RESOLUCIÓN POSIBLE para la Primera Parte

1)

$$\left.\begin{array}{l} \nabla\cdot\boldsymbol{D} = \varkappa \\ \nabla\cdot\boldsymbol{B} = 0 \\ \nabla\times\boldsymbol{E} = -\dfrac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t} \\ \nabla\times\boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \dfrac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t} \end{array}\right\} \quad \text{con} \quad \begin{array}{l} \boldsymbol{D} = \varepsilon_0\boldsymbol{E} \\ \boldsymbol{B} = \mu_0\boldsymbol{H} \end{array} \quad \text{resulta} \quad \left\{\begin{array}{l} \nabla\cdot\boldsymbol{D} = \dfrac{\varkappa}{\varepsilon_0} \\ \nabla\cdot\boldsymbol{H} = 0 \\ \nabla\times\boldsymbol{E} = -\mu_0\dfrac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial t} \\ \nabla\times\boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \varepsilon_0\dfrac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t} \end{array}\right.$$

---

2) Aplicando la solución general de la ecuación de Poisson y teniendo en cuenta la simetría de la distribución

$$V(\mathrm{P}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_\tau \frac{\varkappa\,\mathrm{d}\tau}{r} = \frac{\varkappa}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R \frac{4\pi r^2\,\mathrm{d}r}{r} = \frac{\varkappa R^2}{2\varepsilon_0}$$

---

3) Las líneas de campo salen perpendicularmente del plano hacia cada uno de los semiespacios que aquél determina. Aplicando el teorema de Gauss a un cilindro de altura $2h$ y sección diferencial $\mathrm{d}S$ con su sección media sobre el plano de distribución, se tiene

$$2E(h)\,\mathrm{d}S = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,\mathrm{d}S$$

que resulta independiente de h. Por tanto,

$$\boldsymbol{E}(\mathrm{P}) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\mathbf{n}$$

siendo P cualquier punto del espacio y $\mathbf{n}$ el vector unitario por P que es perpendicular al plano y que se aleja de éste.

---

4) Al estar conectado el conductor a una batería que le proporciona un potencial V_0, la carga que se encuentra en la cavidad hueca está apantallada.

El potencial en el exterior obedece a la ecuación de Laplace con condiciones de regularidad en el infinito, por tanto, varía con $1/r$ y su expresión en un punto P exterior a distancia r del centro será de la forma $V(\mathrm{P}) = \dfrac{A}{r}$ y como el potencial debe ser continuo

$$r = R_1 \Rightarrow V_0 = \frac{A}{R_1} \Rightarrow A = V_0 R_1 \Rightarrow V(\mathrm{P}) = V_0\frac{R_1}{r} \Rightarrow V(\mathrm{B}) = V_0\frac{R_1}{b}$$

---

5) Porque debe cumplirse que:

$$\sum_{i=1}^{2} c_{ij} \geq 0 \qquad \text{y} \qquad c_{12} + c_{22} = -3 + 2 = -1$$

---

6) a) Aumenta.
   b) Aumenta.
   c) Constante.
   d) Constante.
   e) Disminuye.

---

7) La densidad de energía es

$$u_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)^2 = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0^2}\frac{1}{r^4}$$

para $r > R$ y nula en $r < R$. La energía es

$$U_e = \int_R^\infty \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0^2}\frac{1}{r^4}\,4\pi r^2\,\mathrm{d}r = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\int_R^\infty \frac{1}{r^2}\,\mathrm{d}r = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

---

8) En un dieléctrico LHI, ε_r es uniforme y constante y como

$$\boldsymbol{P} = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\boldsymbol{D} \Longrightarrow \nabla\cdot\boldsymbol{P} = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\nabla\cdot\boldsymbol{D}$$

y $\nabla\cdot\boldsymbol{P} = -\varkappa_p \qquad \nabla\cdot\boldsymbol{D} = \varkappa$, resulta

$$\varkappa_p = -\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\varkappa$$

---

9) Para el exterior del conductor, un sistema equivalente determinado por imágenes es el formado por las siguientes cargas en las posiciones indicadas:

$$-q(a,-a,0) \qquad -q(-a,a,0) \qquad q(-a,-a,0)$$

---

10) La fuerza sobre $q(a,a,0)$ es

$$\boldsymbol{F} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{4a^2}(\mathbf{i}+\mathbf{j}) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2\sqrt{2}}{16a^2}(\mathbf{i}+\mathbf{j})$$

es decir,

$$F_x = F_y = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{4a^2}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$$
