Lógica y Estructuras Discretas — Septiembre 2012
Código de la asignatura: 71901037 — **Tipo de examen: A**
Duración: 2 horas — **Material Permitido: Ninguno**

Instrucciones: Responda al test en la plantilla impresa que se le facilita. Si responde al desarrollo, hágalo en una hoja aparte (con su nombre escrito). ***Entregue sólo las respuestas del test y la hoja de desarrollo (si la ha respondido), no las hojas del enunciado.*** Si considera que hay erratas, indíquelas en una hoja aparte y entréguela. Todas las hojas entregadas deberán ser escaneadas.

Corrección del examen: El examen consta de dos partes: (a) test, 9 puntos, (b) desarrollo, 1 punto. Test (18 preguntas): correcta, +0'5; incorrecta, -0'25; en blanco, -0. El desarrollo *se corregirá sólo si se han obtenido al menos 7'5 puntos de los 9 del test.*

Datos

Datos de lógica proposicional y de predicados

$X_1: \ (p \to \neg t) \wedge (p \vee t)$ $X_2: \ (s \to t) \to s$ $X_3: \ (t \to p) \wedge (p \to t)$ $X_4: \ t \vee (t \to s)$	$I^X: \ s = 1, \ p = t = 0$
$Y_1: (\forall x \exists y \neg Sxy) \to \neg(\forall z \exists w \neg Szw))$ $Y_2: \neg(\forall x \exists y Sxy)$ $Y_3: \neg(\exists w \exists t \neg Stw)$ $Y_4: \exists t(Pt \to Stt)$	I^Y : dominio $U = \{0,1\}$, con $P = \emptyset$ $S = \{(0,0),(0,1)\}$

Test

1. La interpretación I^X no satisface:

   a) $X_2 \wedge X_3$

   b) $X_1 \wedge X_3$

   c) $X_2 \wedge X_4$

2. No es tautología:

   a) $X_3 \wedge X_1 \rightarrow X_3$

   b) $X_4 \rightarrow \neg(X_2 \wedge X_1)$

   c) $(X_2 \wedge X_4 \wedge X_1 \wedge X_3) \rightarrow (X_1 \wedge X_2 \wedge X_3)$

3. Es equivalente a X_2:

   a) $(s \wedge \neg t) \vee s$

   b) $s \rightarrow t$

   c) $\neg s \vee \neg t \vee s$

4. Sean φ_1, φ_2 y ψ cualesquiera tres fórmulas de lógica proposicional. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

   a) $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \psi$ si y sólo si $(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \rightarrow \neg\psi$ es tautología

   b) $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \psi$ si y sólo si $(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \rightarrow \psi$ es tautología

   c) $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \psi$ si y sólo si $(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \psi)$ es insatisfacible

5. La interpretación I^Y no satisface:

   a) Y_1

   b) Y_2

   c) Y_3

6. Es consecuencia:

   a) $\{Y_1, Y_2\} \models \neg Y_4$

b) $\{Y_1, Y_4\} \models \neg Y_3$

c) $\{Y_2\} \models \neg Y_3$

7. Señale la tautología:

   a) $Y_1 \to \neg Y_2$

   b) $Y_2 \to \neg Y_3$

   c) $Y_1 \to \neg Y_4$

8. ¿Cuál de las siguientes funciones definidas de $\mathbb{Z}$ en $\mathbb{Z}$ es inyectiva?

   a) $f(z) = z + 5$

   b) $f(z) = z^2$

   c) $f(z) = z^4 + 4$

9. Sea A un conjunto cualquiera, y sea E el conjunto universal. ¿A qué fórmula de las siguientes es equivalente $A \cap E$?

   a) E

   b) $\varnothing$

   c) $A \cap \sim \varnothing$

10. ¿Cuál de las siguientes relaciones es una función de $X = \{a, b, c\}$ a $Y = \{1, 2, 3\}$?

    a) $\{(a,1), (b,2), (a,3)\}$

    b) $\{(b,1), (c,2), (b,3), (a,2)\}$

    c) $\{(c,1), (b,1), (a,1)\}$

11. Sean A el conjunto de los números enteros pares y sea B el conjunto de los números enteros que son múltiplos de 3. ¿Cuál de los siguientes conjuntos es subconjunto de $A \times B$?

    a) El conjunto de los números enteros múltiplos de 6

    b) El conjunto $\{(3,2)\}$

    c) El conjunto $\{(2,3)\}$

12. ¿Cuál de las siguientes relaciones es una función inyectiva de $X = \{a, b, c\}$ a $Y = \{1, 2, 3\}$?

a) $\{(a,1),(c,2),(c,3)\}$

b) $\{(b,1),(c,2),(a,1)\}$

c) $\{(c,2),(a,3),(b,1)\}$

13. Sea el conjunto $A = \{1,2,3,4\}$. ¿Cuál de los siguientes conjuntos es subconjunto de A^2?

    a) El conjunto $\{1,4,9,16\}$

    b) El conjunto $\{(1,1),(2,2),(4,1)\}$

    c) El conjunto $\{1,2,3,4,6,8,9,12,16\}$

14. Sea un digrafo cualquiera G. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

    a) Si G es conexo (débilmente conexo) entonces es unilateralmente conexo.

    b) Si G no es unilateralmente conexo entonces es conexo.

    c) Si un grafo G no es conexo entonces no es fuertemente conexo.

15. Sea d la distancia del nodo a al nodo b en un digrafo G. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta para cualesquiera nodos a y b?

    a) d es un número primo.

    b) $d \geq 1$, pero d no puede ser infinito (∞).

    c) d puede ser infinito (∞).

16. Un grafo no dirigido es conexo si:

    a) Desde cualquiera de sus nodos se puede llegar a cualquier otro.

    b) El grado de entrada de todo nodo es igual a 1.

    c) Permite bucles en cada uno de sus nodos.

17. Sea G un grafo dirigido con n nodos, tal que no contiene ningún arco de un nodo hacia sí mismo. ¿Cuál es el máximo número de arcos que tiene G?

    a) n^2.

    b) $n^2 - 1$.

    c) $n \cdot (n-1)$.

18. Un seleccionador de fútbol ha acudido a la Eurocopa de 2012 con 6 delanteros. Si sólo escogerá para jugar a 3 de ellos, ¿de cuántas formas puede hacerlo?

    a) 6×3.

    b) 6^3.

    c) $(6 \times 5 \times 4)/(3 \times 2)$.

Pregunta de desarrollo

Demuestre mediante un tableau que es correcto el siguiente argumento:

$$\forall x \exists y(\neg Pxy \vee \neg Pyx) \models \exists x(\exists y \neg Pxy \vee \exists y \neg Pyx)$$