

Puede usar: calculadora no programable; libro de fórmulas y tablas matemáticas (sin anotaciones ni añadidos).

Cada pregunta se puntúa hasta 2,5 puntos. Es necesario aprobar cuestiones y problemas por separado. La evaluación del examen es global.

**Cuestiones:** conteste razonadamente, ajustándose a las preguntas y explicando lo que haga.

**Problemas:** debe resolverlos, no decir sólo cómo se podrían resolver, ni poner la solución, sino que hay que resolverlos realmente, explicar con claridad los pasos y discutir los resultados.

Recuerde definir todas las variables que use y explicar aproximaciones, notación y fórmulas.

No haga números hasta haber obtenido una expresión algebraica (estime entonces en órdenes de magnitud).

## CUESTIONES

### Cuestión 1.-

(a) Explique en detalle el concepto de densidad de estados y su origen.

(b) La densidad de estados al nivel de Fermi,  $\mathcal{D}(\varepsilon_F)$ , aparece en las ecuaciones que sirven para describir una serie de propiedades físicas (calor específico electrónico, paramagnetismo de Pauli, etc.).

Explique las razones por las que aparece  $\mathcal{D}(\varepsilon_F)$  en las expresiones mencionadas.

### Cuestión 2.-

(a) Explique el modelo de Drude–Sommerfeld.

(b) Enumere y explique someramente las suposiciones y aproximaciones en las que se basa.

(c) Evalúe el valor del radio medio por electrón para dicho modelo.

## PROBLEMAS

**Problema 1.-** Se dispone de una red FCC formada por esferas  $A$  de radio  $a$ . En esta red existen lo que se denomina *huecos tetraédricos*, que están centrados en los ocho cubos cuyo lado es igual a la mitad del parámetro de red (esto es, los ocho cubos en que se puede dividir el cubo de la celda convencional de la red FCC).

(a) Calcule el radio máximo  $b_{\max}$  de las esferas de tipo  $B$  que se pueden alojar en estos huecos. ¿Cuál sería la estequiometría del compuesto?

(b) Calcule el factor de ocupación del espacio con estos huecos rellenos por esferas de radio  $b_{\max}$ .

**Problema 2.-** Consideremos una red BCC y la banda de ligaduras fuertes formada por un único orbital atómico, de simetría  $s$  y energía atómica  $\varepsilon_s$ .

Llamamos  $\gamma$  a la constante de interacción a primeros vecinos, esto es,

$$\gamma(\mathbf{R}) = - \int d\mathbf{r} \phi^*(\mathbf{r}) \Delta U(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r} - \mathbf{R}).$$

(a) Obtenga la expresión para la relación de dispersión  $\varepsilon(\mathbf{k})$  de la banda de energías del sistema.

(b) Demuestre que en el límite  $\mathbf{k} \rightarrow 0$  las superficies equienergéticas son esféricas, y cuadráticas en  $\mathbf{k}$ . Explique si son los resultados que cabría esperar y por qué.

(c) Evalúe la masa efectiva de los electrones.

**Datos:**  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J s,  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg,  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$  kg,  $R_\infty = 109737$  cm $^{-1}$ ,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C,  $N_A = 60,2 \cdot 10^{22}$  mol $^{-1}$ ,  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J K $^{-1}$ ,  $1$  eV =  $1,6 \cdot 10^{-19}$  J,  $\mu_b = e\hbar/(2m_e) = 9,27 \cdot 10^{-24}$  J T $^{-1}$ ,  $c = 3 \cdot 10^8$  m s $^{-1}$ ,  $a_o = 4\pi\epsilon_o\hbar^2/me^2 \simeq 0,52$  Å,  $1/(4\pi\epsilon_o) = 9 \cdot 10^9$  m $^3$  kg s $^{-2}$  C $^{-2}$ ,  $\lambda_C = h/(m_e c) = 0,024$  Å.