Tarea 4: Derivadas

Cálculo

Francisco Alberto Rodríguez Mayol

Grado en Ingeniería Informática

Miércoles, 22 de octubre de 2014

Fecha entrega: 12/12/2014

Porcentaje nota: 1.67%

Descripción: Boletín de tareas correspondiente al Tema 4 de la asignatura de Cálculo.

1. Utilizando la definición de derivada, encuentra la expresión de $\frac{df}{dx}(x)$ para la siguiente función:

a) $f(x) = cos\ x$

2. Calcula de la forma los desarrollos de Maclaurin (Taylor para $x \simeq 0$) de las funciones siguientes dando los tres primeros términos no nulos:

a) $\frac{x}{x+1}$

b) $\frac{1-\cos x}{x^2}$ (prueba a desarrollar sólo el coseno y después realizar las operaciones restantes)

c) $\frac{e^x}{1+x}$ (si quieres puedes desarrollar numerador y 1/(1+x) por separado y multiplicar los términos necesarios)

3. Calcula los dos primeros términos no nulos del desarrollo en serie de Maclaurin (Taylor para $x \simeq 0$) para:

a) $\sqrt{1+x} - 1$

b) $sen\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ (De exámenes anteriores)

c) $ln\,(1 + x^2)$ (De exámenes anteriores. Prueba desarrollando primero ln(1+z) y después sustituyendo)

4. Estudia la derivabilidad en el origen ($x = 0$) de $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2}\, sh\, x + \cos x - 1\,, si\ x < 0 \\ 2\ln\left(1 + \frac{x}{\sqrt{2}}\right)\ x \geq 0 \end{cases}$ Estudia también la continuidad de la segunda y tercera derivadas.

(Nota: puede ser un poco laborioso, pero sale)

5. Aproxima por un polinomio de orden 2 la siguiente función y exprésalo como $a_0 + a_1 x + a_2 x^2$:

Francisco Alberto Rodríguez Mayol - Tlf: (+34) 968 27 79 56 - farodriguez@ucam.edu

7. Calcula los límites siguientes utilizando la regla de L'Hôpital o el desarrollo en serie de Taylor:

a) $\lim_{x \to \sqrt{2}} \frac{x^5 - 4\sqrt{2}}{x - \sqrt{2}}$ (De exámenes anteriores. L'Hôpital)

b) $\lim_{x \to 0} \frac{x - \ln(1+x)}{\cos x - 1}$ (De exámenes anteriores. L'Hôpital o Taylor)

c) $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{tg(4x)}{cos(6x)}$ (De exámenes anteriores. L'Hôpital)

d) $\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{xe^x - sen\, x}$ (De exámenes anteriores. L'Hôpital o Taylor)

(Nota: es aconsejable que reflexiones en cada caso por qué resulta mejor aplicar uno u otro método)

8. Calcula el siguiente límite:

a) $\lim_{x \to 0} \frac{x^3 \cos\left(\frac{1}{x}\right)}{e^x - x - 1}$ (De exámenes anteriores)

(Ver como guía los ejercicios resueltos, ejercicio 11.g => $\lim_{x \to 0} \frac{x^4\, sen\left(\frac{1}{x}\right)}{x - tg\, x}$)

9. Encuentra los tres primeros términos no nulos del desarrollo en serie de MacLaurin (Taylor en $x = 0$) de: (De exámenes anteriores. Utiliza en cada caso el camino que resulte más cómodo. Puedes usar resultados anteriores citándolos)

a) $f(x) = cos(\sqrt{2}\, x)$

b) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+2x^2}}$

c) Calcula $\lim_{x \to 0} \frac{cos(\sqrt{2}\, x) - \frac{1}{\sqrt{1+2x^2}}}{x^4}$

Tabla de valoración de ejercicios:

1	0.5
2	1
3	1
4	1.5
5	1
6	1
7	1.5
8	1
9	1.5