1. En el modelo $E(Y_i) = \beta_0 + x_{i1}\beta_1 + x_{i2}\beta_2$ se desea contrastar la hipótesis $H_0 : \beta_1 - \beta_2 = 2$. Obtener el modelo reducido, escribirlo en formato de modelo lineal y comprobar que la suma de cuadrados totales del modelo completo no es la misma que la del modelo reducido.

2. Sean $Y_1, \dots, Y_n$ v.a. normales independientes con varianza común σ^2 y medias

$$E(Y_i) = \begin{cases} \mu_i, & i = 1, \dots, s < n \\ 0, & i = s+1, \dots, n \end{cases}$$

   a. Planteando la situación como un modelo lineal, obtener un estimador de σ^2.
   b. Contrastar $H_0: \mu_1 = \cdots = \mu_r = 0, r < s; vs\ H_1: \exists \mu_i \neq 0, i = 1, \dots, r$

3. Demostrar que $V(\hat{y}) = \sigma^2 H$ siendo $H = X(X'X)^{-1}X'$.

4. (Mínimos cuadrados restringidos-Constrained least squares-) Supóngase que se desea ajustar el modelo $y = X\beta + \varepsilon$ con las restricciones $T\beta = c$. Demostrar que en este caso, el estimador de mínimos cuadrados es:

$$\tilde{\beta} = \hat{\beta} + (X'X)^{-1}T'\left[T(X'X)^{-1}T\right]^{-1}\left(c - T\hat{\beta}\right)$$

   Siendo $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y$.

5. Dados los siguientes datos:

$$Y'Y = 285, X'X = \begin{pmatrix} 9 & 136 & 269 & 260 \\ 136 & 2114 & 4176 & 3583 \\ 269 & 4176 & 8257 & 7104 \\ 260 & 3583 & 7104 & 12276 \end{pmatrix}, X'Y = \begin{pmatrix} 45 \\ 648 \\ 1283 \\ 1821 \end{pmatrix}$$

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 9.611 & 0.009 & -0.279 & -0.045 \\ 0.009 & 0.051 & -0.259 & 0.001 \\ -0.279 & -0.259 & 0.140 & 0.001 \\ -0.045 & 0.001 & 0.001 & 0.0004 \end{pmatrix}, \hat{\beta} = \begin{pmatrix} -1.163 \\ 0.136 \\ 0.020 \\ 0.122 \end{pmatrix}$$

a. Comprobar que SCR=283.615 y completar la tabla:

VARIACIÓN	S.C.	G.L.	C.M.	F-test	Variable	Coef. estimado	Desv. típica	T-valor
Debida a la regresión (corr.)					x_1			
Debida al error (corr.)					x_2			
Total (Corr.)					x_3			

b. Obtener intervalos de confianza (1-α =0.95) para β_1 y $\beta_1 - \beta_2$.

c. Contrastar (α =0.95) la regresión y si las variables explicativas x_1 y x_2 son individualmente significativas.