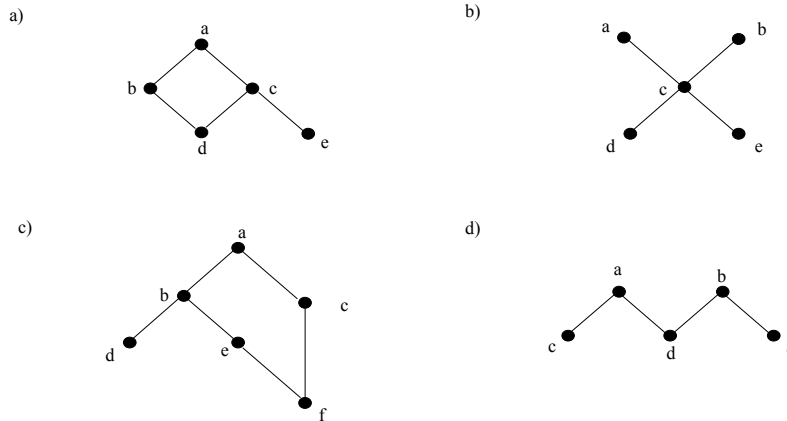


## EJERCICIOS RETÍCULOS Y ÁLGEBRAS DE BOOLE

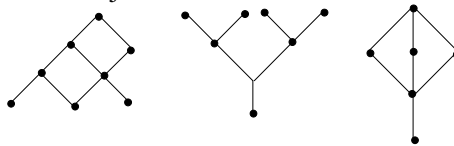
**Ejercicio 1** Dibujar el diagrama de Hasse de los siguientes retículos  $(D_{30}, |)$ ,  $(\{0,1\}^3, \leq)$  y  $(\wp(\{a, b, c\}), \subseteq)$ .

**Ejercicio 2** Dibujar el diagrama de Hasse de los siguientes retículos  $(D_{945}, |)$ ,  $(\{0,1\}^4, \leq)$  y  $(\wp(\{a,b,c,d\}), \subseteq)$ .

**Ejercicio 3** Dados los siguientes conjuntos ordenados, cuyo orden viene dado por el diagrama de Hasse, justificar por qué no son retículos:



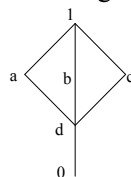
**Ejercicio 4** Estudiar cuales de los siguientes conjuntos ordenados son retículos:



**Ejercicio 5** Dibujar el diagrama de Hasse de los siguientes retículos y comprobar que no son complementarios demostrando que en todos ellos hay un elemento que no tiene complementario:  $(D_{45}, |)$ ,  $(D_{60}, |)$ ,  $(D_{48}, |)$ ,  $(D_{40}, |)$  y  $(D_{120}, |)$ .

**Ejercicio 6** Encontrar el complementario de cada elemento de  $D_{42}$  y  $D_{105}$ .

**Ejercicio 7** Estudiar si en el siguiente retículo se verifica la siguiente igualdad:  $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$



**Ejercicio 8** Expresar la operación conjunción en función de la disyunción y la complementaria. Expresar la disyunción en función de la conjunción y la complementaria.

**Ejercicio 9** Demostrar que en un álgebra de Boole se verifican las siguientes propiedades:

- $a \leq b \Leftrightarrow b' \leq a'$
- Si  $a \leq b \Rightarrow a \vee (b \wedge c) = b \wedge (a \vee c)$
- Si  $a \leq b \leq c \Rightarrow (a \wedge b) \vee (a \wedge b \wedge c) \vee (b \wedge c) \vee (a \wedge c) = b$
- $a \leq b \Leftrightarrow a \wedge b' = 0 \Leftrightarrow a' \vee b = 1$

**Ejercicio 10** Construir un isomorfismo entre  $(P(C), \subseteq)$  y  $(B^n, \leq)$  para algún  $n \in \mathbb{N}$ , donde  $C = \{1, 2, 3, 4\}$ .

**Ejercicio 11** Sea  $(A, \leq)$  un álgebra de Boole ¿Cuántos elementos minimales tiene  $A - \{0\}$ , si  $A$  es un álgebra de Boole de 8 elementos? ¿Y si  $A$  tiene 16 elementos?