

## El lenguaje While

Yolanda Ortega Mallén

Dpto. de Sistemas Informáticos y Computación

Universidad Complutense de Madrid

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Sumario

- Sintaxis.
- Semántica de expresiones.
- Propiedades.

## Bibliografía

- Hanne Riis Nielson & Flemming Nielson,  
*Semantics with Applications. An Appetizer*, Springer, 2007.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

## Sintaxis

- Categorías sintácticas:
  - Numerales  $n \in \mathbf{Num}$ ,
  - Variables  $x \in \mathbf{Var}$ ,
  - Expresiones aritméticas  $a \in \mathbf{Aexp}$ ,
  - Expresiones booleanas  $b \in \mathbf{Bexp}$ ,
  - Sentencias  $S \in \mathbf{Stm}$ .
- Notación **BNF** (Backus-Naur form)

$$a ::= n \mid x \mid a_1 + a_2 \mid a_1 \times a_2 \mid a_1 - a_2$$

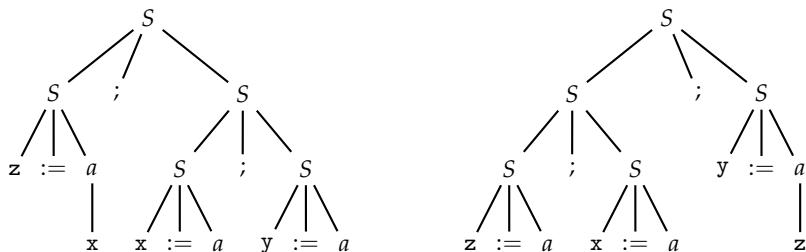
$$b ::= \text{true} \mid \text{false} \mid a_1 = a_2 \mid a_1 \leq a_2 \mid \neg b \mid b_1 \wedge b_2$$

$$S ::= x := a \mid \text{skip} \mid S_1 \mid S_2 \mid S_1 ; S_2 \mid \text{while } b \text{ do } S$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

## Árboles de sintaxis abstracta

$$z := x ; x := y ; y := z$$


Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

## Semántica de numerales

$$n ::= 0 \mid 1 \mid n 0 \mid n 1$$

Función semántica  $\mathcal{N} : \mathbf{Num} \rightarrow \mathbb{Z}$

$$\mathcal{N}[[0]] = 0$$

$$\mathcal{N}[[1]] = 1$$

$$\mathcal{N}[[n 0]] = 2 \otimes \mathcal{N}[[n]]$$

$$\mathcal{N}[[n 1]] = 2 \otimes \mathcal{N}[[n]] \oplus 1$$

## Ejercicio 1.4

Siendo la sintaxis para  $n$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Técnicas generales

## Definiciones composicionales

- 1 Cada categoría sintáctica se especifica mediante su sintaxis abstracta:  
**elementos básicos** + **elementos compuestos**.  
Descomposición única en los constituyentes inmediatos.
- 2 Funciones semánticas **composicionales** para cada categoría sintáctica:  
una cláusula semántica para cada elemento básico y para cada método de construcción de elementos compuestos.  
Las cláusulas para los elementos compuestos se definen en términos de la semántica de los elementos constituyentes.

## Inducción estructural

- 1 Demostrar que la propiedad se verifica para los elementos **básicos**.
- 2 Asumiendo que la propiedad es cierta para todos los constituyentes

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

## Semántica de expresiones aritméticas

- Estados **State** : **Var**  $\rightarrow \mathbb{Z}$
- Función semántica  $\mathcal{A} : \mathbf{Aexp} \rightarrow (\mathbf{State} \rightarrow \mathbb{Z})$

$$\mathcal{A}[[n]]s = \mathcal{N}[[n]]$$

$$\mathcal{A}[[x]]s = s\ x$$

$$\mathcal{A}[[a_1 + a_2]]s = \mathcal{A}[[a_1]]s \oplus \mathcal{A}[[a_2]]s$$

$$\mathcal{A}[[a_1 \times a_2]]s = \mathcal{A}[[a_1]]s \otimes \mathcal{A}[[a_2]]s$$

$$\mathcal{A}[[a_1 - a_2]]s = \mathcal{A}[[a_1]]s \ominus \mathcal{A}[[a_2]]s$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

## Semántica de expresiones aritméticas

Ejemplo 1: Sea  $s \ x = 3$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}[[x + 1]]s &= \mathcal{A}[[x]]s \oplus \mathcal{A}[[1]]s \\
 &= (s \ x) \oplus \mathcal{N}[[1]] \\
 &= 3 \oplus 1 \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

Ejemplo 2: Añadimos  $-a$

$$\mathcal{A}[[ -a ]]s = \mathbf{0} \ominus \mathcal{A}[[ a ]]s$$

$$\mathcal{A}[[ -a ]]s = \mathcal{A}[[ 0 - a ]]s !$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



## Semántica de expresiones booleanas

- Función semántica  $\mathcal{B} : \mathbf{Bexp} \longrightarrow (\mathbf{State} \longrightarrow \mathbf{T})$   
 $\mathbf{T} = \{\mathbf{tt}, \mathbf{ff}\}$

$$\mathcal{B}[\mathbf{true}]_s = \mathbf{tt}$$

$$\mathcal{B}[\mathbf{false}]_s = \mathbf{ff}$$

$$\mathcal{B}[a_1 = a_2]_s = \begin{cases} \mathbf{tt} & \text{si } \mathcal{A}[a_1]_s \text{ y } \mathcal{A}[a_2]_s \text{ son iguales} \\ \mathbf{ff} & \text{si } \mathcal{A}[a_1]_s \text{ y } \mathcal{A}[a_2]_s \text{ son distintos} \end{cases}$$

$$\mathcal{B}[a_1 \leq a_2]_s = \begin{cases} \mathbf{tt} & \text{si } \mathcal{A}[a_1]_s \text{ es menor o igual que } \mathcal{A}[a_2]_s \\ \mathbf{ff} & \text{si } \mathcal{A}[a_1]_s \text{ es mayor que } \mathcal{A}[a_2]_s \end{cases}$$

$$\mathcal{B}[\neg b]_s = \begin{cases} \mathbf{tt} & \text{si } \mathcal{B}[b]_s = \mathbf{ff} \\ \mathbf{ff} & \text{si } \mathcal{B}[b]_s = \mathbf{tt} \end{cases}$$

Cartagena99

CLASIFICACION PARTICULARES TUTORIAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

## Semántica de expresiones booleanas

## Ejercicio 1.10

Demostrar que las ecuaciones para  $\mathcal{B}$  definen una función total.

## Ejercicio 1.11

Se extiende **Bexp** a **Bexp'**:

$$\begin{aligned}
 b ::= & \text{ true } \mid \text{ false} \\
 & \mid a_1 = a_2 \mid a_1 \neq a_2 \mid a_1 \leq a_2 \mid a_1 \geq a_2 \mid a_1 < a_2 \mid a_1 > a_2 \\
 & \mid \neg b \mid b_1 \wedge b_2 \mid b_1 \vee b_2 \mid b_1 \Rightarrow b_2 \mid b_1 \Leftrightarrow b_2
 \end{aligned}$$

- Extender la función semántica  $\mathcal{B}$ .
- Las expresiones  $b_1$  y  $b_2$  son **equivalentes** si para todo estado  $s$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Variables libres

$$\text{FV}(n) = \emptyset$$

$$\text{FV}(x) = \{x\}$$

$$\text{FV}(a_1 + a_2) = \text{FV}(a_1) \cup \text{FV}(a_2)$$

$$\text{FV}(a_1 \times a_2) = \text{FV}(a_1) \cup \text{FV}(a_2)$$

$$\text{FV}(a_1 - a_2) = \text{FV}(a_1) \cup \text{FV}(a_2)$$

## Lema 1:

Sean  $s, s' \in \mathbf{State}$  tales que  $\forall x \in \text{FV}(a). s \ x = s' \ x$ , entonces  $\mathcal{A}[[a]]s = \mathcal{A}[[a]]s'$ .

## Ejercicio 1.13

Definir el conjunto de variables libres para una expresión booleana y demostrar

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

## Substituciones

$$n[y \mapsto a_0] = n$$

$$x[y \mapsto a_0] = \begin{cases} a_0 & \text{si } x = y \\ x & \text{si } x \neq y \end{cases}$$

$$(a_1 + a_2)[y \mapsto a_0] = (a_1[y \mapsto a_0]) + (a_2[y \mapsto a_0])$$

$$(a_1 \times a_2)[y \mapsto a_0] = (a_1[y \mapsto a_0]) \times (a_2[y \mapsto a_0])$$

$$(a_1 - a_2)[y \mapsto a_0] = (a_1[y \mapsto a_0]) - (a_2[y \mapsto a_0])$$

Actualización de estados:

$$(s[y \mapsto v])x = \begin{cases} v & \text{si } x = y \\ s\ x & \text{si } x \neq y \end{cases}$$

## Ejercicio 1.14

Demostrar que  $\mathcal{A}[[a[y \mapsto a_0]]]s = \mathcal{A}[[a]](s[y \mapsto \mathcal{A}[[a_0]]s])$  para cualquier estado  $s$ .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

resultado similar al del ejercicio anterior.

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el  
 Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos