

Ejercicios Análisis I

Grado en Ciencias Físicas 2020-2021

Hoja 4: Continuidad.

1. Dibujar la gráfica y estudiar la continuidad de las siguientes funciones, donde $[x]$ denota la parte entera de x .

A. $f(x) = [x]$. B. $f(x) = x - [x]$.

C. $f(x) = \sqrt{x - [x]}$. D. $f(x) = [x] + \sqrt{x - [x]}$.

E. $f(x) = \left[\frac{1}{x} \right]$. F. $f(x) = \frac{1}{\left[\frac{1}{x} \right]}$.

2. Estudiar los puntos de discontinuidad en \mathbb{R} y establecer, en su caso, el tipo de la misma para las siguientes funciones:

A. $f(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$. B. $f(x) = \frac{b}{x - b}$.

C. (*) $f(x) = x \left[\frac{1}{x} \right]$. D. $f(x) = [\sin x]$.

E. $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } x < a, \\ x + a, & \text{si } x \geq a. \end{cases}$

F. $f(x) = \begin{cases} -|\sin x| - 4, & \text{si } x < \pi, \\ |\cos x| - 5, & \text{si } x \geq \pi. \end{cases}$

G. $f(x) = \begin{cases} \arctan x, & \text{si } x \leq 0, \\ \sin \pi x, & \text{si } 0 < x < 1, \end{cases}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

3. Estudiar si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas:

- A. Si una función de \mathbb{R} en \mathbb{R} alcanza un máximo y un mínimo en todo intervalo cerrado entonces es continua.
- B. Si una función f de \mathbb{R} en \mathbb{R} , para todo intervalo $[a, b]$ toma todos los valores comprendidos entre $f(a)$ y $f(b)$, entonces es continua en todo \mathbb{R} .
- C. Si f es una función de \mathbb{R} en \mathbb{R} continua en 0 y tal que $f(x + y) = f(x) + f(y)$, entonces f es continua en \mathbb{R} .

4. (*) Demostrar que no existe ninguna función continua de \mathbb{R} en \mathbb{R} que tome exactamente dos veces cada valor.

5. Dar un ejemplo de función definida sobre todos los reales que sólo sea continua en los puntos 0 y 1.

6. Supóngase que f y g son funciones continuas en $[a, b]$ y que $f(a) < g(a)$, pero $f(b) > g(b)$. Demostrar que $f(x) = g(x)$ para algún x en (a, b) .

7. Supóngase que f es una función continua en $[0, 1]$ y que $f(x)$ está en $[0, 1]$ para todo x . Demostrar que $f(x) = x$ para algún x en $[0, 1]$.

8. Demostrar que las siguientes ecuaciones tienen solución:

A. $x - \sin x - 5 = 0$. B. $x^7 + \frac{213}{2 + x^2 + \tan^2 x} = 12$.

Comentarios: (*) ejercicio difícil, (**) ejercicio muy difícil.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70