

Lógica y Estructuras Discretas  
Código de la asignatura: 71901037  
Duración: 2 horas

Septiembre 2013  
**Tipo de examen: A**  
**Material Permitido: Ninguno**

**Instrucciones:** Responda al test en la plantilla impresa que se le facilita. Si responde al desarrollo, hágalo en una hoja aparte (con su nombre escrito). **Entregue sólo las respuestas del test y la hoja de desarrollo (si la ha respondido), no las hojas del enunciado.** Si considera que hay erratas, indíquelas en una hoja aparte y entréguela. Todas las hojas entregadas deberán ser escaneadas.

**Corrección del examen:** El examen consta de dos partes: (a) test, 9 puntos, (b) desarrollo, 1 punto. Test (18 preguntas): correcta, +0'5; incorrecta, -0'25; en blanco, -0. El desarrollo se corregirá sólo si se han obtenido al menos 7'5 puntos de los 9 del test.

## Datos

### *Datos de lógica proposicional y de predicados*

$X_1 : \neg((q \vee r) \rightarrow (p \vee \neg p))$	
$X_2 : (p \rightarrow q \vee r) \wedge (q \rightarrow s)$	
$X_3 : p \wedge (r \rightarrow s)$	
$X_4 : s \vee \neg p$	
<hr/>	
$Y_1 : \forall x \forall y Rxy \rightarrow \neg \exists z Qz$	
$Y_2 : \exists x (Qx \leftrightarrow Mx)$	
$Y_3 : \forall x \forall y (x = y \rightarrow Qx \wedge Mf(y))$	

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white, curved shape behind the text, and a yellow and orange gradient bar at the bottom.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Test

1. Es una tautología:

- a)  $X_3 \rightarrow X_4$
- b)  $(X_2 \wedge X_3) \rightarrow X_4$
- c)  $\neg X_1 \rightarrow X_4$

2.  $X_4$  es consecuencia lógica de:

- a)  $X_2 \wedge X_3$
- b)  $X_3$
- c)  $\neg X_1$

3. La interpretación  $p = 1, q = 1, r = 1, s = 1$  satisface:

- a)  $\{X_1, X_3\}$
- b)  $\{X_3, X_4\}$
- c)  $\{X_1, X_2\}$

4. Es equivalente a  $X_1$ :

- a)  $(q \vee r) \wedge \neg(p \vee \neg p)$
- b)  $\neg(q \vee r) \wedge \neg(p \vee \neg p)$
- c)  $\neg(q \vee r) \rightarrow \neg(p \vee \neg p)$

5. Sean  $\varphi_1, \varphi_2$  y  $\psi$  cualesquiera tres fórmulas de lógica proposicional. Si  $\neg(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \psi)$  es tautología, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- a)  $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \psi$
- b)  $\{\varphi_1, \psi\} \models \neg\varphi_2$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- a)  $Q = \{1\}, M = \{1\}, f(1) = 1, f(2) = 2$
- b)  $Q = \{1, 2\}, M = \{2\}, f(1) = 2, f(2) = 2$
- c)  $Q = \{1, 2\}, M = \{2\}, f(1) = 2, f(2) = 1$

7. ¿Qué interpretación sobre universo  $U = \{1, 2\}$  no satisface  $Y_1$  ?:

- a)  $R = \{(1, 1), (2, 2)\}, Q = \{1\}$
- b)  $R = \{(1, 1), (1, 2)\}, Q = \emptyset$
- c)  $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}, Q = \{2\}$

8. Es equivalente a  $Y_2$ :

- a)  $\exists z((Qz \wedge Mz) \vee (\neg Qz \wedge \neg Mz))$
- b)  $\exists z((Qz \wedge Mz) \wedge (\neg Qz \wedge \neg Mz))$
- c)  $\exists z((Qz \vee Mz) \vee (\neg Qz \vee \neg Mz))$

9. Sea  $P$  cualquier predicado diádico (de aridad 2) en lógica de predicados. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es equivalente a  $\neg \forall x \exists y Pxy$ ?

- a)  $\exists x \exists y \neg Pxy$
- b)  $\forall x \forall y \neg Pxy$
- c)  $\exists x \neg \exists y Pxy$

10. ¿Tienen los conjuntos  $\mathbb{N}$  y el conjunto potencia de  $\mathbb{N}$  la misma cardinalidad?

- a) Sí.
- b) No.
- c) Dado que ambos conjuntos son infinitos, no tiene sentido hablar de su cardinalidad.

11. ¿Es posible establecer una biyección entre el conjunto  $\mathbb{N}$  y el conjunto potencia de  $\mathbb{N}$ ?

- a) Sí.
- b) No.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

12. Sea el conjunto  $A = \{1, 2\}$ . ¿Cuál de los siguientes conjuntos es el conjunto potencia de  $A$ ?
- $\{\emptyset\} \cup \{\{1\}, \{2\}\} \cup \{A\}$
  - $\emptyset \cup \{\{1\}, \{2\}\} \cup A$
  - $\emptyset \cup \{\{1\}, \{2\}\} \cup \{A\}$
13. Sea  $A$  un conjunto finito cualquiera, y sea  $n = |A|$ . ¿Cuál es la cardinalidad del conjunto potencia de  $A$ ?
- $n^n$
  - $n^2$
  - $2^n$
14. ¿Cuál de las siguientes funciones definidas de  $\mathbb{Z}$  en  $\mathbb{Z}$  es inyectiva?
- $f(z) = z + 5$
  - $f(z) = z^2$
  - $f(z) = z^4 + 4$
15. Sean  $A$  y  $B$  dos conjuntos finitos tales que  $|A \cup B| = 82$ ,  $|A| = 48$  y  $|A \cap B| = 12$ . ¿Cuál es el cardinal de  $B$ ?
- 34.
  - 46.
  - 22.
16. Sean  $a$  y  $b$  dos nodos cualesquiera de un digrafo  $G$ . Sea  $d$  la distancia de  $a$  a  $b$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?
- $d$  es un número par.
  - $d \geq 1$ , pero  $d$  no puede ser infinito ( $\infty$ ).
  - $d$  podría ser infinito ( $\infty$ ).
17. La longitud de un camino  $e$  en un grafo ponderado  $G$  es igual a:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- b) El número de aristas en  $e$ .
- c) El número de nodos distintos que aparecen en  $e$ .

18. El grado total de un nodo en un grafo dirigido...

- a) es la suma de sus grados de entrada y de salida
- b) siempre es un número par
- c) es el número de nodos que se pueden alcanzar desde él

### Pregunta de desarrollo

Sean las siguientes tres fórmulas:

$Z_1 : p \rightarrow (q \wedge r)$ ,  $Z_2 : ((s \vee t) \rightarrow o) \wedge t$ ,  $Z_3 : (\neg r \wedge p) \vee \neg o$ .

Demuestre mediante un tableau que es correcto el siguiente argumento:

$$\{Z_2, Z_3\} \models \neg Z_1$$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, teal-colored font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of light blue and orange geometric shapes, including a large blue triangle and an orange shape that looks like a stylized '9' or a drop.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70