

ELECTROMAGNETISMO Septiembre 2011- Original

INSTRUCCIONES: El examen consta de dos partes: Teoría (7ptos) y Problemas (3ptos). Para aprobar es necesario, pero no suficiente, obtener al menos 3ptos en la parte de Teoría y 1,5ptos en la de Problemas. **MATERIAL:** Calculadora no programable.

TEORIA: Conteste a las siguientes preguntas en un cuadernillo de examen como máximo. Procure ser claro y conciso.

1.- Considere el proceso de carga de un condensador de placas circulares de radio R y separadas una distancia d. Determine la variación de energía electromagnética entre las placas del condensador y su relación con el vector de Poynting. Interprete los resultados desde el punto de vista físico.

2.- La expresión de los campos para una onda monocromática que se propaga en un medio con permitividad ε y conductividad γ es

$$\mathbf{E}(\xi, t) = \mathbf{E}_0 e^{-\alpha \xi} e^{j(\omega t - \beta \xi)} \quad ; \quad \mathbf{H} = (\beta - j\alpha) \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{E}}{k\mu\omega}$$

Describa los hechos físicos de importancia que se deducen de estos resultados

3.- Describa dos métodos que se utilicen para la determinación del potencial electrostático

PROBLEMAS. Elija un problema de entre los dos propuestos. (sólo se corregirá un problema. Si un alumno hace los dos, sólo se corregirá el primero)

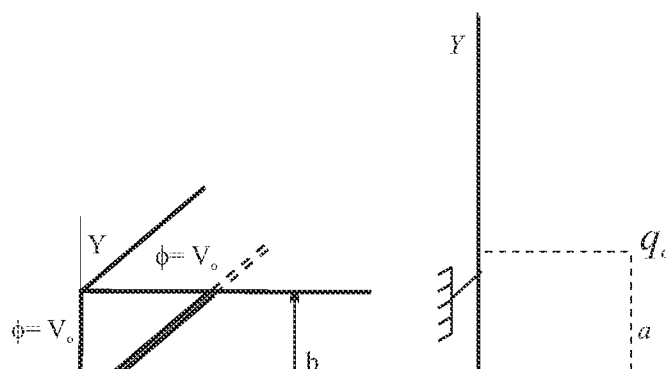
PROBLEMA 1

Dos placas metálicas semiinfinitas, una de ellas en forma de L, están colocadas una frente a otra formando una ranura longitudinal de espesor despreciable, como

muestra la figura 1. La placa inferior está conectada a tierra y la superior a potencial V_0 . Determinar el potencial en la región entre las placas.

PROBLEMA 2

Determine la energía electrostática del sistema de la Figura 2 formado por una carga q_0 en presencia de dos planos semiinfinitos formando un ángulo de 90°



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

FORMULARIO

(1) Operaciones diferenciales vectoriales

Gradiente

$$\nabla U = \frac{\partial U}{\partial x} \mathbf{u}_x + \frac{\partial U}{\partial y} \mathbf{u}_y + \frac{\partial U}{\partial z} \mathbf{u}_z \quad ; \quad \nabla U = \frac{\partial U}{\partial \rho} \mathbf{u}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \mathbf{u}_\varphi + \frac{\partial U}{\partial z} \mathbf{u}_z$$

$$\nabla U = \frac{\partial U}{\partial r} \mathbf{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \mathbf{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \mathbf{u}_\varphi$$

Divergencia

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad ; \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$$

Rotacional

$$\nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{u}_x & \mathbf{u}_y & \mathbf{u}_z \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \quad ; \quad \nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} \mathbf{u}_\rho & \rho \mathbf{u}_\varphi & \mathbf{u}_z \\ \partial/\partial \rho & \partial/\partial \varphi & \partial/\partial z \\ A_\rho & \rho A_\varphi & A_z \end{vmatrix}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \mathbf{u}_r & r \mathbf{u}_\theta & (r \sin \theta) \mathbf{u}_\varphi \\ \partial/\partial r & \partial/\partial \theta & \partial/\partial \varphi \\ A_\rho & r A_\theta & (r \sin \theta) A_\varphi \end{vmatrix}$$

(2) Ecuación de los potenciales

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \mu_o \varepsilon_o \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \nabla \left(\nabla \cdot \mathbf{A} + \mu_o \varepsilon_o \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = -\mu_o \mathbf{J}$$

$$\nabla^2 \phi + \frac{\partial \phi}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{A}) = -\frac{\rho}{\varepsilon_o}$$

(3) Desarrollo de Fourier

$$F(x) = a_o/2 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\pi x/L) + b_n \sin(n\pi x/L)]$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L F(x) \cos(n\pi x/L) dx \quad ; \quad b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L F(x) \sin(n\pi x/L) dx$$

(4) Ecuación de Laplace en c. cartesianas

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad ; \quad k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 0$$

$$k_x^2 > 0 \Rightarrow X = A_1 \exp(k_x x) - A_2 \exp(-k_x x) = A_3 \sinh k_x x + A_4 \cosh k_x x$$



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

$$\phi = k_1 \ln r + k_2$$

(b) Invarianza longitudinal

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varphi^2} = 0$$

o bien, si $n = 0$

$$\phi = (C_1 r^n + C_2 r^{-n}) (A_1 \cos n\varphi + A_2 \sin n\varphi)$$

$$\phi = (k_1 \ln r + k_2) (A_1 \varphi + B_2)$$

(c) Simetría axial

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

$$\phi = (B_1 J_0(kr) + B_2 N_0(kr)) (A_1 \cosh kz + A_2 \sinh kz)$$

ó

$$\phi = (C_1 I_0(kr) + C_2 K_0(kr)) (D_1 \cos kz + D_2 \sin kz)$$

(6) Ecuación de Laplace en c. esféricas

$$\Delta \phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varphi^2}$$

(a) Simetría alrededor de z

$$\phi = (A_1 r^n + A_2 r^{-(n+1)}) P_n(\cos \theta)$$

(b) Asimetría total

$$\phi = (B_1 r^n + B_2 r^{-(n+1)}) (A_1 \cos m\varphi + A_2 \sin m\varphi) P_n^m(\cos \theta)$$

Funciones de Bessel de primera especie y orden cero

$$J_0(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (x/2)^{2m}}{(m!)^2}$$

$$N_0(x) = \frac{2}{\pi} \ln \left(\frac{\gamma x}{2} \right) J_0(x) - \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m (x/2)^{2m}}{(m!)^2} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{m} \right)$$

Funciones de Bessel modificadas o de argumento imaginario

$$I_0(x) = J_0(jx) \quad ; \quad K_0(x) = N_0(jx)$$

Polinomios de Legendre

$$P_m(\cos \theta) = \frac{1}{2^m m!} \left[\frac{d}{d(\cos \theta)} \right]^m (\cos^2 \theta - 1)^m$$

$$P_0(\cos \theta) = 1$$

$$P_1(\cos \theta) = \cos \theta$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99