

Apellidos y nombre:

Análisis Matemático.
Curso 2016/17
Actividad de aprendizaje 2 (Temas 3, 4 y 5)

Es condición necesaria entregar esta actividad **COMPLETAMENTE** resuelta (escrita a mano y con el nombre puesto) para poder hacer la prueba de la evaluación continua.

T3.1

Reconoce ecuaciones diferenciales ordinarias, las clasifica y sabe verificar si $y(x)$ es solución de una EDO.

Referencias en la Guía Docente: 3.1.

A3.1.1 La siguiente es una ecuación diferencial de primer orden, lineal, no homogénea, con coeficientes constantes:

(a) $y' = \frac{y}{x} + 3$.

(b) $y' + y^2 = \sin(x)$.

(c) $y' = y + \sin(x)$.

Justifica la respuesta correcta e indica por qué las otras opciones son falsas:

A3.1.2 La función $y(x) = 0$:

(a) es la única solución de la ecuación diferencial $y' = y$.

(b) es la única solución del problema de valor inicial $y' = y; y(0) = 0$.

(c) no es solución de ninguna EDO de primer orden.

Justifica la respuesta correcta e indica por qué las otras opciones son falsas:

A3.1.3 La solución de la ecuación diferencial $y'x = y^2$, con la condición inicial $y(1) = 1$, es:

(a) $y = 1 - \ln x$.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



T3.2

Resuelve ecuaciones diferenciales de variables separables y lineales de primer orden. Modeliza problemas en términos de EDO's, que resuelve con ayuda del ordenador.

Referencias en la Guía Docente: 3.2.

A3.2.1 Halla la solución particular de las siguientes ecuaciones diferenciales (“a mano” y verificando el resultado con MAXIMA):

(a) $y'y = x^3, y(1) = 1.$

(b) $y' + 2y = x, y(0) = 0.$

(c) $y' = \frac{y}{x} + x, y(1) = 1.$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow is cast beneath the text.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

T3.3

Resuelve ecuaciones diferenciales lineales homogéneas de orden 2 con coeficientes constantes. Referencias en la Guía Docente: 3.3.

A3.3.1 Halla la solución particular de las siguientes ecuaciones diferenciales:

(a) $y'' + 2y' = 3y, y(0) = 1, y'(0) = 2.$

(b) $y'' = -9y - 6y', y(0) = 0, y'(0) = 3.$

(c) $y'' + 2y' + 2y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 5.$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white arrow pointing to the left, creating a sense of motion or direction.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

T3.4

Construye modelos matemáticos para la resolución de problemas. Referencias en la Guía Docente: Problemas 3.7 a 3.10

A3.4.1 Problema para hacer con MAXIMA: En un circuito RCL se verifica la ley de Kirchoff $E = E_L + E_R + E_C$, siendo $E(t)$ la fuerza electromotriz y E_L , E_R y E_C la oposición debida al inductor, la resistencia y el condensador respectivamente. Sabiendo que

$$I = I(t), \quad I(t) = \frac{dQ}{dt}, \quad E_L = L \frac{dI}{dt}, \quad E_R = RI, \quad E_C = \frac{Q}{C}$$

con L, R, C constantes, se pide

- Expresa $E = E_L + E_R + E_C$ como una ecuación diferencial lineal de segundo orden para $Q(t)$.
- Halla la solución general de dicha ecuación si $L = 1, R = 2, C = 1, E(t) = 0$.
- Halla la solución particular para los valores iniciales $Q(0) = 100, Q'(0) = 0$. ¿Cómo se comporta $Q(t)$ cuando t tiende a infinito?
- Resuelve la anterior ecuación, manteniendo los valores de L, R y C y considerando $E(t) = 100$. ¿Cómo se comporta $Q(t)$ cuando t tiende a infinito? ¿Dicho comportamiento depende de los valores iniciales de $Q(t)$?

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a background of a light blue and orange gradient with a subtle geometric pattern.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

A3.4.2 Modelización: crecimiento de poblaciones (de <http://www.zweigmedia.com>):

El modelo de crecimiento de población exponencial consiste en lo siguiente: Sea $P(t)$ la función que denota la población de una localidad en función del tiempo t . Entonces, se puede suponer que P satisface una ecuación diferencial de la forma:

$$\frac{dP(t)}{dt} = kP(t) + F,$$

donde k es una constante de crecimiento y F representa la ratio neta de inmigración.

- Una región tiene una población inicial de 5 millones de habitantes (5.000 millares de habitantes), una constante de crecimiento $k = 0.02$ y una ratio neta de inmigración de 20 millares de personas por año. Calcula su población P (en millares) como una función del tiempo t , en años.
- Si un país tiene una población inicial de 100 millones de personas, una constante de crecimiento $k = 0.01$ y una ratio neta de inmigración de -0.4 millones de personas por año, calcula su población P (en millones) como una función del tiempo t , en años.
- La ratio de inmigración necesita ser variable, para que el modelo sea mejor. Supongamos que el país tiene una población inicial de 5.000 millares de personas, una constante de crecimiento $k = 0.02$ y una ratio de inmigración variable $F(t) = 10 \cdot e^{0.01t}$ miles de personas por año, calcula su población P (en millares) como una función del tiempo t , en años.
- Da una interpretación, en lenguaje natural, del modelo. Explica qué significa un valor negativo de F .

The logo for Cartagena99 features the word 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a background of a light blue and orange gradient with a subtle shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

T4.1

Maneja con soltura las propiedades básicas de sucesiones definidas de modo explícito.

Referencias en la Guía Docente: 4.0.

A4.1.1 Escribe las definiciones de los siguientes conceptos:

(a) Sucesión acotada.

(b) Sucesión monótona.

(c) Sucesión convergente.

A4.1.2 Establece relaciones entre los conceptos anteriores y da contraejemplos para las relaciones que no se verifiquen.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white arrow pointing to the left, creating a sense of motion or direction.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

A4.1.3 Completa el siguiente cuadro para cada una de las sucesiones de la primera columna, indicando:

- en *monotonía*: si es creciente, decreciente o no es monótona
- en *acotación*: si es acotada, o sólo acotada superior o inferiormente, o no acotada (indicar, en caso de que existan, cotas superior y/o inferior).
- en *convergencia*: el valor de $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ o especificar que no existe

a_n	Monotonía	Acotación	Convergencia
2^n			
$\left(-\frac{1}{e}\right)^n$			
$\left(-\frac{1}{\ln 2}\right)^n$			
$(-3)^n$			
-3^n			
2^{-n}			
$\frac{n + \cos(n)}{n}$			
$\text{sen}(n)$			
$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$			



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

A4.1.2 Sea a_n una sucesión de números reales tal que $a_n \leq 2(-1)^n$ para todo $n \in \mathbb{N}$. Se puede asegurar que:

- (a) a_n no está acotada.
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$.
- (c) a_n está acotada superiormente.

Justificar la respuesta:

T4.2

Calcula límites de sucesiones definidas de forma explícita y deduce propiedades sobre el comportamiento de la sucesión a partir del valor de su límite.

Referencias en la Guía Docente: 4.0 y 4.1

A4.2.1 Si $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ se puede asegurar que

- (a) a_n es monótona.
- (b) a_n es positiva.
- (c) Existe un término de la sucesión a partir del cual todos los a_n están en el intervalo $(1, 3)$.

Justificar la respuesta:

A4.2.2 La sucesión $a_n = \frac{\sqrt{n^2 + 1} \operatorname{sen}(n^n)}{n}$

- (a) Converge a cero.
- (b) Es acotada pero no es convergente.
- (c) Es divergente y no está acotada.

Justificar la respuesta:

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

The logo for Cartagena99, featuring the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font with a shadow effect, set against a light blue and orange background.

A4.2.3 La sucesión $a_n = \frac{n \cos(n^2)}{2n^2 - n}$

- (a) Converge a cero.
- (b) Es acotada pero no es convergente.
- (c) Es divergente y no está acotada.

Justifica la respuesta:

A4.2.4 Si b_n es una sucesión acotada, se puede asegurar que $a_n = b_n \cdot c_n$ converge cuando:

- (a) La sucesión c_n está acotada.
- (b) La sucesión c_n es convergente.
- (c) La sucesión $1/c_n$ tiende a infinito.

Pon un contraejemplo de cada una de las proposiciones falsas:

T4.3

Utiliza la regla del sandwich para calcular límites. Referencias en la Guía Docente: 4.1

A4.3.1 Enuncia con precisión la regla del sandwich y utilízala para demostrar el siguiente resultado: dadas a_n y b_n sucesiones de números reales tales que $|b_n| \leq a_n$ para todo $n \in \mathbb{N}$, si $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, entonces se puede asegurar que $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$. ¿Qué se puede asegurar si $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$?

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

A4.3.2 Se considera la sucesión $a_n = \frac{n}{\sqrt{n^3+1}} + \frac{n}{\sqrt{n^3+2}} + \dots + \frac{n}{\sqrt{n^3+n}}$. Entonces:

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$.

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$.

Justifica la respuesta:

A4.3.3 Se considera la sucesión $a_n = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2n^3+n}} + \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2n^3+2n}} + \dots + \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2n^3+n^2}}$. Entonces:

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}$.

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$.

Justifica la respuesta:

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a white starburst or arrow-like shape pointing to the right. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

T4.4

Utiliza las propiedades de las sucesiones definidas en forma recursiva. Referencias en la Guía Docente: 4.0 y 4.1

A4.4.1 En un lejano país, acuciado por el desempleo, el gobierno decidió tomar medidas, que entraron en vigor al comenzar el año 2013. En ese momento había en el país 5 millones de parados. A partir de entonces, como consecuencia de las medidas del gobierno, cada año un 10% de los parados del año anterior encuentra trabajo. Sin embargo, debido a la situación económica, cada año se pierden 300 000 puestos de trabajo.

Si P_n es el número de millones de parados en ese país al cabo de n años (a partir de enero de 2017), se pide:

- Dar una expresión recursiva para la sucesión P_n .
- ¿Cuántos parados habrá en enero de 2015?
- Demostrar por inducción que P_n es una sucesión monótona, acotada inferiormente por 3.
- ¿Habrá alguna vez menos de 2 millones de parados en dicho país? Calcular el límite de la sucesión.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

A4.4.2 Estudia la convergencia y calcula el límite de la siguiente sucesión:
$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{a_n}{1 + 2a_n} \end{cases} \text{ si } n \geq 1$$

T4.5

Determina órdenes de magnitud. Compara órdenes de magnitud de diferentes sucesiones y lo aplica al estudio de complejidad de algoritmos.

Referencias en la Guía Docente: 4.2

A4.5.1. Teoría Define los conceptos de $a_n \sim b_n$ y $a_n \ll b_n$. Pon ejemplos de dos sucesiones a_n y b_n tales que $a_n \ll n \log(n) \ll b_n$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a yellow shadow effect at the bottom.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

A4.5.2 El orden de magnitud de la sucesión $a_n = \frac{n^{3/2} \ln(n^2)}{\sqrt{n \ln n}}$ es:

- (a) $n^2 \ln n$.
- (b) $n \ln n$.
- (c) $n(\ln(n))^{1/2}$.

Justifica la respuesta, indicando las propiedades usadas:

A4.5.3 Si las sucesiones (a_n) y (b_n) verifican $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 5$ y $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -2$, entonces

- (a) $a_n \sim b_n$.
- (b) $b_n \ll a_n$.
- (c) No se puede asegurar ninguna de las anteriores.

¿Por qué?

A4.5.4 Escribe la jerarquía de infinitos. Asegúrate de que sabes demostrar todas las relaciones y escribe la demostración que te resulte más complicada.

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a white starburst shape behind the '99'. Below the text is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

A4.5.5 Escribe la definición de $a_n \in O(b_n)$ y demuestra que si $a_n \ll b_n$ entonces $a_n + b_n \in O(b_n)$

A4.5.6 Dadas las sucesiones:

$$a_n = \frac{n + 2^{-n}}{\ln(n^n)}, \quad b_n = \frac{2^n + n^2}{(n^2 + \frac{1}{n})}, \quad c_n = \frac{(n + 3)!}{3^n + n!}, \quad d_n = \frac{(n + 2)!}{1 + n^2}, \quad e_n = 2^n + n^4 \sin(n)$$

- (a) Determina sus órdenes de magnitud
- (b) Ordénalas de menor a mayor magnitud
- (c) Indica cuáles de ellas están en $O(1)$, cuáles en $O(n^3)$, cuáles en $O(e^n)$ y cuáles en ninguno de ellos.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow effect is visible beneath the text.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

A4.5.7 Los costes de procesar n datos con dos procedimientos diferentes vienen dados respectivamente por (x_n) e (y_n) donde

$$x_n = \frac{2^n}{n^3 + 1} + \frac{2^n}{n^3 + 2} + \frac{2^n}{n^3 + 3} + \cdots + \frac{2^n}{n^3 + n} \qquad y_n = 2^n \left(\frac{2 + (-1)^n}{n} \right)$$

- (a) Usa la regla del sandwich para demostrar que $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$.
- (b) Justifica que $x_n \in O\left(\frac{2^n}{n^2}\right)$.
- (c) Compara el orden magnitud de y_n con el de $\frac{2^n}{n^2}$.
- (d) ¿Cuál de los dos procedimientos es más adecuado para valores grandes de n ? Justifica la respuesta.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow is cast below the text.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

T5.1

Reconoce el tipo de ecuación en diferencias, sabe lo que es una solución y en algunos casos la resuelve. Referencias en la Guía Docente: 5.1, 5.2 y 5.3

A5.1.1 La ecuación en diferencias $x_{n+2} = (n+2)x_{n+1}$ es:

- (a) De segundo orden, lineal, homogénea, de coeficientes constantes.
(b) De primer orden, lineal, de coeficientes constantes.
(c) De primer orden, lineal, homogénea.

¿Por qué?

A5.1.2 La solución de la ecuación en diferencias $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_n = \frac{n+1}{2}a_{n-1}, \quad n > 1 \end{cases}$ es:

- (a) $a_n = \frac{(n+1)!}{2^n} \cdot 5$.
(b) $a_n = \frac{(n+1)^n}{2^n} \cdot 5$.
(c) $a_n = \frac{(2n+1)!}{2^n} \cdot \frac{10}{3}$.

Justifica la respuesta:

A5.1.3 La ecuación en diferencias $x_{n+1} = x_n + n + 1$ con $x_0 = 1$ tiene como solución:

- (a) $x_n = \frac{n(n+1)}{2}$.
(b) $x_n = \frac{n^2 + n + 2}{2}$.
(c) $x_n = \frac{n^2 - n + 2}{2}$.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

A5.1.4 La solución de la ecuación en diferencias $\begin{cases} y_0 = 1 \\ y_{n+1} = 2y_n + 1 \end{cases}$ si $n \geq 0$, es:

- (a) $2(n+1) - 1$
- (b) 2^n
- (c) $2^{n+1} - 1$

Comprobación:

A5.1.5 La sucesión recurrente $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_n = 1 - x_{n-1} \end{cases}$ si $n \geq 2$, verifica

- (a) $x_n \sim 1$.
- (b) $x_n \in O(1)$, pero $a_n \not\sim 1$.
- (c) No se puede asegurar ninguna de las afirmaciones anteriores

Justifica la respuesta:

A5.1.6 Resuelve las siguientes ecuaciones en diferencias e indica si las sucesiones correspondientes están en $O(n)$

$$\begin{cases} x_1 = 1/2, \\ x_{n+1} = \frac{n}{2}x_n \end{cases} \quad n \geq 1, \quad \begin{cases} y_0 = 1, \\ y_{n+1} = y_n + \frac{3}{2^{n+1}} \end{cases} \quad n \geq 0, \quad \begin{cases} z_1 = 0, \quad z_2 = 6 \\ z_n = 2z_{n-1} - z_{n-2} \end{cases} \quad n \geq 3.$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

A5.1.7 Compara el orden de magnitud de las sucesiones siguientes, resolviendo previamente las ecuaciones en diferencias correspondientes.

$$\begin{cases} x_1 = 1, & x_2 = 0 \\ x_{n+2} - 2x_{n+1} = 3x_n & n \geq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = 0, & y_2 = -2 \\ y_{n+2} + 2y_{n+1} + 2y_n = 0 & n \geq 1 \end{cases}$$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a yellow shadow effect at the bottom.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

A5.1.8 Un algoritmo emplea una instrucción para resolver un problema cuando hay un solo dato de entrada. Si el número de datos es $n \geq 2$, usa $4n$ instrucciones para reducir el problema a dos problemas de $n - 1$ datos y ejecuta sobre ellos el mismo algoritmo. Un segundo algoritmo resuelve el mismo problema con un número de instrucciones x_n tal que $x_n - x_{n-2} = 2^n$, con $x_1 = 0$ y $x_2 = 3$. Calcula con Maxima el número de instrucciones por ambos métodos para $n = 10^3$ y para $n = 10^6$ e indica el orden de cada algoritmo. ¿Cuál te parece más adecuado?

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow effect is visible beneath the text.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70