SOLUCIONES POSIBLES para las cuestiones de la Primera Parte

1) La fuerza sobre q_1 ejercida por q_2 es $\boldsymbol{F} = -\dfrac{kq^2}{r^2}\boldsymbol{u_r}$ que deriva de una función potencial

$$U = -\frac{kq^2}{r} + \text{cte.}$$

Como no existe rozamiento, la carga q_1 se mueve sobre la recta dentro de un pozo de potencial con $U = -\dfrac{kq^2}{r} + \text{cte.} = -\dfrac{kq^2}{\sqrt{4a^2+x^2}} + \text{cte.}$

1.a) $\dfrac{-kq^2}{3a} + 0 = \dfrac{-kq^2}{2a} + \dfrac{1}{2}mv^2$, es decir

$$v = q\sqrt{\frac{k}{3ma}} = q\sqrt{\frac{1}{12\pi\varepsilon_0 ma}}$$

1.b) $F = \dfrac{kq^2}{4a^2} = \dfrac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 a^2}$

---

2) 2.a) El flujo sobre el círculo de radio R es el mismo que sobre el casquete esférico de superficie $2\pi R^2(1-\cos\theta) = 0{,}6\pi R^2$ en cuyos puntos el campo eléctrico es normal a la superfcie. Por consiguiente,

$$\Phi = -\frac{4}{\pi R^2}0{,}6\pi R^2 = -2{,}4$$

2.b) $\Phi = 0$.

---

3) 3.a) La carga en la superficie interior de 2 es $-Q_1$ por lo que su carga exterior es $Q_2 + Q_1$. Al duplicarse el potencial de 2, el potencial en todo punto exterior se duplica por la linealidad de la ecuación de Laplace. En consecuencia, la carga exterior también se duplica y su valor es $2Q_2 + 2Q_1$. Por tanto, la batería ha suministrado una carga $Q_2 + Q_1$ al conductor 2.

3.b) Como el conductor 1 está aislado, su carga sigue siendo Q_1 y la carga del conductor 2 es $2Q_2 + 2Q_1 - Q_1 = 2Q_2 + Q_1$.

3.c) Al duplicarse el potencial de 2, su potencial se incrementa en V_2 y como las cargas enfrentadas entre 1 y 2, en la cavidad interior, siguen iguales, la diferencia de potencial entre 1 y 2 no puede variar por lo que el potencial de 1 pasa a ser $V_1 + V_2$.

---

4) Partiendo de $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0\boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_0\varepsilon_\mathrm{r}\boldsymbol{E}$, se obtiene

$$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_\mathrm{r} - 1)\boldsymbol{E}$$

---

5) 5.a) Al ser la longitud mucho mayor que su diámetro ($2b$), el sistema presenta simetría axil, y el teorema de Gauss proporciona el campo $\boldsymbol{E}$.

$$2\pi\rho\ell D = Q'\ell \quad\Rightarrow\quad E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{Q'}{\rho} = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\rho}$$

$$V_a - V_b = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{b}{a} = \frac{Q}{C} = \frac{Q'\ell}{C} \quad\Rightarrow\quad \frac{C}{\ell} = C' = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\dfrac{b}{a}}$$

5.b) $U'_\mathrm{e} = \dfrac{Q'^2}{2C'} = \dfrac{Q'^2}{4\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{b}{a}$
