

## PROBLEMAS DE AEROELASTICIDAD

### Ejercicio 16

Dentro de la validez de la teoría aerodinámica bidimensional, incompresible, no estacionaria se desea estudiar la respuesta de un puente frente a ráfagas. Para ello se considera una sección característica de anchura  $2b$  y masa por unidad de envergadura  $M$  en presencia de un viento con velocidad horizontal  $U_\infty$ . Repentinamente, y durante un tiempo  $t_f$ , aparece una velocidad vertical uniforme  $w_0 \ll U_\infty$ . Teniendo en cuenta que tanto el espesor como el desplazamiento vertical de la sección característica son pequeños frente a su anchura, calcular la evolución temporal de la velocidad vertical de la sección, considerando que no gira y que la rigidez a flexión en la sección analizada es  $M\omega_h^2$ .

Dibujar el resultado anterior cuando la masa vale  $M = 4384 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}$ , la anchura del puente es 4 m, la rigidez a flexión es nula y la duración de la ráfaga es infinita.

*Calcular la respuesta en el plano de Laplace.*

## PROBLEMAS DE AEROELASTICIDAD

### Ejercicio 17

Determinar el factor de carga de un ala rígida pero libre de desplazarse verticalmente cuando encuentra una ráfaga de intensidad  $W_G(s) = W_0 \cos(\Omega s)$ , siendo  $s = U_\infty t/b$  el tiempo adimensional,  $b$  la semicuerda del ala y las funciones de Wagner y Küssner aproximándose por:

$$\Phi(s) = 1 - 0.165 e^{-0.0455 s} - 0.335 e^{-0.300 s}$$

y

$$\psi(s) = 1 - 0.500 e^{-0.130 s} - 0.500 e^{-s}$$

Expresar el resultado en función de parámetros adimensionales.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of a light blue and orange gradient with a subtle arrow-like shape pointing to the right.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

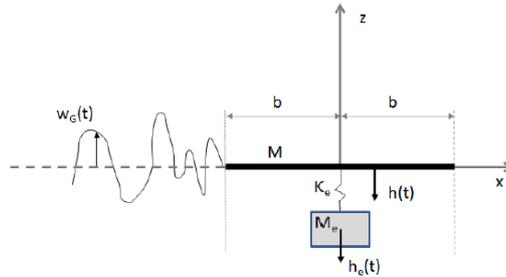
**Enunciado:** La figura inferior es un modelo de tunel construido para simular el efecto de la flexibilidad de la unión motor-ala en la respuesta a ráfaga.

El perfil tiene cuerda  $2b$  y envergadura unitaria. La masa del perfil es  $M$  y la aerodinámica puede considerarse bidimensional e incompresible. El perfil tiene un sólo grado de libertad de desplazamiento vertical absoluto  $h$  (positivo hacia abajo).

El motor tiene masa  $M_e$  y la rigidez de la unión motor-ala es  $K_e$ , de forma que la frecuencia característica del modo de motor es  $\omega_e = \sqrt{K_e/M_e}$ . El motor tiene un sólo grado de libertad de desplazamiento absoluto vertical  $h_e$  (positivo hacia abajo) y no se consideran cargas aerodinámicas no estacionarias sobre él.

Se pide:

1. (2 puntos) Formular la ecuación dinámica de movimiento vertical del perfil y la de movimiento del motor en el dominio del tiempo, utilizando la variable adimensional  $s = U_\infty t/b$ .
2. (1 punto) Adimensionalizar la ecuación del movimiento del perfil dividiendo por  $2\pi\rho_\infty U_\infty^2$ . Deben aparecer los siguientes parámetros adimensionales:  $\lambda = M/4\pi\rho_\infty b^2$ ,  $\Lambda = M_e/M$  y  $k_e = \omega_e b/U_\infty$ .
3. (1 punto) Adimensionalizar la del movimiento del motor dividiendo por  $M_e$  y operar de forma que aparezca la variable adimensional  $k_e$ .
4. (2 puntos) Expresar las dos ecuaciones anteriores en el dominio de Laplace, denotando las transformadas de Laplace con una barra horizontal, es decir,  $\bar{h}$ ,  $\bar{h}_e$ ,  $\bar{\Phi}$ ,  $\bar{\Psi}$  y  $\bar{w}_G$ .
5. (2 puntos) Despejar la transformada de Laplace adimensional de la aceleración del perfil, es decir,  $p^2\bar{h}/b$ . La expresión final deberá escribirse tal y como se detalla en la nota 4 (ver abajo).
6. (2 puntos) Determinar la relación de aceleraciones entre motor y perfil en el plano de Laplace, es decir, la relación  $(p^2\bar{h}_e/b) / (p^2\bar{h}/b)$ . Comprobar dicha relación en los casos extremos de "motor desconectado" y "unión motor-ala infinitamente rígida".



NOTA:NOTA:

1. La sustentación (positiva hacia arriba) debido al movimiento del perfil viene dada por:  

$$L_M = +\pi\rho_\infty U_\infty^2 \left[ \bar{h}(s) + 2 \int_0^s \bar{h}(\sigma) \Phi(s - \sigma) d\sigma \right]$$
2. La sustentación (positiva hacia arriba) debido a una ráfaga de intensidad  $w_G$  viene dada por:  

$$L_G = +2\pi\rho_\infty U_\infty^2 b \int_0^s (w_G(\sigma)/U_\infty) \Psi'(s - \sigma) d\sigma$$
3. Nótese que, para la coordenada  $h(t)$  tal y como se ha definido, las fuerzas generalizadas son  $Q_{h(M)} = -L_M$  y  $Q_{h(G)} = -L_G$ .
4. Se demuestra que la aceleración adimensionalizada viene dada por la ecuación  $\frac{p^2\bar{h}}{b} = -\frac{\bar{w}_G p \bar{\Psi}}{2\lambda + \frac{1}{2} + \bar{\Phi} + [\dots]}$ . Si [...] se hace cero corresponde a perfil sin motor, es decir, las ecuación formulada en la clase de teoría.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70