

Ejercicios resueltos - Enunciados

1. Obtener la forma clausular de la siguiente estructura deductiva  $T [A1, A2] \vdash B$

$$A_1: \forall x P(x) \rightarrow \forall y Q(z,y) \vee R(a)$$

$$A_2: \forall y \neg R(y) \rightarrow \exists y P(a,y)$$

$$B: \exists x \forall y P(x,y)$$

examen final enero 2017

2. Obtener la forma clausular de la siguiente estructura deductiva:

$$\{ \forall x(P(x,y) \rightarrow (R(a) \wedge \exists xS(x)), \neg \forall xS(x) \wedge \exists yR(y) \} \vdash \exists x (\neg P(x,x) \wedge \forall y R(y))$$

eval LPO 16-17

3. Para las dos fórmulas siguientes, decir si las posibles formas clausulares que aparecen a continuación son correctas o incorrectas, en todos los casos:

$$\forall x (\neg P(x) \rightarrow \exists y \neg Q(y, f(a)) \vee R(x))$$

$$a.1) P(x) \vee \neg Q(a, f(a)) \vee R(x)$$

$$a.2) P(x) \vee \neg Q(b, f(a)) \vee R(x)$$

$$a.3) P(x) \vee \neg Q(f(x), f(a)) \vee R(x)$$

$$a.4) P(x) \vee \neg Q(g(x), f(a)) \vee R(x)$$

$$\forall x (\exists y x \geq y \rightarrow \exists z Q(f(x,a), z) \wedge P(x))$$

$$b.1) \neg(x \geq y) \vee P(x) , \neg(x \geq y) \vee Q(f(x,a), g(x,y))$$

$$b.2) \neg(x \geq y) \vee Q(f(x,a), g(x,y)) , P(x)$$

$$b.3) \neg(x \geq y) \vee P(x) , \neg(x \geq y) \vee Q(f(x,a), g(x))$$

$$b.4) x \geq y \vee Q(f(x,a), g(x)) \vee P(x)$$

examen enero 2015

---

Obtener la forma clausular de la siguiente estructura deductiva  $T [A_1, A_2] \vdash B$

$$A_1: \forall x P(x) \rightarrow \forall y Q(z,y) \vee R(a)$$

$$A_2: \forall y \neg R(y) \rightarrow \exists y P(a,y)$$

$$B: \exists x \forall y P(x,y)$$

---

Examen final enero 2017

Otra forma:

$$A_1 \equiv \forall x P(x) \rightarrow \forall y Q(z,y) \vee R(a)$$

$$\exists x ( P(x) \rightarrow \forall y Q(z,y) \vee R(a) )$$

$$\exists x ( P(x) \rightarrow \forall y ( Q(z,y) \vee R(a) ) )$$

$$\exists x \forall y ( P(x) \rightarrow Q(z,y) \vee R(a) )$$

$$\exists x \forall y ( \neg P(x) \vee Q(z,y) \vee R(a) )$$

$$\exists z \exists x \forall y ( \neg P(x) \vee Q(z,y) \vee R(a) )$$

$$\Rightarrow FC(A_1) = \{ \neg P(b) \vee Q(c,y) \vee R(a) \}$$

$$\forall x P(x) \rightarrow \forall y ( Q(z,y) \vee R(a) )$$

$$\forall y ( \forall x P(x) \rightarrow Q(z,y) \vee R(a) )$$

$$\forall y \exists x ( P(x) \rightarrow Q(z,y) \vee R(a) )$$

$$\exists z \forall y \exists x ( \neg P(x) \vee Q(z,y) \vee R(a) )$$

$$\Rightarrow \{ \neg P(f(y)) \vee Q(b,y) \vee R(a) \}$$

$$A_2 \equiv \forall y \neg R(y) \rightarrow \exists y P(a,y)$$

$$\exists y ( \neg R(y) \rightarrow \exists y P(a,y) )$$

$$\exists y ( \neg R(y) \rightarrow \exists v P(a,v) )$$

$$\exists y \exists v ( \neg R(y) \rightarrow P(a,v) )$$

$$\exists y \exists v ( R(y) \vee P(a,v) )$$

$$\Rightarrow FC(A_2) = \{ R(d) \vee P(a,e) \}$$

$$\exists y ( \forall y \neg R(y) \rightarrow P(a,y) )$$

$$\exists y ( \forall v \neg R(v) \rightarrow P(a,y) )$$

$$\exists y \exists v ( \neg R(v) \rightarrow P(a,y) )$$

sale lo mismo

$$B \equiv \exists x \forall y P(x,y)$$

$$\neg B \equiv \neg \exists x \forall y P(x,y)$$

$$\forall x \exists y \neg P(x,y)$$

$$\Rightarrow FC(\neg B) = \{ \neg P(x,f(x)) \}$$

Forma clausular de la estructura deductiva:

$$FC = \{ \neg P(b) \vee Q(c,y) \vee R(a) , R(d) \vee P(a,e) , \neg P(x,f(x)) \}$$

---

Obtener la forma clausular de la siguiente estructura deductiva:

$$\{ \forall x(P(x,y) \rightarrow (R(a) \wedge \exists xS(x)) , \neg \forall xS(x) \wedge \exists yR(y) \} \quad | \text{---} \quad \exists x (\neg P(x,x) \wedge \forall y R(y))$$

---

eval LPO 16-17

$$\forall x(P(x,y) \rightarrow (R(a) \wedge \exists xS(x)))$$

$$\forall x(P(x,y) \rightarrow \exists z (R(a) \wedge S(z)))$$

$$\forall x \exists z (P(x,y) \rightarrow (R(a) \wedge S(z))) \quad (\text{prenex})$$

$$\exists y \forall x \exists z (P(x,y) \rightarrow (R(a) \wedge S(z))) \quad (\text{Cierre Existencial})$$

$$\exists y \forall x \exists z (\neg P(x,y) \vee (R(a) \wedge S(z)))$$

$$\exists y \forall x \exists z ((\neg P(x,y) \vee R(a)) \wedge (\neg P(x,y) \vee S(z))) \quad (\text{FNC})$$

$$\forall x ((\neg P(x,b) \vee R(a)) \wedge (\neg P(x,b) \vee S(f(x)))) \quad (\text{Skolem})$$

$$\{\neg P(x,b) \vee R(a), \neg P(x,b) \vee S(f(x))\} \quad (\text{FC})$$

$$\neg \forall xS(x) \wedge \exists yR(y)$$

$$\exists x \neg S(x) \wedge \exists yR(y)$$

$$\exists x(\neg S(x) \wedge \exists yR(y))$$

$$\exists x \exists y(\neg S(x) \wedge R(y)) \quad (\text{prenex})$$

$$(\neg S(c) \wedge R(d)) \quad (\text{Skolem})$$

$$\{\neg S(c), R(d)\} \quad (\text{FC})$$

Negando la conclusión:

$$\neg \exists x (\neg P(x,x) \wedge \forall y R(y))$$

$$\forall x \neg (\neg P(x,x) \wedge \forall y R(y))$$

$$\forall x (P(x,x) \vee \neg \forall y R(y))$$

$$\forall x (P(x,x) \vee \exists y \neg R(y))$$

$$\forall x \exists y (P(x,x) \vee \neg R(y)) \quad (\text{prenex})$$

$$\forall x (P(x,x) \vee \neg R(g(x))) \quad (\text{Skolem})$$

$$\{P(x,x) \vee \neg R(g(x))\} \text{FC}$$

La forma clausular es

$$\{ \neg P(x_1,b) \vee R(a), \neg P(x_2,b) \vee S(f(x_2)), \neg S(c), R(d), P(x_3,x_3) \vee \neg R(g(x_3)) \}$$

Para las dos fórmulas siguientes, decir si las posibles formas clausulares que aparecen a continuación son correctas o incorrectas, en todos los casos:

$$\forall x (\neg P(x) \rightarrow \exists y \neg Q(y, f(a)) \vee R(x))$$

$$a.1) P(x) \vee \neg Q(a, f(a)) \vee R(x)$$

$$a.2) P(x) \vee \neg Q(b, f(a)) \vee R(x)$$

$$a.3) P(x) \vee \neg Q(f(x), f(a)) \vee R(x)$$

$$a.4) P(x) \vee \neg Q(g(x), f(a)) \vee R(x)$$

$$\forall x (\exists y x \geq y \rightarrow \exists z Q(f(x,a), z) \wedge P(x))$$

$$b.1) \neg(x \geq y) \vee P(x) , \quad \neg(x \geq y) \vee Q(f(x,a), g(x,y))$$

$$b.2) \neg(x \geq y) \vee Q(f(x,a), g(x,y)) , \quad P(x)$$

$$b.3) \neg(x \geq y) \vee P(x) , \quad \neg(x \geq y) \vee Q(f(x,a), g(x))$$

$$b.4) x \geq y \vee Q(f(x,a), g(x)) \vee P(x)$$

1.  $\forall x (\neg P(x) \rightarrow \exists y \neg Q(y, f(a)) \vee R(x))$

- Forma prenex :

$$\forall x \exists y (\neg P(x) \rightarrow \neg Q(y, f(a)) \vee R(x))$$

- FN Conjuntiva:

$$\neg A \rightarrow \neg B \vee C \equiv \neg \neg A \vee (\neg B \vee C) \equiv A \vee \neg B \vee C$$

$$\forall x \exists y ( P(x) \vee \neg Q(y, f(a)) \vee R(x) )$$

- FN Skolem:

$$y \rightarrow g(x)$$

$$P(x) \vee \neg Q(g(x), f(a)) \vee R(x)$$

$\Rightarrow$  Forma clausular: una sola cláusula:

$$\{ P(x) \vee \neg Q(g(x), f(a)) \vee R(x) \}$$

$\Rightarrow$  solo es correcta a.4)

2.  $\forall x (\exists y x \geq y \rightarrow \exists z Q(f(x,a), z) \wedge P(x))$

- Forma prenex:

hay 2 formas de empezar:

$$2.1 \quad \forall x \forall y (x \geq y \rightarrow \exists z Q(f(x,a), z) \wedge P(x))$$

$$2.2 \quad \forall x \exists z (\exists y x \geq y \rightarrow Q(f(x,a), z) \wedge P(x))$$

$$2.1 \quad \forall x \forall y \exists z (x \geq y \rightarrow Q(f(x,a), z) \wedge P(x))$$

$$2.2 \quad \forall x \exists z \forall y (x \geq y \rightarrow Q(f(x,a), z) \wedge P(x))$$

A                      B                      C

- FN Conjuntiva:

$$A \rightarrow B \wedge C \equiv \neg A \vee (B \wedge C) \equiv (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee C)$$

- FN Skolem:

$$2.1 \quad z \leftrightarrow g(x,y)$$

$$(\neg(x \geq y) \vee Q(f(x,a), g(x,y))) \wedge (\neg(x \geq y) \vee P(x))$$

$$2.2 \quad z \leftrightarrow g(x)$$

$$(\neg(x \geq y) \vee Q(f(x,a), g(x))) \wedge (\neg(x \geq y) \vee P(x))$$

$\Rightarrow$  Forma clausular:

$$2.1 \quad \{ \neg(x \geq y) \vee Q(f(x,a), g(x,y)) , \neg(x \geq y) \vee P(x) \}$$

$$2.2 \quad \{ \neg(x \geq y) \vee Q(f(x,a), g(x)) , \neg(x \geq y) \vee P(x) \}$$

$\Rightarrow$  son correctas b.1) y b.3)