

MÉTODOS NUMÉRICOS PARA ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS.

**PROBLEMAS. Hoja 1**

1. Ver que el método de Euler falla cuando queremos aproximar la solución  $Y(t) = t^{\frac{3}{2}}$  del problema

$$Y' = \frac{3}{2}Y^{\frac{1}{3}}, \quad Y(0) = 0.$$

Cuál es el problema. Justificar la respuesta.

2. Considerando mallados equidistantes, probar el orden de truncatura o orden de consistencia de los siguientes métodos

1. Euler implícito,  $y_{n+1} = y_n + hf_{n+1}$ .

2. Taylor 2,  $y_{n+1} = y_n + hf_n + \frac{h^2}{2}(f_t(t_n, y_n) + f_y(t_n, y_n)f_n)$ .

3. Runge,  $y_{n+1} = y_n + hf(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}f_n)$ .

4. Leap-frog,  $y_{n+2} = y_n + 2hf_{n+1}$ .

5. Trapecio,  $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}(f_n + f_{n+1})$  (utilizando solo Taylor).

6. Trapecio,  $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}(f_n + f_{n+1})$  (utilizando la regla de cuadratura del trapecio).

3. Sea un PVI. Utilizando los polinomios de interpolación de Lagrange obtener el método de Adams-Bashforth de dos pasos

$$y_{n+2} = y_{n+1} + h \left( \frac{3}{2}f(t_{n+1}, y_{n+1}) - \frac{1}{2}f(t_n, y_n) \right),$$

y el de tres pasos

$$y_{n+3} = y_{n+2} + h \left( \frac{23}{12}f(t_{n+2}, y_{n+2}) - \frac{4}{3}f(t_{n+1}, y_{n+1}) + \frac{5}{12}f(t_n, y_n) \right).$$

4. Sea el PVI

$$Y' = Y \quad t \in [0, 1], \quad Y(0) = 1,$$

cuya solución exacta es  $Y(t) = e^t$ . Dado un paso equidistante  $h = 1/N$ , obtener los siguientes resultados:

- a. Utilizando Euler explícito y tomando  $y_0 = 1$ , probar que  $y_n = (1 + h)^n$  para  $n = 1, \dots, N$ .
- b. Demostrar por inducción que para  $t_n = nh$ ,

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

