"Lógica y Estructuras Discretas", Primera Semana Febr. 2011, modelo A

Instrucciones: Responda al test en la plantilla impresa que se le facilita. Si responde al desarrollo, hágalo en una hoja aparte (con su nombre escrito). **Sólo escanee las respuestas del test y la hoja de desarrollo, si la entrega, no el enunciado.**.
Si considera que hay erratas, indíquelas en la hoja para desarrollo (y escanéela).

Datos

$X_1: \ p \to (q \to r)$	$Y_1: \ \forall x(Px \to Qx)$
$X_2: \ (p \vee q) \to r$	$Y_2: \ \neg\exists z(Rz \to Qz)$
$X_3: \ (p \wedge q) \to r$	$Y_3: \ \forall x(\neg\exists y Sxy \to \neg Px)$
$X_4: \ p \to (r \vee q)$	$Y_4: \ \forall x\exists y((Sxy \vee Syx) \wedge x \neq y)$

Test

1. Sea el conjunto $A = \{a, b, c\}$, y P(A) el conjunto potencia de A:
   a) $\{a\} \in A$
   b) $\emptyset \in A$
   c) $\{\emptyset, \{a, c\}\} \subset P(A)$

2. Complete $\sim(A \cup \sim B) = ?$
   a) $\sim A \cap B$
   b) $\sim A \cup B$
   c) $A \cap B$

3. La relación $R = \{(1,2), (3,2)\}$ sobre $E = \{1,2,3\}$ es:
   a) reflexiva
   b) simétrica
   c) antisimétrica

4. Complete $B \cup (A \cap \sim A) = ?$
   a) $\sim B$
   b) $\emptyset$
   c) B

5. Una relación R de equivalencia no es:
   a) reflexiva
   b) transitiva
   c) antisimétrica

6. $p = 1, q = 0, r = 0$ hace verdaderas
   a) X_1 y X_2
   b) X_1 y X_3
   c) X_3 y X_4

7. X_3 es equivalente a:
   a) X_1
   b) X_2
   c) X_4

8. ($X_1 \not\models X_2$): "de X_1 no es consecuencia X_2", como demuestra
   a) $p = 0, q = 0, r = 0$
   b) $p = 0, q = 1, r = 0$
   c) $p = 1, q = 1, r = 1$

9. Es tautología:
   a) $X_2 \to X_4$
   b) $X_4 \to X_2$
   c) $X_1 \to X_2$

10. Forma Normal Conjuntiva de X_2:
    a) $(p \vee r) \wedge (q \vee r)$
    b) $(p \vee q) \wedge (r)$
    c) $(\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r)$

11. En toda interpretación que satisface tanto Y_1 como Y_2:
    a) $Q = \emptyset$ y $P = \emptyset$
    b) $Q \neq \emptyset$ y $P = \emptyset$
    c) $Q \neq \emptyset$ y $P \neq \emptyset$

12. Y_3 es verdadera para la interpretación: $E = \{1,2,3\}$, $P = \{1,2\}$ y
    a) $S = \{(1,1), (1,2)\}$
    b) $S = \{(1,1), (2,3)\}$
    c) $S = \emptyset$

13. Y_2 es equivalente a:
    a) $\exists x Rx \vee \neg\forall y Qy$
    b) $\forall z Rz \wedge \forall y \neg Qy$
    c) $\forall x(Rz \vee \neg Qz)$

14. Y_4 es verdadera para la interpretación: $E = \{1,2,3\}$, con

    a) $S = \{(1,1),(2,3),(3,2)\}$
    b) $S = \{(1,1),(1,2),(2,1)\}$
    c) $S = \{(1,2),(3,2),(1,1)\}$

15. Señale la expresión válida (siempre verdadera):

    a) $\forall x \exists y Mxy \to \exists x \exists y Mxy$
    b) $\exists x \exists y Mxy \to \exists x \forall y Mxy$
    c) $\exists x \forall y Mxy \to \forall x \exists y Mxy$

16. Si un grafo contiene aristas paralelas se denomina:

    a) grafo con bucles
    b) grafo acíclico
    c) multigrafo

17. La longitud de un camino, en un grafo, es:

    a) el grado de entrada del último nodo del camino
    b) el número de aristas que aparecen en la sucesión del camino
    c) el número de nodos que aparecen en la sucesión del camino

18. Un grafo no dirigido es conexo si:

    a) desde cualquiera de sus nodos se puede llegar a cualquier otro
    b) el grado de entrada de todo nodo es igual a 1
    c) permite bucles en cada uno de sus nodos

Pregunta de desarrollo

Demuestre, mediante un tableau, que es correcto el siguiente argumento:

$$\forall x \exists y (Sxy \vee Syx) \models \exists x (\exists y Sxy \vee \exists y Syx)$$