Lógica y Estructuras Discretas — Septiembre 2013
Código de la asignatura: 71901037 — **Tipo de examen: B**
Duración: 2 horas — **Material Permitido: Ninguno**

Instrucciones: Responda al test en la plantilla impresa que se le facilita. Si responde al desarrollo, hágalo en una hoja aparte (con su nombre escrito). ***Entregue sólo las respuestas del test y la hoja de desarrollo (si la ha respondido), no las hojas del enunciado.*** Si considera que hay erratas, indíquelas en una hoja aparte y entréguela. Todas las hojas entregadas deberán ser escaneadas.

Corrección del examen: El examen consta de dos partes: (a) test, 9 puntos, (b) desarrollo, 1 punto. Test (18 preguntas): correcta, +0'5; incorrecta, -0'25; en blanco, -0. El desarrollo *se corregirá sólo si se han obtenido al menos 7'5 puntos de los 9 del test.*

Datos

Datos de lógica proposicional y de predicados

$X_1: \neg\big((q \vee r) \to (p \vee \neg p)\big)$
$X_2: (p \to q \vee r) \wedge (q \to s)$
$X_3: p \wedge (r \to s)$
$X_4: s \vee \neg p$

$Y_1: \forall x \forall y Rxy \to \neg\exists z Qz$
$Y_2: \exists x(Qx \leftrightarrow Mx)$
$Y_3: \forall x \forall y(x = y \to Qx \wedge Mf(y))$

Test

1. Es un conjunto insatisfacible:

   a) $\{X_2, X_3\}$

   b) $\{X_3, X_4\}$

   c) $\{X_1, X_2\}$

2. La interpretación $p = 1, q = 1, r = 1, s = 1$ satisface:

   a) $\{X_1, X_3\}$

   b) $\{X_3, X_4\}$

   c) $\{X_1, X_2\}$

3. X_4 es consecuencia lógica de:

   a) $X_2 \wedge X_3$

   b) X_3

   c) $\neg X_1$

4. Es una tautología:

   a) $X_3 \rightarrow X_4$

   b) $(X_2 \wedge X_3) \rightarrow X_4$

   c) $\neg X_1 \rightarrow X_4$

5. Sean φ_1, φ_2 y ψ cualesquiera tres fórmulas de lógica proposicional. Si $\neg(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \psi)$ es tautología, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

   a) $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \psi$

   b) $\{\varphi_1, \psi\} \models \neg\varphi_2$

   c) $\neg((\varphi_1 \wedge \varphi_2) \rightarrow \psi)$ es insatisfacible

6. Es equivalente a Y_2:

a) $\exists z((Qz \wedge Mz) \vee (\neg Qz \wedge \neg Mz))$

b) $\exists z((Qz \wedge Mz) \wedge (\neg Qz \wedge \neg Mz))$

c) $\exists z((Qz \vee Mz) \vee (\neg Qz \vee \neg Mz))$

7. ¿Qué interpretación sobre universo $U = \{1,2\}$ satisface Y_3?:

   a) $Q = \{1\}, M = \{1\}, f(1) = 1, f(2) = 2$

   b) $Q = \{1,2\}, M = \{2\}, f(1) = 2, f(2) = 2$

   c) $Q = \{1,2\}, M = \{2\}, f(1) = 2, f(2) = 1$

8. ¿Qué interpretación sobre universo $U = \{1,2\}$ no satisface Y_1 ?:

   a) $R = \{(1,1),(2,2)\}, Q = \{1\}$

   b) $R = \{(1,1),(1,2)\}, Q = \emptyset$

   c) $R = \{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)\}, Q = \{2\}$

9. Sea P cualquier predicado diádico (de aridad 2) en lógica de predicados. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es equivalente a $\neg\forall x\exists yPxy$?

   a) $\exists x\exists y\neg Pxy$

   b) $\forall x\forall y\neg Pxy$

   c) $\exists x\neg\exists yPxy$

10. ¿Es posible establecer una biyección entre el conjunto $\mathbb{N}$ y el conjunto potencia de $\mathbb{N}$?

    a) Sí.

    b) No.

    c) Dado que ambos conjuntos son infinitos, no tiene sentido hablar de establecer una biyección entre ambos.

11. ¿Cuál de las siguientes funciones definidas de $\mathbb{Z}$ en $\mathbb{Z}$ es inyectiva?

    a) $f(z) = z + 5$

    b) $f(z) = z^2$

    c) $f(z) = z^4 + 4$

12. ¿Cuál de las siguientes relaciones es una función de $X = \{a,b,c\}$ en $Y = \{1,2,3\}$?

    a) $\{(a,1),(b,2),(a,3)\}$

    b) $\{(b,1),(c,2),(b,3),(a,2)\}$

    c) $\{(c,1),(b,1),(a,1)\}$

13. Sea A un conjunto cualquiera, y sea E el conjunto universal. ¿A qué fórmula de las siguientes es equivalente $A \cap \sim A$?

    a) E

    b) $A \cap \sim E$

    c) $A \cap \sim \varnothing$

14. Sea A un conjunto finito cualquiera, y sea $n = |A|$. ¿Cuál es la cardinalidad del conjunto potencia de A?

    a) n^n

    b) n^2

    c) 2^n

15. Un seleccionador de fútbol ha acudido a la Eurocopa con 6 delanteros. Si sólo escogerá para jugar a 3 de ellos, ¿de cuántas formas puede hacerlo?

    a) 6×3.

    b) 6^3.

    c) $(6 \times 5 \times 4)/(3 \times 2)$.

16. ¿Cómo se denomina un camino en un digrafo en el que todos los nodos son distintos?

    a) Ciclo.

    b) Camino sencillo.

    c) Camino elemental.

17. Sea G un grafo dirigido sencillo sin bucles que tiene n nodos. ¿Cuál es el máximo valor que puede tomar el grado total de un nodo de G?

    a) $n-1$.

    b) $2n-2$.

c) $2n$.

18. Si para todo par de nodos x e y de un grafo G se cumple que x es alcanzable desde y entonces se dice que G es...

    a) un árbol

    b) conexo

    c) fuertemente conexo

Pregunta de desarrollo

Sean las siguientes tres fórmulas:
$Z_1 : (\neg r \wedge p) \vee \neg o$, $Z_2 : p \rightarrow (q \wedge r)$, $Z_3 : ((s \vee t) \rightarrow o) \wedge t$.
Demuestre mediante un tableau que es correcto el siguiente argumento:

$$\{Z_1, Z_2\} \models \neg Z_3$$