

**Primera Parte****NOTA IMPORTANTE:**

Las magnitudes vectoriales se representan por letras negritas. Es decir, en vez de escribir  $\vec{V}$  o  $\vec{AB}$  se representan estas cantidades mediante  $\mathbf{V}$  o  $\mathbf{AB}$ , respectivamente. No obstante, en sus respuestas indique las magnitudes vectoriales con flechas sobre los símbolos.

- 1) Un sistema está integrado por tres cargas puntuales situadas en un sistema de coordenadas cartesianas en las posiciones y con los valores que se indican:

$$q(0, 0, \ell) \quad -2q(0, 0, 0) \quad q(0, 0, -\ell) \quad (q > 0, \ell > 0)$$

Se considera un punto, P, cuyas coordenadas esféricas son  $(r, \theta, \varphi)$ . Obtenga el término predominante en el desarrollo en serie del potencial del sistema para el punto P cuando éste se encuentra lejos de las cargas.

- 2) Un conductor esférico, de radio  $R$ , con carga  $Q$ , se encuentra en el vacío en ausencia de otros conductores y distribuciones de carga. Determine la densidad de energía electrostática,  $u_e$ , en las distintas regiones del espacio definidas en el problema en función de  $r$ ,  $Q$  y  $\epsilon_0$ , siendo  $r$  la distancia de cualquier punto al centro de la esfera. A partir de  $u_e$  e integrando sobre todo el espacio, determine la expresión de la energía del conductor en función de  $Q$ ,  $R$  y  $\epsilon_0$ . Partiendo de la energía del conductor en función de su carga,  $Q$  y potencial  $V^*$ , calcule la energía del conductor como función de  $Q$ ,  $R$  y  $\epsilon_0$ , comprobando que obtiene el mismo resultado por ambos métodos.

- 3) Se considera un condensador plano ideal, con placas de superficie  $S$ , cada una, separadas una distancia  $e$  en el vacío y aisladas después de cargarse a una diferencia de potencial  $V$ . Determine el módulo de la resultante de las fuerzas que cada placa ejerce sobre la otra. Si se permite el movimiento de la placa negativa de forma que ésta se traslade hacia la placa positiva, obtenga el trabajo realizado hasta que la separación entre las placas se reduce a la mitad de la inicial. Relacione este trabajo con la variación de la energía del sistema.

Proporcione todos los resultados en función de los datos, es decir:  $S$ ,  $e$ ,  $V$  y  $\epsilon_0$ .

- 4) Se consideran dos dieléctricos separados por el plano  $z = 0$ . El dieléctrico 1 se sitúa en  $z < 0$  y el dieléctrico 2 en  $z > 0$  no existiendo carga libre en  $z = 0$ . Justifique si es posible que el desplazamiento eléctrico y la polarización en las proximidades del origen de coordenadas, en uno y en otro dieléctrico, tomen los valores siguientes:

$$\mathbf{D}_1 = 4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 8\mathbf{k}; \quad \mathbf{P}_1 = 4\mathbf{j} \quad \mathbf{D}_2 = 4\mathbf{i} + 6\mathbf{j} + 8\mathbf{k}; \quad \mathbf{P}_2 = 8\mathbf{j}$$

- 5) En el interior de una esfera conductora hueca, de radios  $R_1, R_2$  ( $R_1 > R_2$ ), que se mantiene a potencial  $V^* = \text{cte.}$ , hay una carga puntual,  $q$ , a distancia  $a$  del centro ( $a < R_2$ ). Determine el sistema de cargas imagen para obtener el campo electrostático en el interior de la cavidad y la fuerza sobre la carga puntual  $q$ .

\*\*\*\*\*

**NO se permite el uso de calculadora**

Duración: 45 minutos. Todos los apartados tienen la misma puntuación. Calificación: 50 % del total del examen.