PROBLEMAS (tema 1) DE MÉTODOS MATEMÁTICOS I **1ºA y 1ºB**

HOJA Nº1 (06 – 10 – 2020)

1. Demuestra que:

$$i)\ 1+3+5+\ldots+(2n-1) = n^2$$

$$ii)\ 1+2^2+\ldots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$iii)\ 1+2^3+\ldots+(n-1)^3 < \frac{n^4}{4}$$

2. Siendo $x, y \in \mathbb{R}$, encuentra el fallo de la siguiente "demostración":

$$\text{Si } x = y \Rightarrow x^2 = xy \Rightarrow x^2 - y^2 = xy - y^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (x+y)(x-y) = (x-y)y \Rightarrow x+y = y \Rightarrow 2y = y \Rightarrow 2 = 1$$

3. Para $A = \{x \in \mathbb{R}/\ 0 < x\}$, $B = \{x \in \mathbb{R}/ -2 \le x \le 2\}$, $C = \{x \in \mathbb{R}/\ x < 1\}$, halla el intervalo que se indica:

$A \cup B$ $\qquad$ $A \cap B$

$B \cap C$ $\qquad$ $A \cup C$

$A \cap B \cap C$

4. Dados $a, b \in \mathbb{R}$, siendo $a < b$, decide cuáles de las siguientes desigualdades son verdaderas:

$a+2 < b+2$ $\qquad$ $5b < 5a$

$5-a > 5-b$ $\qquad$ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

5. Halla el conjunto de soluciones de los siguientes sistemas de inecuaciones

$$\begin{cases} 3x-1 \le 5x+7 \\ x+4 > 2x-1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x-1 \ge 2x+5 \\ 2x+1 \le x+3 \end{cases}$$

6. Describe y representa el conjunto determinado por cada una de las condiciones siguientes:

a) $0 < |x-2| < 1$ $\qquad$ c) $\left|\frac{x}{3} - 2\right| \le 4$

b) $|x-3| > 1$ $\qquad$ d) $\left|2 + \frac{1}{x}\right| > 1$

7. Determina el intervalo determinado por las siguientes desigualdades:

a) $|5-x| \le 3$

b) $|2x-3| < 5$

c) $|1-4x| < \frac{1}{2}$

8. Resuelve: $|2x-3| - 2|x| = 3$

PROBLEMAS (tema 1) DE MÉTODOS MATEMÁTICOS I **1ºA *y* 1ºB**

HOJA Nº2 (06 – 10 – 2020)

9. Resuelve las siguientes desigualdades:

$$4x+1 < 2x \qquad x^2 < 3x+10$$
$$\left|\frac{2}{x}-3\right| < 5 \qquad |2x+1| < 5$$
$$x^2 \leq 3-2x \qquad \left|1-\frac{2}{3}x\right| < 1$$

10. Resuelve cada una de las siguientes situaciones que se plantean:
a) Si 2 > x > y . Calcule el valor de "y" si : $|x-y|+|x-2| = 3$
b) Si y > x ; $|x^2-y^2| = 27,\ |x+y| = 3$ ¿ Cuál es el valor de " x - y "?

11. Sea $A = \{x \in \mathbb{R}/\ x^2+x+1 \geq 0\}$ ¿A está acotado en $\mathbb{R}$? Razona tu respuesta.

12. Halla cotas superiores e inferiores, el supremo y el ínfimo; y el máximo y el mínimo, si existen, de los siguientes subconjuntos de $\mathbb{R}$.

$$A = [0,4) \cup (5,6) \qquad B = \{x \in \mathbb{R}/x^2+x+1 \geq 0\}$$
$$C = \{\frac{n+1}{n}/n \in \mathbb{N}\} \qquad D = \{q \in \mathbb{Q}/q^2 \leq 2\}$$

13. Averigua si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones. Si son ciertas demuéstralas y si son falsas escibe un contraejemplo.

$$\forall x \in \mathbb{R}^+, \exists y \in \mathbb{R}^+ \text{ tal que } |2x+y| = 5$$
$$\forall x,y \in \mathbb{R},\ |x-y| \leq |x|+|y|$$
$$\forall x,y,v,w \in \mathbb{R},\ \text{si } x < y \text{ y } v < w \text{ entonces } xv < yw$$

14. Expresa lo siguiente prescindiendo del valor absoluto y distinguiendo casos cuando se necesario.

$$||x|-1|$$
$$a-|a-|a||$$

15. Si $sen(\alpha) = 0,6$. Calcula $cos(\alpha)$ y $tg(\alpha)$.
16. Si $\sec^2 x = 2$, determina el valor de $tg^2 x$ y los valores puede toma x entre 0 y 2π.
17. Halla los ángulos comprendidos entre 0 y 2π que verifican las siguientes

ecuaciones:
a) $2sen(x) = 3$ b) $2sen(x) = -2$ c) $3tg(x)+3 = 0$
d) $sen^2 x = 1$ e) $(sen^2 x) - sen(x) = 0$ f) $4sen^2(x) - 1 = 0$
g) $2(cos^2 x) - cos(x) - 1 = 0$