Enunciados de los ejercicios

PROBLEMA 1:

Sea $A = \{x \in \mathbb{Z} : \ x^2 < 16\}$. Decidir la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

1. $\{0, 1, 2, 3\} \subset A$
2. $\{3, 1\} \in A$
3. $\{x \in \mathbb{Z} : \ |x| < 4\} \subset A$
4. $\emptyset \subset A$
5. $3 \in A$
6. $\{3\} \in A$
7. $A \subset \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
8. $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

PROBLEMA 2:

Si $A \cap B = A \cap C$, ¿tiene que ser B = C? Si $A \cup B = A \cup C$, ¿tiene que ser $B = C$?

PROBLEMA 3:

Utilizando diagramas de Venn comprobar que

$$(A \triangle C) \subseteq (A \triangle B) \cup (B \triangle C),$$

donde $\triangle$ denota la diferencia simétrica $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$, y siendo $A \setminus B = A - B$. ¿Es en general una igualdad esa relación de contenido?

PROBLEMA 4:

Elegir la opción verdadera de las siguientes afirmaciones:

1. $\emptyset \subset \{0\}$
2. $0 \in \emptyset$
3. $\emptyset \in 0$
4. $0 \subset \emptyset$

PROBLEMA 5:

Usando diagramas de Venn encontrar cuál de las siguientes afirmaciones entre los conjuntos A y B es falsa:

1. $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
2. $\overline{\overline{A}} = A$
3. $A \cup (A \cap B) = A$
4. $A \cap (A \cup B) = A$

PROBLEMA 6:

Usando diagramas de Venn encontrar cuál de las siguientes afirmaciones entre los conjuntos A y B es falsa:

1. $A \cup (B \setminus A) = A \cap B$
2. $A \cup (B \setminus A) = A \cup B$
3. $A \setminus B = A \cap \overline{B}$
4. $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$

PROBLEMA 7:

Simplificar la siguiente expresión:

$$\overline{(\overline{A} \cup \overline{B})} \cup \overline{(\overline{A} \cup B)}$$

PROBLEMA 8:

Demostrar que se verifican las siguientes igualdades:

1. $A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B) = A$
2. $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$
3. $(A \triangle B) \triangle C = A \triangle (B \triangle C)$
4. $A \setminus B = A \triangle (A \cap B)$

PROBLEMA 9:

Simplificar la expresión:

$$\overline{(\overline{[(A \cup B) \cap C]} \cup \overline{B})}$$

PROBLEMA 10:

1. ¿Cuál de los siguiente conjuntos es $\mathcal{P}(A)$ para algún conjunto A?

$$\emptyset, \quad \{\emptyset, a\}, \quad \{\emptyset, \{a\}\}, \quad \{\emptyset, \{a\}, \{\emptyset, a\}\}, \quad \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

2. Determinar el cardinal de los siguientes conjuntos:

$$A = \mathcal{P}(\{a, b, \{a, b\}\}), \quad B = \mathcal{P}(\{\emptyset, a, \{a\}, \{\{a\}\}\}), \quad \mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))$$

PROBLEMA 11:

Si $|A| = 55$, $|B| = 40$, $|C| = 80$, $|A \cap B| = 20$, $|A \cap B \cap C| = 17$, $|B \cap C| = 24$ y $|A \cup C| = 100$, hallar

1. $|A \cap C|$
2. $|C \setminus B|$
3. $|(B \cap C) \setminus (A \cap B \cap C)|$.

PROBLEMA 12:

Un biólogo trabaja con 66 especies de plantas, de las cuales 29, 41 y 25 viven en ecosistemas de tipo A, B y C respectivamente. Sabiendo que 16 pueden vivir tanto en ecosistemas A como B, 8 en ecosistemas A y C, y 7 en ecosistemas B y C, obtener el número de especies que pueden estar presentes en los tres ecosistemas. Calcular también el número de especies que pueden vivir en ecosistemas de tipo A y B pero que no pueden vivir en los de tipo C.

PROBLEMA 13:

Sea la función $f(x) = \lceil x \rceil$ la "función parte entera por arriba" (función techo) y $f(x) = \lfloor x \rfloor$ la función "parte entera por abajo" (función suelo). Así por ejemplo $\lceil 1{,}1 \rceil = 2$ y $\lfloor 0{,}3 \rfloor = 0$. Entonces calcular:

a) $\lceil 3/4 \rceil$
b) $\lfloor 7/8 \rfloor$
c) $\lceil -3/4 \rceil$
d) $\lfloor -7/8 \rfloor$

PROBLEMA 14:

1. Usar la propiedad $\lceil x + n \rceil = \lceil x \rceil + n$ para calcular $\lceil 3{,}01 \rceil$
2. Demostrar la falsedad o vercidad de la expresión: $\lceil x + y \rceil = \lceil x \rceil + \lceil y \rceil$

PROBLEMA 15:

Determinar si las siguientes funciones son biyecciones:

a) $f(x) = 2x + 2$
b) $f(x) = x^2 - 1$
c) $f(x) = x^3$
d) $f(x) = (x^2 + 1)/(x^2 + 2)$

PROBLEMA 16:

En un grupo de 15 personas hay 7 que tienen nacionalidad francesa, 8 que tienen nacionalidad británica y otros 8 que tienen nacionalidad española. Además hay 2 que son británicos y españoles a la vez, 4 que son españoles y franceses simultáneamente y 3 que tienen la doble nacionalidad británica y francesa. ¿Cuántos tienen triple nacionalidad?

PROBLEMA 17:

En un grupo de 12 estudiantes hay 7 matriculados en Matemática Discreta, 9 que están matriculados en Álgebra y 10 en Estadística. Además se sabe que hay 3 que están matriculados en las tres a la vez, en Álgebra y Estadística hay hay 8, y 5 que lo están en Estadística y Discreta simultáneamente. ¿Cuántos están matriculados en Álgebra y Discreta?

PROBLEMA 18:

Sea el conjunto $A = \{2, 3, 4, 6, 12, 15, 24, 90, 180, 360\}$ y la relación de divisibilidad

$$a\mathcal{R}b \iff a \mid b\,.$$

Teniendo en cuenta que el digrama de Hasse del conjunto ordenado $(A, |\,)$ que se muestra en la figura.

(a) Encontrar (si existen) los elementos maximales, minimales, máximo y mínimo de A.

(b) Dado el subconjunto $B = \{2, 3, 4, 6, 12\}$, encontrar (si existen) los conjuntos mayorante y minorante y el supremo e ínfimo de B.

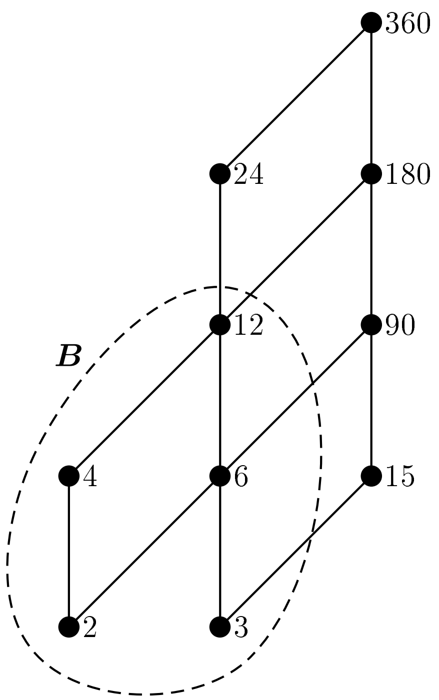


Figura 1: El diagrama de Hasse asociado al problema.

PROBLEMA 19:

Considérese la relación de orden parcial $\preceq$ definida en el conjunto D de los divisores positivos de 84, excluyendo el 1, mediante

$$a \preceq b \;\Leftrightarrow\; a \text{ divide a } b\,.$$

1. Dibujar el diagrama de Hasse del orden parcial $(D, \preceq)$.

2. Dar, si existen, los elementos maximales y minimales, así como el máximo y mínimo de $(D, \preceq)$.

3. Dar, si existen, el conjunto de cotas superiores, cotas inferiores, supremo e ínfimo en $(D, \preceq)$ del conjunto $B = \{2, 3, 6, 28\} \subset D$.

PROBLEMA 20:

Considérese la relación de orden parcial $\preceq$ definida en el conjunto D de los divisores positivos de 36 , **excluyendo el 1**, mediante

$$a \preceq b \Leftrightarrow a \text{ divide a } b\,.$$

1. Dibujar el diagrama de Hasse del orden parcial $(D, \preceq)$.
2. Dar, si existen, los elementos maximales y minimales, así como el máximo y mínimo de $(D, \preceq)$.

PROBLEMA 21:

Considérese la relación de orden parcial $\preceq$ definida en el conjunto D de los divisores positivos de 24 , **excluyendo el 1**, mediante

$$a \preceq b \Leftrightarrow a \text{ divide a } b\,.$$

1. Dibujar el diagrama de Hasse del orden parcial $(D, \preceq)$.
2. Dar, si existen, los elementos maximales y minimales, así como el máximo y mínimo de $(D, \preceq)$.

PROBLEMA 22:

Considérese la relación de orden parcial $\preceq$ definida en el conjunto D de los divisores positivos de 40 , **excluyendo el 1**, mediante

$$a \preceq b \Leftrightarrow a \text{ divide a } b\,.$$

1. Dibujar el diagrama de Hasse del orden parcial $(D, \preceq)$.
2. Dar, si existen, los elementos maximales y minimales, así como el máximo y mínimo de $(D, \preceq)$.

PROBLEMA 23:

Sea $\mathcal{R}$ la relación en $\mathbb{R}^3$ definida como

$$(a_1, a_2, a_3)\ \mathcal{R}\ (b_1, b_2, b_3) \Leftrightarrow a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = b_1^2 + b_2^2 + b_3^2.$$

Demostrar que $\mathcal{R}$ es de equivalencia y encontrar las clases de equivalencia y el conjunto cociente.

PROBLEMA 24:

Sea el conjunto $V = \{x \mid 1 \leq x \leq 20\} \subset \mathbb{N}$. Sea el producto cartesiano $V \times V$ y sobre él definimos la siguiente relación

$$(x, y)\,\mathcal{R}\,(a, b) \Leftrightarrow x + b = y + a\,.$$

1. Demostrar que es una relación de equivalencia.
2. Calcular las clases de equivalencia. ¿Cuál es la clase que tiene mayor número de elementos? ¿Cuál es la clase que tiene menor número de elementos?
3. Calcular el conjunto cociente $(V \times V)/\mathcal{R}$ y decir su número de elementos.

PROBLEMA 25:

Considera la siguiente relación definida en $\mathbb{N}$:

$$x\mathcal{R}y \;\Leftrightarrow\; \exists\, k \in \mathbb{Z}_+ \;:\; y = 2^k x\,.$$

(a) Demuestra que $(\mathbb{N}, \mathcal{R})$ es un conjunto parcialmente ordenado.

(b) Sea $X = \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$. Dibuja el diagrama de Hasse de $(X, \mathcal{R})$.

(c) Encuentra, si existen, el máximo, el mínimo, los elementos maximales y minimales y las cotas superiores e inferiores del conjunto $X \subset \mathbb{N}$.

PROBLEMA 26:

Resolver las siguientes cuestiones:

1. Calcular el número de maneras de colocar en un tablero de ajedrez orientado y con 64 casillas las siguientes piezas: un rey, una reina, un caballo, una torre y un alfil blancos y un rey, una torre, un caballo y un alfil negros.
2. En los alambres que hay entre dos postes de un tendido trifásico de alta tensión en Bodega Bay se distribuyen 99 mirlos indistinguibles. ¿De cuántas maneras se pueden colocar en los tres alambres si no consideramos la distancia entre pájaros?
3. Si, por el contrario, tenemos en cuenta la distancia entre pájaros y si en cada alambre solo hay 200 posiciones posibles para los pájaros, ¿de cuántas maneras se pueden colocar los 99 mirlos?

Nota: Los resultados se darán en función de números combinatorios $\binom{a}{b}$ y/o factoriales $a!$

PROBLEMA 27:

Resolver los siguientes problemas:

(a) ¿De cuántas maneras se pueden distribuir diez bolas idénticas en seis recipientes distintos?

(b) ¿De cuántas maneras se pueden distribuir si ningún recipiente puede quedar vacío?

(c) ¿De cuántas maneras se pueden distribuir si el cuarto recipiente contiene un número impar de bolas?

PROBLEMA 28:

Determinar el número de subconjuntos de un conjunto de 10 elementos que

(a) tengan menos de 5 elementos,

(b) tengan más de 7 elementos,

(c) tengan un número impar de elementos.

PROBLEMA 29:

¿De cuantas maneras se pueden recolocar las letras de la palabra BASEBALL de tal modo las nuevas palabras empiecen y terminen por vocal?

PROBLEMA 30:

¿De cuantas maneras se pueden recolocar las letras de la palabra MISSISSIPPI de tal modo las nuevas palabras empiecen por I? ¿Y para que la P estén juntas?

PROBLEMA 31:

Dado el conjunto de símbolos $\{a, a, a, a, a, b, b, b, c, d, d\}$ ¿Cuántas palabras de 11 letras se pueden formar reordenando sus elementos?

PROBLEMA 32:

De cuantas maneras se puede obtener una mano de 3 espadas y 2 bastos de una baraja española de 40 cartas.

PROBLEMA 33:

De un grupo de 12 estudiantes se quiere enviar a 4 delegados a una convención. ¿De cuántas maneras se puede hacer? ¿Y si dos no pueden asistir juntos? ¿Y si 2 que están casados sólo pueden ir juntos?

PROBLEMA 34:

Demostrar que $3^{2n}+7$ es divisible por 8 para todo n. Es decir, nos piden que demostremos el siguiente enunciado:

$P(n): 8|(3^{2n}+7)$.

PROBLEMA 35:

Demostrar que $n! > 3^n$ para todo $n > 7$, en donde el factorial se define de la forma habitual $n! = n(n-1)(n-2)\dots 1))$.

PROBLEMA 36:

Demostrar por inducción que 3 divide a $n^3 - n$ a partir de cierto n.

PROBLEMA 37:

Demostrar por inducción que $1+2^n < 3^n \ \forall n \geq 2$.

PROBLEMA 38:

Demostrar por inducción que 3 divide a $n(n+1)(n+2)$ a partir de cierto n.

PROBLEMA 39:

Demostrar por inducción que $3|(4^n - 1) \ \forall n \geq 1$

PROBLEMA 40:

Demostrar por inducción que 3 es divisor de $n^3 + 2n$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

PROBLEMA 41:

Demostrar por inducción que para todo natural $n \geq 2$ se satisface que $5^n \ \geq \ 3^n + 4^n$.

PROBLEMA 42:

Probar por inducción que si $h > -1$ entonces $1 + nh \leq (1+h)^n$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

PROBLEMA 43:

Resolver las siguientes ecuaciones de recurrencia

- $a_n = 2\,a_{n-1} + n$ para $n \geq 1$, con $a_0 = 1$.
- $a_{n+1} - a_n \ = \ 3^n$ para $n \geq 0$, con $a_0 = 1$.

PROBLEMA 44:

Resolver la siguiente relación de recurrencia no homogénea:

$$a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2} + 4^n \qquad \text{con } a_0 = 1 \text{ y } a_1 = 10$$

PROBLEMA 45:

Resolver las siguientes recurrencias:

$$a)\ a_n = a_{n-1} + 3^{n-1},\quad a_0 = 1$$
$$b)\ a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0,\quad a_0 = 1,\ a_1 = 6$$

PROBLEMA 46:

Resolver la siguiente recurrencia:

$$a_n - 2a_{n-1} + a_{n-2} = 2^{n-2},\quad a_0 = 1,\ a_1 = 2$$

PROBLEMA 47:

Resolver la siguiente recurrencia:

$$a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2} + 3^n,\quad a_0 = 0,\ a_1 = 3$$

PROBLEMA 48:

Un distribuidor de ordenadores portátiles efectúa un pedido comprendido entre 1000 y 1500 equipos a una fábrica. Le envían dichos equipos en contenedores completos con capacidad de 68 ordenadores cada uno. El distribuidor los reparte entre sus clientes en furgonetas con capacidad de 20 ordenadores, quedando 32 sin repartir en el almacén. ¿Cuántos equipos pidió el distribuidor a la fábrica?

PROBLEMA 49:

Un profesor reparte equitativamente los libros de su biblioteca entre sus 17 alumnos y sobra un libro. Uno de sus alumnos se queja del número de libros recibido y decide excluirse del reparto. Al volver a repartir sus libros equitativamente entre los alumnos restantes, sigue sobrando un libro. ¿Cuál es el mínimo número de libros que reparte el profesor?

PROBLEMA 50:

Calcula las soluciones enteras de la ecuación

$$28x + 36y \;=\; 44\,.$$

PROBLEMA 51:

Usa el algoritmo de Euclides para calcular:

$\mathrm{mcd}(1476, 2808)$,
$\mathrm{mcd}(23345, 23545)$,
$\mathrm{mcd}(35234, 2178)$,
$\mathrm{mcd}(36735, 8347)$,
$\mathrm{mcd}(52, 13, 65, 26)$

PROBLEMA 52:

- Convierte los siguiente enteros en base binaria a base decimal

$$a)\ 1010101010\quad b)\ 10101111010\quad c)\ 1001111010\quad d)\ 101111010$$

- Convierte los siguientes enteros en notación hexadecimal a notación binaria:

$$a)\ ACDC \quad b)\ BECA \quad c)\ BACA \quad d)\ FABE$$

PROBLEMA 53:

Utilizar aritmética modular para calcular los restos de dividir 3^8 por 13 y 2^{14} por 19.

PROBLEMA 54:

Usa el algoritmo de Euclides para calcular:

$mcd(111, 201)$, $mcd(12345, 54321)$, $mcd(1529, 14039)$, $mcd(9888, 6060)$

PROBLEMA 55:

Calcular $mcd(36, 24, 54, 27)$
Pista: Calcular el mcd de los dos primeros, luego el mcd de lo obtenido y el tercero y así sucesivamente.

PROBLEMA 56:

Simplifica las expresiones:

a) $4x \equiv 5 \pmod 9$, b) $13x \equiv 14 \pmod{19}$

PROBLEMA 57:

Expresar 15 como combinación lineal de 321 y 433. Hacer lo mismo con 4 como combinación lineal de 92 y 84

PROBLEMA 58:

Revolver la ecuación diofántica lineal: $37x - 107y = 25$

PROBLEMA 59:

Convierte los siguiente enteros en base binaria a base decimal

$$a)\ 11111 \quad b)\ 101010101 \quad c)\ 1000000001 \quad d)\ 110100100010000$$

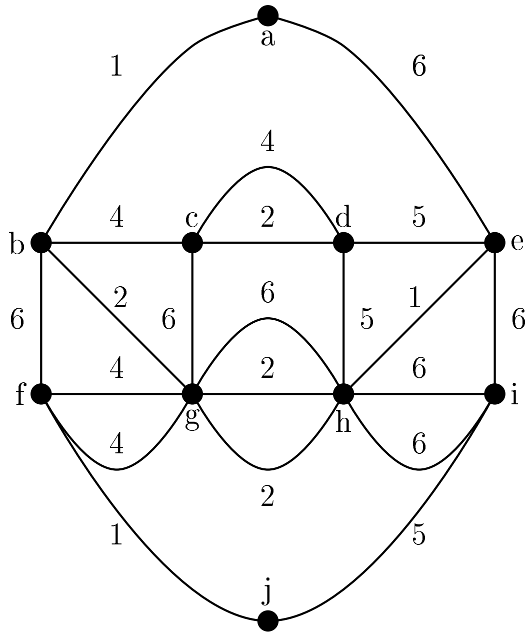
PROBLEMA 60:

Convierte los siguientes enteros en notación hexadecinal a notación binaria:

$$a)\ 80E \quad b)\ 135AB \quad c)\ ABBA \quad d)\ ABCDEF$$

PROBLEMA 61:

Considérese el grafo G siguiente:



(a) ¿Es G un grafo simple? ¿Es plano? ¿Es bipartito? ¿Es completo? ¿Es regular? ¿Es conexo?

(b) Hallar el número de regiones, vértices y aristas del grafo dual $G^{\star}$.

(c) ¿Es G Euleriano? Hallar un camino o circuito euleriano si es posible.

(d) Hallar un árbol A generador mínimo de G y el peso total de dicho árbol.

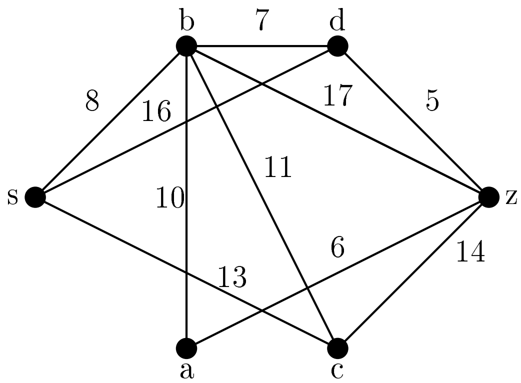
PROBLEMA 62:

Considérese el grafo ponderado de la figura y contéstese a las siguientes preguntas:

1. Calcular el árbol recubridor de peso mínimo sobre dicho grafo y dar su peso.

2. Decir si el grafo es euleriano o semi-euleriano y por qué. En caso de que alguna de las respuestas sea afirmativa, encontrar el correspondiente recorrido euleriano o semi-euleriano.

3. Decir si es regular, bipartito y completo y por qué.



PROBLEMA 63:

Sea el grafo $G = (V, E)$ definido por la siguiente matriz de adyacencia

$$A_G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

1. ¿Es bipartito? ¿Es planar?
2. Encontrar, si es posible, un árbol generador.
3. ¿Es G semi-euleriano? ¿Cuál es el número mínimo de aristas que necesitamos añadir a G para que sea euleriano?

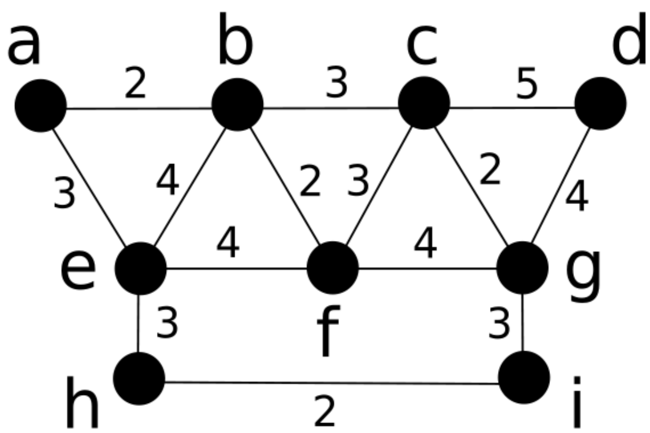
PROBLEMA 64:

Sea el grafo de la figura de más adelante.

(a) ¿Es dicho un grafo simple? ¿Es plano? ¿Es bipartito? ¿Es completo? ¿Es regular? ¿Es conexo? Justifica las respuestas.

(b) ¿Es Euleriano? Hallar un camino o circuito euleriano si es posible (como los vértices están etiquetados dar la secuencia de los mismos que definen el camino o circuito si existe).

(c) Hallar un árbol generador de peso mínimo y el peso total de dicho árbol sobre el grafo.



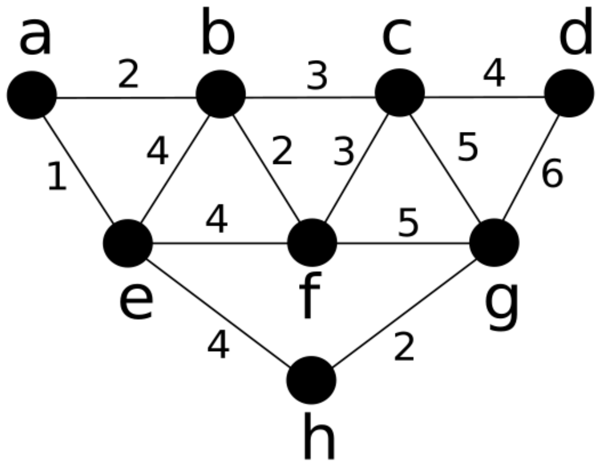
PROBLEMA 65:

Sea el grafo de la figura de más adelante.

(a) ¿Es dicho un grafo simple? ¿Es plano? ¿Es bipartito? ¿Es completo? ¿Es regular? ¿Es conexo? Justifica las respuestas.

(b) ¿Es Euleriano? Hallar un camino o circuito euleriano si es posible (como los vértices están etiquetados dar la secuencia de los mismos que definen el camino o circuito si existe).

(c) Hallar un árbol generador de peso mínimo de y el peso total de dicho árbol sobre el grafo.



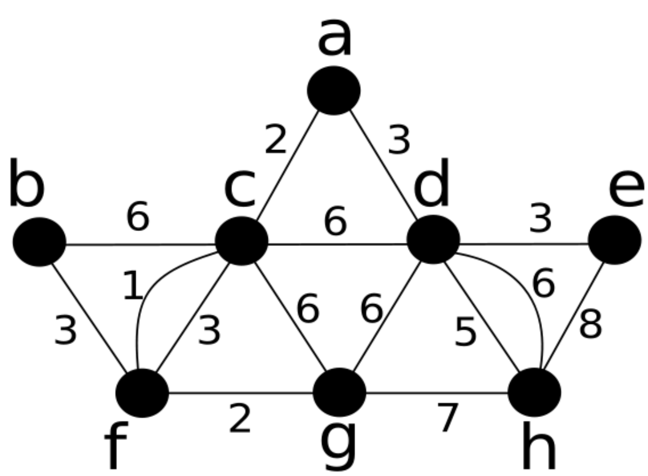
PROBLEMA 66:

Sea el grafo de la figura de más adelante.

(a) ¿Es dicho un grafo simple? ¿Es plano? ¿Es bipartito? ¿Es completo? ¿Es regular? ¿Es conexo? Justifica las respuestas.

(b) ¿Es Euleriano? Hallar un camino o circuito euleriano si es posible (como los vértices están etiquetados dar la secuencia de los mismos que definen el camino o circuito si existe).

(c) Hallar un árbol generador de peso mínimo y el peso total de dicho árbol sobre el grafo.



PROBLEMA 67:

Sea la gramática $G = \{V, T, S, P\}$, donde $V = \{a, b, A, A, B, S\}$, $T = \{a, b\}$, S es el símbolo inicial y $P = \{S ::= ABa, A ::= BB, B ::= ab, AB ::= b\}$. ¿Se deriva la cadena $BBBa$ de ABa?, ¿cómo?, ¿y ba?

PROBLEMA 68:

Sea la gramática con vocabulario $V = \{S,\ A,\ a,\ b\}$, conjunto terminales $T = \{a,\ b\}$, símbolo inicial S y las producciones $P = \{S ::= aaA,\ S ::= Ab,\ A ::= aaa\}$. ¿Cuál es el lenguaje $L(G)$ generado por esta gramática?

PROBLEMA 69:

Determina si la palabra bab pertenece o no al lenguaje generado por la gramática $G = \{V, T, S, P\}$, donde $V = \{a, b, c, A, B, C, S\}$, el subconjunto terminal es $T = \{a, b, c\}$, S es el símbolo inicial y las producciones $S ::= AB$, $A ::= Ca$, $B ::= Ba$, $B ::= Cb$, $B ::= b$, $C ::= cb$ y $C ::= b$.

PROBLEMA 70:

A) Sea la gramática $G = \{V, T, S, P\}$ en donde $V = \{0, 1, S\}$, $T = \{0, 1\}$ y S es el símbolo inicial. Las producciones son $S ::= 0S1$ y $S ::= \lambda$. La gramática que genera será $C = \{0^n1^n | n = 0, 1, 2, ...\}$ en donde hemos empleado la notación de tal modo que C es el conjunto de cadenas del tipo 000..,111... en donde hay n ceros seguidos de n unos.

Construye una derivación (secuencia) que partiendo del elemento inicial llegue hasta 0^31^3 (tres ceros seguidos de tres unos) utilizando la gramática anterior.
B) Sean la gramática $G = \{V, T, S, P\}$ en donde $V = \{0, 1, 2, S, A, B\}$, $T = \{0, 1, 2\}$ y S es el símbolo inicial. Las producciones son $S ::= 0SAB$, $S ::= \lambda$, $BA ::= AB$, $0A ::= 01$, $1A ::= 11$, $1B ::= 12$ y $2B ::= 22$. Se puede demostrar que el conjunto generado es $C = \{0^n1^n2^n | n = 0, 1, 2, \ldots\}$
Construye una derivación (secuencia) que partiendo el elemento inicial llegue a $0^21^22^2$ utilizando la gramática anterior. Pista: la secuencia pedida puede empezar así

$$S0SAB \Rightarrow 00SABAB \Rightarrow 00ABAB \Rightarrow 00AABB \ldots$$

PROBLEMA 71:

Contruye una derivación de 0^21^4 con estas dos gramáticas distintas.
La primera $G_a = \{V, T, S, P\}$ en donde $V = \{S, 0, 1\}$, $T = \{0, 1\}$ y S es el símbolo inicial. Las producciones son $S ::= 0S$, $S ::= S1$ y $S ::= \lambda$.
La segunda $G_b = \{V, T, S, P\}$ en donde $V = \{S, A, 0, 1\}$, $T = \{0, 1\}$ y S es el símbolo inicial. Las producciones son $S ::= 0S$, $S ::= 1A$, $S ::= 1$, $A ::= 1A$, $A ::= 1$ y $S ::= \lambda$.

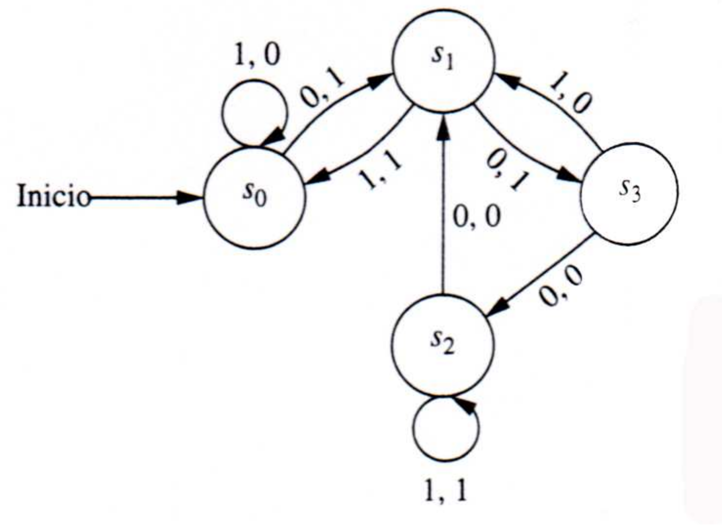
PROBLEMA 72:

Las tablas de transición y de salida de una máquina secuencial o máquina de estado finito son las siguientes:

f	*Entrada*	
Estado	0	1
s_0	s_1	s_0
s_1	s_3	s_0
s_2	s_1	s_2
s_3	s_2	s_1

g	*Entrada*	
Estado	0	1
s_0	1	0
s_1	1	1
s_2	0	1
s_3	0	0

De las que se puede deducir el siguiente diagrama de estados:



Hallar la cadena de salida generada por la máquina de estado finito del ejercicio anterior si la cadena de entrada es 11011011.

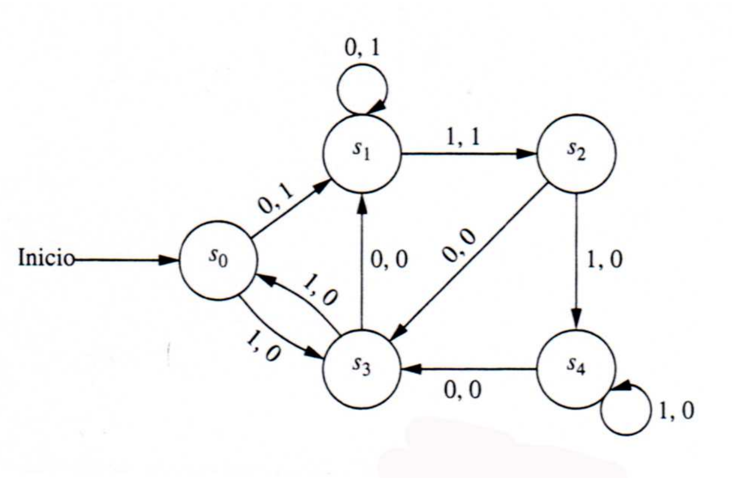
PROBLEMA 73:

Las tablas de transición y de salida de una máquina de estado finito son las siguientes:

f	*Entrada*	
Estado	0	1
s_0	s_1	s_3
s_1	s_1	s_2
s_2	s_3	s_4
s_3	s_1	s_0
s_4	s_3	s_4

g	*Entrada*	
Estado	0	1
s_0	1	0
s_1	1	1
s_2	0	0
s_3	0	0
s_4	0	0

De las que se puede deducir el siguiente diagrama de estados:



Hallar la cadena de salida generada por la máquina de estado finito del ejercicio anterior si la cadena de entrada es 11011011

PROBLEMA 74:

Hállese el diagrama de estados para una máquina de estado finito cuyas tablas de transición y de salida son las siguientes:

f	*Entrada*	
Estado	0	1
s_0	s_1	s_0
s_1	s_2	s_0
s_2	s_0	s_3
s_3	s_1	s_2

g	*Entrada*	
Estado	0	1
s_0	0	0
s_1	1	1
s_2	0	1
s_3	1	0

PROBLEMA 75:

Hállese el diagrama de estados para una máquina de estado finito cuyas tablas de transición y de salida son las siguientes:

f	*Entrada*	
Estado	0	1
s_0	s_0	s_4
s_1	s_0	s_3
s_2	s_0	s_2
s_3	s_1	s_1
s_4	s_1	s_0

g	*Entrada*	
Estado	0	1
s_0	1	1
s_1	0	1
s_2	0	0
s_3	1	1
s_4	1	0

PROBLEMA 76:

Sea la gramática $G = \{V, T, S, P\}$, donde $V = \{a, b, A, A, B, S\}$, $T = \{a, b\}$, S es el símbolo inicial y $P = \{S ::= ABa, A ::= BB, B ::= ab, AB ::= b\}$. ¿Se deriva la cadena $Aaba$ de ABa?, ¿cómo?, ¿y la cadena $abababa$?

PROBLEMA 77:

Sea la gramática con vocabulario $V = \{S,\ A,\ a,\ b\}$, conjunto terminales $T = \{a,\ b\}$, símbolo inicial S y las producciones $P = \{S ::= aA,\ S ::= b,\ A ::= aa\}$. ¿Cuál es el lenguaje $L(G)$ generado por esta gramática?

PROBLEMA 78:

Determina si la palabra *cbab* pertenece o no al lenguaje generado por la gramática $G = \{V, T, S, P\}$, donde $V = \{a, b, c, A, B, C, S\}$, el subconjunto terminal es $T = \{a, b, c\}$, S es el símbolo inicial y las producciones $S ::= AB$, $A ::= Ca$, $B ::= Ba$, $B ::= Cb$, $B ::= b$, $C ::= cb$ y $C ::= b$.

PROBLEMA 79:

Determina si las palabras de la lista de abajo pertenecen o no al lenguaje generado por la gramática $G = \{V, T, S, P\}$, donde $V = \{a, b, c, A, B, C, S\}$, el subconjunto terminal es $T = \{a, b, c\}$, S es el símbolo inicial y las producciones $S ::= AB$, $A ::= Ca$, $B ::= Ba$, $B ::= Cb$, $B ::= b$, $C ::= cb$ y $C ::= b$.

a) *baba* *b*) *abab* *c*) *cbaba* *d*) *bbbcba*

PROBLEMA 80:

¿Qué conjunto genera la gramática $G = \{V, T, S, P\}$ en donde $V = \{0, 1, S\}$, $T = \{0, 1\}$ y S es el símbolo inicial? Las producciones son $S ::= 0S1$ y $S ::= \lambda$.

Notación: Podemos denotar un conjunto $C = \{0^n 1^n | n = 0, 1, 2, ...\}$ como el conjunto de cadenas del tipo 000..,111... en donde hay n ceros seguidos de n unos.

PROBLEMA 81:

¿Qué conjunto genera la gramática $G = \{V, T, S, P\}$ en donde $V = \{0, 1, S\}$, $T = \{0, 1\}$ y S es el símbolo inicial? Las producciones son $S ::= 0S$, $S ::= S1$ y $S ::= \lambda$.

PROBLEMA 82:

¿Qué conjunto genera la gramática $G = \{V, T, S, P\}$ en donde $V = \{0, A, 1, S\}$, $T = \{0, 1\}$ y S es el símbolo inicial? Las producciones son $S ::= 0S$, $S ::= 1$ $S ::= 1$, $A ::= 1A$, $A ::= 1$, y $S ::= \lambda$.

PROBLEMA 83:

decir si la gramática $G = \{V, T, S, P\}$ en donde $V = \{S, A, B, a, b\}$, $T = \{a, b\}$ es una gramática de tipo 0, pero no de tipo 1; de tipo 1, pero no de tipo 2, o una gramática de tipo 2 pero no de tipo 3, etc, si P, el conjunto de producciones, es:

a) $S ::= aAB,\ A ::= Bb,\ B ::= \lambda$
b) $S ::= aA,\ A ::= a,\ A ::= b$
c) $S ::= ABa,\ AB ::= a$
d) $S ::= ABA,\ A ::= aB,\ B ::= ab$
e) $S ::= bA,\ A ::= B,\ B ::= a$

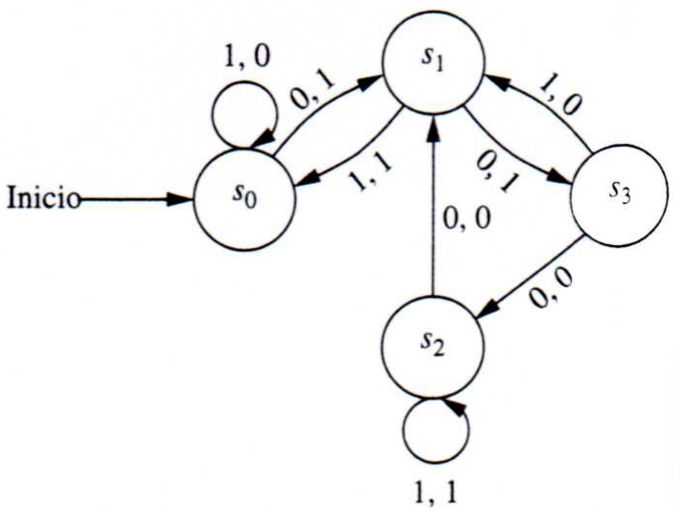
PROBLEMA 84:

Las tablas de transición y de salida de una máquina de estado finito son las siguientes:

f	*Entrada*	
Estado	0	1
s_0	s_1	s_0
s_1	s_3	s_0
s_2	s_1	s_2
s_3	s_2	s_1

g	*Entrada*	
Estado	0	1
s_0	1	0
s_1	1	1
s_2	0	1
s_3	0	0

De las que se puede deducir el siguiente diagrama de estados:



Hállese el diagrama de estados para una máquina de estado finito cuyas tablas son:

f	*Entrada*	
Estado	0	1
s_0	s_1	s_3
s_1	s_1	s_2
s_2	s_3	s_4
s_3	s_1	s_0
s_4	s_3	s_4

g	*Entrada*	
Estado	0	1
s_0	1	0
s_1	1	1
s_2	0	0
s_3	0	0
s_4	0	0

PROBLEMA 85:

Hallar la cadena de salida generada por la máquina de estado finito del ejercicio anterior si la cadena de entrada es 101011