

# Ejercicios Tema 1

Estimación I  
Curso 2019-2020

---

- 1.1 Escribe la función de verosimilitud muestral de una m.a.s. procedente de cada una de las siguientes poblaciones: a)  $N(0, \theta)$ , b)  $N(\theta, 1)$ , c)  $Exp(\lambda)$ , d)  $\beta(\alpha, \beta)$ .
- 1.2 De una población con distribución de  $B(1, p)$ , se obtiene una m.a.s.  $(X_1, \dots, X_n)$ . Determina la distribución en el muestreo de la media muestral y comprueba que su esperanza coincide con la esperanza poblacional.
- 1.3 En una urna hay 100 pelotas enumeradas. Se extraen 10 pelotas con remplazamiento. Sea  $\bar{X}$  el estadístico media muestral de los numero obtenidos. Determinar  $E\bar{X}$  y  $Var\bar{X}$ .
- 1.4 Sea  $X_1, \dots, X_n$  una m.a.s. de una  $Exp(\theta)$ .
- a) Determina la distribución en el muestreo del estadístico  $T = \sum_{i=1}^n X_i$ . A partir de ahí, determina su esperanza y varianza y deduce las de  $\bar{X}$ . Comprueba que las cantidades obtenidas son justamente  $\mu$  y  $\sigma^2/n$ , con  $\mu$  y  $\sigma^2$  la esperanza y la varianza poblacionales, respectivamente.
- b) Calcula la esperanza y la varianza de  $T = X_{(1)}$ .
- 1.5 El error (en centigramos) que se comete al pesar un objeto en una balanza es una v.a. con distribución  $N(0, 15)$ .
- a) Determina la probabilidad de que el error cometido (en valor absoluto) en una pesada sea inferior a 20 centigramos.
- b) Si se obtiene una m.a.s. de dicha distribución, ¿qué tamaño ha de tener para que el error medio (en valor absoluto) sea inferior a 5 centigramos con una probabilidad del 90 %?
- 1.6 ★ Calcula la esperanza y la varianza de la media muestral de una m.a.s. de una distribución  $\Gamma(p, \sqrt{p})$ . Calcula a continuación el tamaño que tendría que tener una muestra para asegurar con una probabilidad del 99 % que la media muestral difiere de la poblacional en menos de 0.01.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70