = Y \wedge y = X\}$$

- $\{C_2\} y := z \{B\}$

$$C_2 \equiv pmd(y := z, B) \Leftrightarrow B_y^z$$
$$\Leftrightarrow x = Y \wedge z = X$$

- $\{C_1\} x := y \{C_2\}$

$$C_1 \equiv pmd(x := y, C_2) \Leftrightarrow (C_2)_x^y$$
$$\Leftrightarrow y = Y \wedge z = X$$

- $\{A\} z := x \{C_1\}$

The logo for Cartagena99, featuring the text "Cartagena99" in a stylized font with a blue and orange gradient background.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

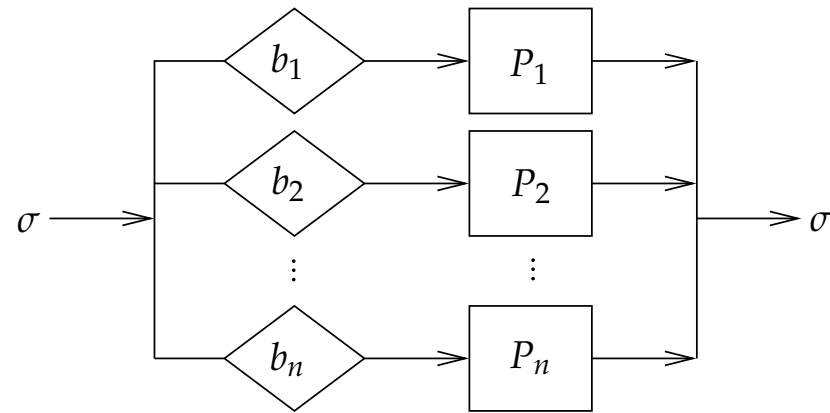
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Composición alternativa (distinción de casos)

casos

- $b_1 \rightarrow P_1$
- $\square b_2 \rightarrow P_2$
- \vdots
- $\square b_n \rightarrow P_n$

fcasos



$$A \Rightarrow \bigwedge_{i=1}^n \text{def}(b_i) \qquad A \Rightarrow \bigoplus_{i=1}^n b_i$$

$$\frac{\{A \wedge b_1\} P_1 \{B\} \dots \{A \wedge b_n\} P_n \{B\}}{\{A\} \text{ casos } b_1 \rightarrow P_1 \square \dots \square b_n \rightarrow P_n \text{ fcasos } \{B\}}$$

Precondición más débil

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Caso particular con dos alternativas:

casos

$$\begin{array}{l} b \rightarrow P_1 \\ \square \neg b \rightarrow P_2 \end{array}$$

fcasos

que se escribe como

si b entonces P_1 si no P_2 fsi

$$\begin{array}{c} A \Rightarrow \text{def}(b) \\ \{A \wedge b\} P_1 \{B\} \\ \{A \wedge \neg b\} P_2 \{B\} \\ \hline \{A\} \text{ si } b \text{ entonces } P_1 \text{ si no } P_2 \text{ fsi } \{B\} \end{array}$$

Precondición más débil

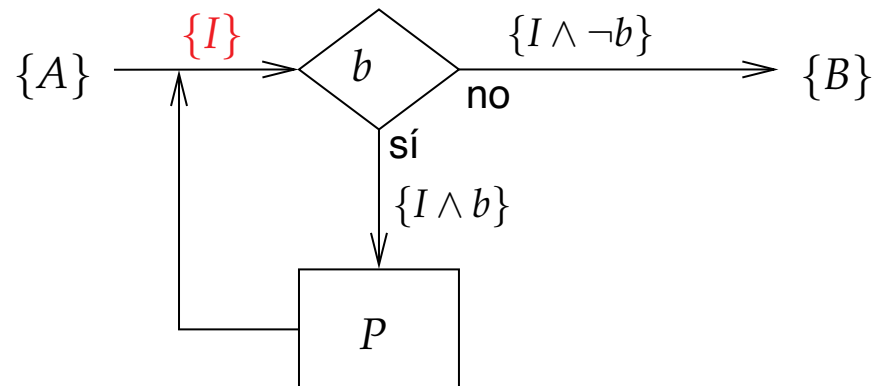
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Instrucción iterativa

mientras b hacer
 P
fmientras



Invariante: describe los distintos estados por los que pasa el bucle.

(i.1) Se satisface antes de empezar el bucle (antes de la primera iteración):

$$A \Rightarrow I$$

(i.2) Se mantiene al ejecutar el cuerpo P del bucle:

$$\{I \wedge b\} P \{I\}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Terminación: encontrar una función C que dependa de las variables del bucle, que tome valores enteros y tal que:

(c.1) Es mayor que cero cuando se cumple la condición b :

$$I \wedge b \Rightarrow C \geq 0.$$

(c.2) Decrece al ejecutar el cuerpo P del bucle:

$$\{I \wedge b \wedge C = T\} P \{C < T\}.$$

C es una cota superior del número de iteraciones que quedan por realizar:
función de cota.

$$\begin{aligned} A &\Rightarrow I \\ \{I \wedge b\} P \{I\} \\ I \wedge \neg b &\Rightarrow B \end{aligned}$$

$$I \wedge b \wedge C \geq 0$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Ejemplo: multiplicación

$\{A \equiv x = X \wedge y = Y \wedge y \geq 0\}$

$p := 0;$

$\{Inv. ?; Cota ?\}$

mientras $y \neq 0$ **hacer**

$p := p + x;$

$y := y - 1$

fmientras

$\{B \equiv p = X * Y\}$

estado	x	y	p
σ_0	X	Y	0
σ_1	X	$Y - 1$	X
σ_2	X	$Y - 2$	$2 * X$
\vdots			
σ_i	X	$Y - i$	$i * X$

Se mantienen invariantes las siguientes propiedades:

$$x = X$$

$$0 \leq y \leq Y$$

cierto

$$(\exists k : k \in nat : p = k * X)$$

$$X * Y = n + x * y$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

(i.1) $\{A\} p := 0 \{I\}$

$$\begin{aligned} pmd(p := 0, I) &\Leftrightarrow (x = X \wedge X * Y = p + x * y \wedge y \geq 0)_p^0 \\ &\Leftrightarrow x = X \wedge X * Y = x * y \wedge y \geq 0 \\ &\Leftarrow x = X \wedge y = Y \wedge y \geq 0 \\ &\Leftrightarrow A \end{aligned}$$

(i.2) $\{I \wedge y \neq 0\} p := p + x; y := y - 1 \{I\}$

$$\begin{aligned} pmd(y := y - 1, I) &\Leftrightarrow (x = X \wedge X * Y = p + x * y \wedge y \geq 0)_y^{y-1} \\ &\Leftrightarrow x = X \wedge X * Y = p + x * (y - 1) \wedge y - 1 \geq 0 \equiv I' \\ pmd(p := p + x, I') &\Leftrightarrow (x = X \wedge X * Y = p + x * (y - 1) \wedge y - 1 \geq 0)_p^{p+x} \\ &\Leftrightarrow x = X \wedge X * Y = p + x * y \wedge y - 1 \geq 0 \\ &\Leftarrow I \wedge y \neq 0 \\ &\Leftrightarrow x = X \wedge X * Y = p + x * y \wedge y > 0 \end{aligned}$$

(i.3) $I \wedge \neg b \Rightarrow B$

$$I \wedge \neg b \Leftrightarrow x = X \wedge X * Y = p + x * y \wedge y \geq 0 \wedge y = 0$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Terminación: podemos tomar como cota la variable y : $C = y$.

(c.1) La cota es **positiva** cuando entramos en el bucle:

$$\begin{aligned} I \wedge b &\Leftrightarrow x = X \wedge X * Y = p + x * y \wedge y \geq 0 \wedge y \neq 0 \\ &\Leftrightarrow x = X \wedge X * Y = p + x * y \wedge y > 0 \\ &\Rightarrow y \geq 0 \end{aligned}$$

(c.2) La cota **decrece** al pasar por el cuerpo del bucle:

$$\begin{aligned} pmd(p := p + x; y := y - 1, y < T) &\Leftrightarrow ((y < T)_y^{y-1})_p^{p+x} \\ &\Leftrightarrow y - 1 < T \\ &\Leftarrow y = T \\ &\Leftarrow I \wedge b \wedge y = T \end{aligned}$$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, bold font. The 'C' is large and green, while the rest of the text is in a dark blue color. The logo is set against a light blue and white background with a subtle wave pattern.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- **Verificar** = demostrar con un razonamiento suficientemente claro que un algoritmo cumple su especificación.
- Las reglas de la semántica axiomática sirven para verificar la corrección de un algoritmo con respecto a su especificación.
- Verificar un algoritmo complejo: descomponer en pequeños algoritmos anidados (cajas negras de las que solo se conoce su especificación) y verificar de **dentro hacia fuera**.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the word 'Cartagena'. The text is set against a light blue background with a white, brush-stroke-like underline.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ejemplo: Elevar al cuadrado

```
{ A ≡ n ≥ 0 }  
fun cuadrado (n : nat) dev q : nat  
var i, p : nat  
i := 0; q := 0; p := 1;  
mientras i < n hacer  
  i := i + 1;  
  q := q + p;  
  p := p + 2  
fmientras  
{ B ≡ q = n2 }
```

<i>i</i>	<i>q</i>	<i>p</i>
0	0	1
1	1	3
2	4	5
3	9	7
4	16	9

$$I \equiv q = i^2 \wedge p = 2 \cdot i + 1 \wedge 0 \leq i \leq n$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

$$(i.1) \{A\} i := 0; q := 0; p := 1 \{I\}$$

$$\begin{aligned} & (((q = i^2 \wedge p = 2 \cdot i + 1 \wedge 0 \leq i \leq n)_p^1)_q^0)_i^0 \\ & \Leftrightarrow ((q = i^2 \wedge 1 = 2 \cdot i + 1 \wedge 0 \leq i \leq n)_q^0)_i^0 \\ & \Leftrightarrow (0 = i^2 \wedge 1 = 2 \cdot i + 1 \wedge 0 \leq i \leq n)_i^0 \\ & \Leftrightarrow 0 = 0^2 \wedge 1 = 2 \cdot 0 + 1 \wedge 0 \leq 0 \leq n \\ & \Leftrightarrow 0 \leq n \end{aligned}$$

$$(i.2) \{I \wedge i < n\} i := i + 1; q := q + p; p := p + 2 \{I\}$$

$$\begin{aligned} & (((q = i^2 \wedge p = 2 \cdot i + 1 \wedge 0 \leq i \leq n)_p^{p+2})_q^{q+p})_i^{i+1} \\ & \Leftrightarrow ((q = i^2 \wedge p + 2 = 2 \cdot i + 1 \wedge 0 \leq i \leq n)_q^{q+p})_i^{i+1} \\ & \Leftrightarrow (q + p = i^2 \wedge p + 2 = 2 \cdot i + 1 \wedge 0 \leq i \leq n)_i^{i+1} \\ & \Leftrightarrow q + p = (i + 1)^2 \wedge p + 2 = 2 \cdot (i + 1) + 1 \wedge 0 \leq (i + 1) \leq n \\ & \Leftrightarrow q + p = i^2 + 1 + 2 \cdot i \wedge p = 2 \cdot i + 1 \wedge 0 \leq (i + 1) \leq n \\ & \Leftrightarrow q = i^2 \wedge p = 2 \cdot i + 1 \wedge 0 \leq i < n \end{aligned}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$C = n - i$$

(c.1) Positiva.

$$q = i^2 \wedge p = 2 \cdot i + 1 \wedge 0 \leq i \leq n \wedge i < n \Rightarrow n - i \geq 0$$

(c.2) $\{I \wedge i < n \wedge n - i = T\} i := i + 1; q := q + p; p := p + 2 \{n - i < T\}$

$$\left(\left((n - i < T) \right)_p^{p+2} \right)_q^{q+p} \Big|_i^{i+1}$$

$$\Leftrightarrow n - (i + 1) < T$$

$$\Leftrightarrow n - i - 1 < T$$

$$\Leftarrow q = i^2 \wedge p = 2 \cdot i + 1 \wedge 0 \leq i < n \wedge n - i = T$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70