UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL

Departamento Ingeniería Eléctrica, Electrónica, Automática y Física Aplicada

APELLIDOS

NOMBRE | Nº Mat.

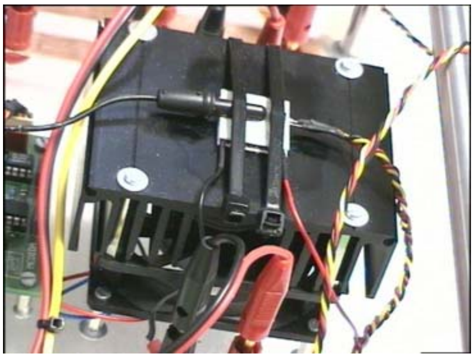
Calificación

ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA

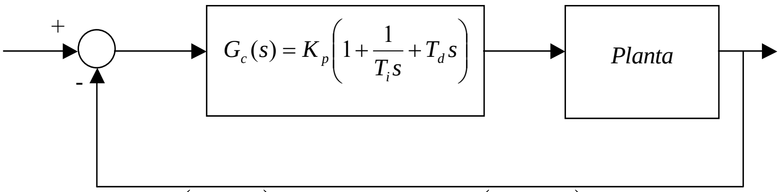
CURSO 3º | GRUPO | Enero 2016

1. Problema (5 puntos ev. continua, 3 puntos ev. final -60 minutos)

El control de temperatura de una célula Peltier es implementado mediante un sistema de realimentación unitaria. La planta Peltier es modelada mediante la siguiente función de transferencia $\frac{v_s(s)}{v_r(s)} = \frac{1.2e^{-4s}}{(1+14s)}$ Se pide:



1. Trazado directo del lugar de las raíces, aproximando el retardo temporal mediante Pade. Para el resto de apartados no emplear la aproximación de Pade.
2. Ajustando el regulador proporcional con un valor de K que sea la mitad del valor de la K crítica, determinar las frecuencias de cruce de ganancia y fase, así como, los márgenes de fase y ganancia.
3. Dibujar el diagrama de Bode y la curva polar de la cadena abierta con el regulador del anterior apartado. Indicar sobre las gráficas los puntos característicos.
4. Estimar la respuesta del sistema en cadena cerrada ante una entrada en escalón unitario. Indicar sobre la gráfica los puntos característicos.
5. Calcular el regulador PID de Ziegler-Nichols con la expresión dada, sabiendo que K_{cr} es la ganancia estática crítica y P_{cr} es el periodo de oscilación en segundos:



$$G_c(s) = 0{,}075 K_{cr} P_{cr} \frac{\left(s+\frac{4}{P_{cr}}\right)^2}{s}$$

1. $G_p(s) = \frac{(1-2s)1.2}{(1+2s)(1+14s)} = \frac{-0.09(s-0.5)}{(s+0.5)(s+0.07)}$

R1: Número ramas ≡2

R2: k=0 s=-0.5,s=-0.07 K=∞ → s+0.5

R3: Ramas del eje real

R4: Simetría

$$R5: \vartheta_a = \frac{360q}{2-1} = 360$$

$$R6: \sigma_a = \frac{-0.5-0.07-0.5}{2-1} \qquad \sigma_a = -1$$

R7: No se aplica.

R8: Punto de dispersión: $\frac{1}{\sigma+0.5} + \frac{1}{\sigma+0.073} = \frac{1}{\sigma-0.5}$

Para calcular el punto de dispersión se emplea como semilla el valor medio de los extremos y se hace

$$\sigma^s{}_d = \frac{-0.07-0.5}{2} = -0.29$$

la iteración de:

$$\frac{1}{\sigma_d + 0.5} + \frac{1}{\sigma_d + 0.07} = \frac{1}{\sigma^s{}_d - 0.5}$$

σ_d^s	-0.2865	-0.258	-0.257

En el punto de confluencia, al tener el cero en el origen, la semilla no es tan fácil de determinar, se empezará por el tipo de LDR en un valor de +1.

$$\sigma^s{}_c = 1$$

$$\frac{1}{\sigma^s{}_c + 0.5} + \frac{1}{\sigma^s{}_c + 0.073} = \frac{1}{\sigma_c - 0.5}$$

σ_c^s	1	1.25	1.189	1.22	1.24	1.25	1.25

R9: $s^2+(0.57-0.085k)s+0.035+0.042k$

s^2	1	0.035+0.042k
s^1	0.57-0.085k	
s^0	0.035+0.042k	

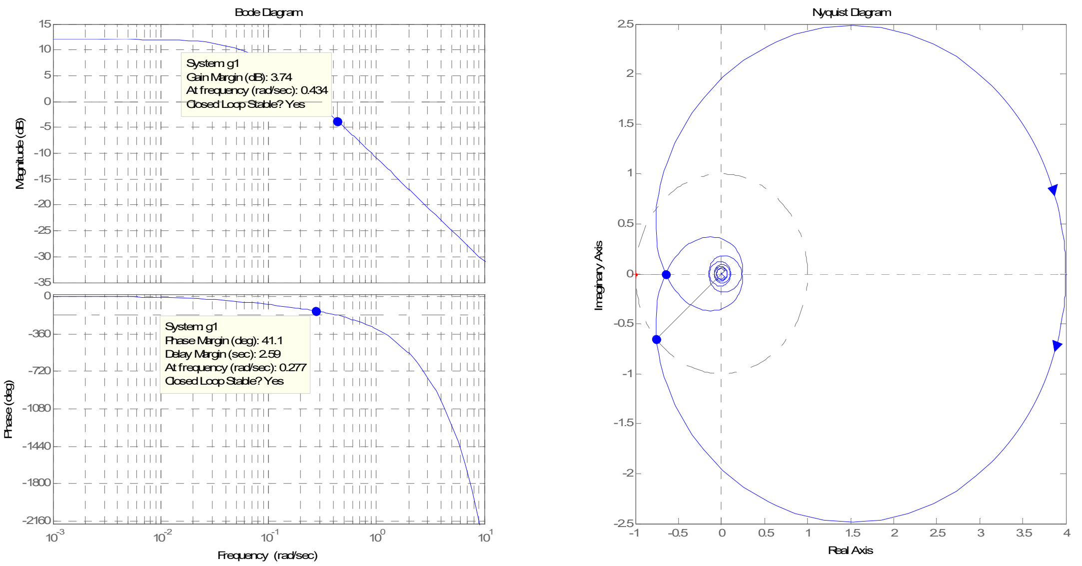
$$k_{cr} = \frac{0.57}{0.085} = 6.7$$

Los polos para la ganancia crítica serán de $\pm j0.57$

2.

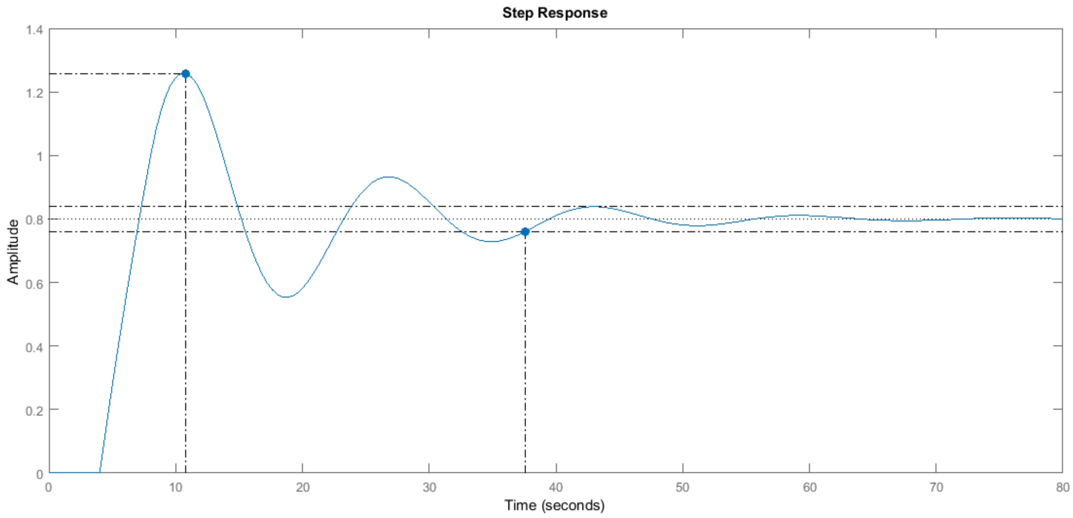
Dado que la ganancia crítica es 6.7, la cadena abierta queda como: $kG(\omega) = \dfrac{4e^{-4\omega}}{(1+14\omega)}$. Las frecuencias de corte de ganancia y fase son aproximadamente: 0.28[rad/s] y 0.39[rad/s]. El margen de fase de será de 41.5º y el margen de ganancia de 2.8 dB

3.



4. Considerando que el margen de fase es de 41.5º, se puede considerar que el factor de amortiguamiento es aproximadamente 0.415 y que la frecuencia natural estará en el intervalo de la frecuencia de cruce de ganancia y fase, p.e. 0.3 [rad/s]. Además el error al escalón será 1/(1+4). Por todo ello, se puede estimar que el tiempo de establecimiento es de unos 25 s, el tiempo de pico de unos 10 s y que la sobreoscilación del 25%. La señal de salida en el régimen permanente es de 0.8 y el valor máximo estará alrededor de 1.

escuela técnica superior de ingeniería diseño industrial UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL Departamento Ingeniería Eléctrica, Electrónica, Automática y Física Aplicada	APELLIDOS NOMBRE Nº Mat. ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA CURSO 3º GRUPO Enero 2016	Calificación



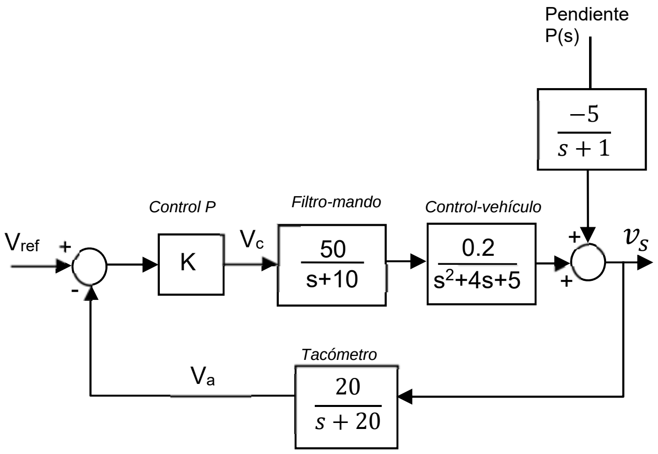
5. Para el valor de Kcr, la frecuencia de oscilación en 0.57 [rad/s], luego el periodo es de 11s. La FDT del regulador es:

$$G_c(s) = 5.25\frac{(s+0.36)^2}{s}$$

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL Departamento Ingeniería Eléctrica, Electrónica, Automática y Física Aplicada	APELLIDOS NOMBRE Nº Mat. ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA CURSO 3º GRUPO Enero 2016	Calificación

Problema 2 **<u>(5 puntos ev. continua, 3 puntos ev. final -60 minutos)</u>**

Se ha introducido un sencillo control de velocidad manejado por el usuario para el Airwheel de la figura. El usuario genera una señal de tensión (Vref) a través de un mando situado en el mango. Para controlar el comportamiento del sistema se hace uso de la señal Vc , la cual, antes de ser introducida en el sistema de control de equilibrio del vehículo, es filtrada y amplificada para adaptarla a dicha unidad de control. De manera simplificada, y en condiciones ideales sin pendiente y para un peso de usuario medio, se ha obtenido un modelo del comportamiento del sistema control-vehículo, tal y como se refleja en el diagrama de bloques. Se ha modelado además el efecto que provoca la pendiente del terreno sobre la respuesta en velocidad del sistema. El vehículo cuenta con diversos sensores entre los cuales se encuentra un tacómetro que obtiene una señal proporcional a la velocidad de desplazamiento en las mismas unidades que la señal de mando, aunque por su naturaleza, tiene un comportamiento dinámicamente lento, el cual aparece modelado en el diagrama de bloques. Se desea estudiar el efecto de la ganancia K de un controlador proporcional. La perturbación P(s) sólo habrá de considerarse en el apartado 2.



Se pide:

1.- Obtener el valor de la ganancia K que logra que el sistema tenga un error en régimen permanente inferior al 25%. ¿Con qué velocidad seguiría el sistema, una vez alcanzado el régimen permanente, una referencia de la forma $V_{ref}(t)=2$? **(2 puntos)**

2.-¿Qué error cometerá el sistema ante una pendiente de 0,2 para el valor de ganancia calculado anteriormente? **(1 puntos)**

3.- Razonar mediante el uso del lugar de las raíces el efecto que tendrá la modificación del valor de K sobre el tiempo de establecimiento, la sobreoscilación, el régimen permanente y la estabilidad. ¿Cuál es el valor máximo admisible de K para que el sistema sea estable? NOTA: Para obtener el punto de dispersión calcular y obtener la ecuación correspondiente sin resolverla **(4 puntos)**

4.- Por la naturaleza del sistema, es necesario estudiar los posibles efectos resonantes del mismo ante perturbaciones externas. Dibujar el diagrama de Bode de la cadena abierta y calcular GRAFICAMENTE los valores más significativos para un valor de K=20. **(3 puntos)**

1.- $e_{rp} < 0{,}25$ $e_{rp} = \lim_{s\to 0} s\frac{X(s)}{K_H}\left(1 - K_H M(s)\right)$

$$M(s) = \frac{\dfrac{10K}{(s+10)(s^2+4s+5)}}{1 + K\dfrac{20}{s+20}\dfrac{10}{(s+10)(s^2+4s+5)}} = \frac{10K(s+20)}{(s+20)(s+10)(s^2+4s+5)}$$

$$e_{rp} = \lim_{s\to 0} s\frac{X(s)}{K_H}\left(1 - K_H M(s)\right) = \left(1 - \frac{200K}{1000+200K}\right)\lim_{s\to 0} sX(s) = \left(\frac{1000}{1000+200K}\right)\lim_{s\to 0} sX(s)$$

El error de posición se medirá para el escalón, y por tanto:

$$e_{rp} = 0{,}25 > \left(\frac{1000}{1000+200K}\right) \Rightarrow K > 15$$

Si el error de posición con $K_H = 1$ es de 0,25, significa que para una entrada de 2, se cometerá un error de 0,5, por lo que la salida en régimen permanente es 1,5

2.- $Error = Y_{deseado} - Y_{real} = 0 - Y_{real} = -\frac{Y(s)}{P(s)}P(s) = -\left(\frac{-5}{s+1}\frac{(s+20)(s+20)(s^2+4s+5)}{(s+20)(s+10)(s^2+4s+5)+200K}\right)$

Luego para un escalón de 0,2 el error que se comete a la salida es:

$$\lim_{s\to 0} s\left(-\frac{Y(s)}{P(s)}\frac{0{,}2}{s}\right) = -\frac{1}{4}$$

3.- LDR d. El polinomio característico es $P(s) = 1 + KG(s)H(s)$ es decir que los polos de la cadena abierta serán -10, -20 y -2±j, siendo la ganancia equivalente del lugar de las raíces 200K.

Luego hay cuatro ramas, las cuales terminan todas en infinito.

Las asíntotas: $\theta_a = \frac{180(2q+1)}{4} = 45, 135, -45\ y -135$

Centroide: $\sigma_a = \frac{-10-20-2+j-2-j)}{4} = -8.5$

Angulo de salida de los polos complejos:

$$\alpha_p = 0 - \alpha_{-2-j} - \alpha_{-10} - \alpha_{-20} + 180(2q+1) = -90 - atan\frac{1}{8} - atan\frac{1}{18} + 180 = 80$$

La K critica y el punto de corte con el eje imaginario lo obtenemos por Routh:

$P(s) = 1 + KG(s)H(s) = s^4 + 34s^3 + 325s^2 + 950s + 1000 + K_{LDR}$

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & 325 & 1000 + K_{ldr} \\ s^3 & 34 & 950 & \\ s^2 & m & 1000 + K_{ldr} & \\ s & n & & \\ s^0 & 1000 + K_{ldr} & & \end{array}$$

$m = 297.05$

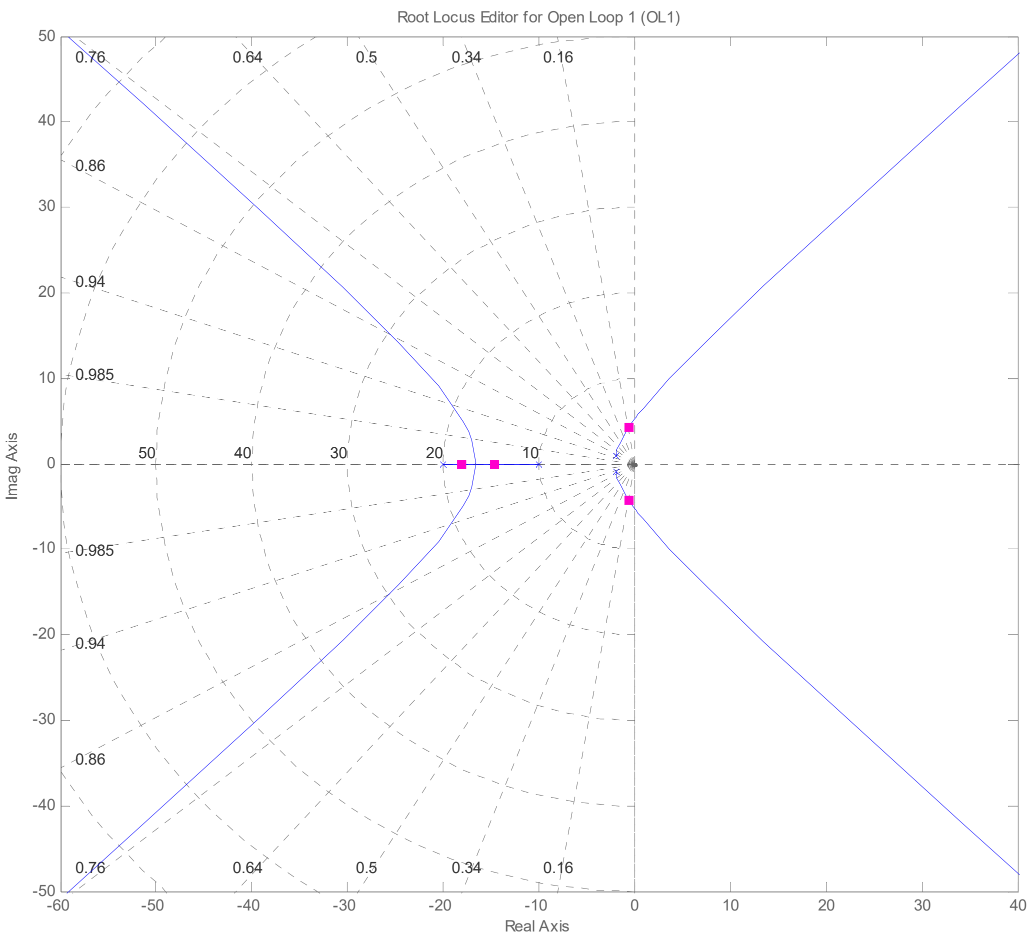
$n = \frac{297\cdot 950 - 34(1000+K_{ldr})}{297} = 0 \Rightarrow K_{ldr} = 7298$ y dado que $K_{ldr} = 200K$ la K crítica es $\frac{7298}{200} = 36$

Si hacemos uso del polinomio auxiliar, obtenemos el corte con el eje imaginario dado que toda la columna es positiva: $D(s) = 297s^2 + 8298 = 0 \Rightarrow s = \pm 5.28j$

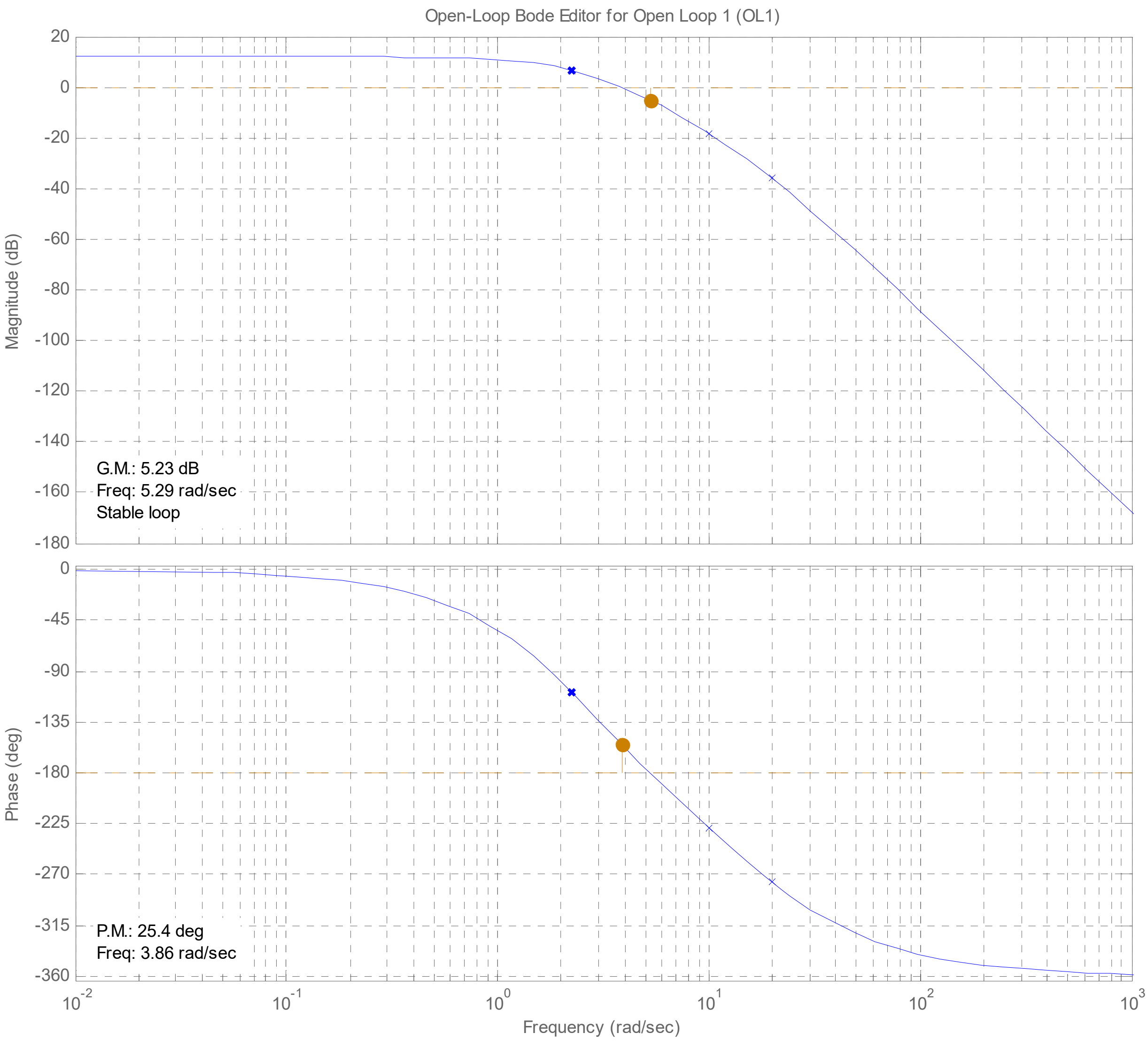
Finalmente, es posible calcular el punto de dispersión:

$$\frac{dK_{ldr}}{ds} = -\frac{d}{ds}(s^4 + 34s^3 + 325s^2 + 950s + 1000) = 0$$
$$(4s^3 + 102s^2 + 650s + 950) = 0 \Rightarrow s = -16.5 \ , \quad -6.86, \qquad -2.09$$

Por lo que finalmente pintamos el LDR, y se observa lo siguiente: el sistema a medida que incrementa la acción proporcional se va volviendo cada vez más lento y oscilatorio, pasándose a ser predominante el carácter subamortiguado impuesto por la pareja de polos complejos. Esta situación se va agudizando hasta volverse inestable a una ganancia de 36 y oscilando a una frecuencia de 5 radianes por segundo.



4.- El trazado del diagrama de bode es inmediato dado que se trata de un sistema sin ceros y sin nada extraño. La ganancia en baja frecuencia es de 12 dB (directamente obtenible de la ganancia estática de la cadena abierta), y la fase evoluciona desde 0 a 360º.
No hay resonancia dado que el coeficiente de amortiguamiento de la cadena abierta es de 0,8 que está por encima de 0,7. Obviamente la cadena cerrada si oscilará en la medida en que incrementamos la ganancia y reducimos como consecuencia el margen de fase. Como sabemos a 25 º de margen de fase el sistema en cadena cerrada si es oscilatorio, y oscilará en torno a la frecuencia natural del polo complejo.



Open-Loop Bode Editor for Open Loop 1 (OL1)
Magnitude (dB)
G.M.: 5.23 dB
Freq: 5.29 rad/sec
Stable loop
Phase (deg)
P.M.: 25.4 deg
Freq: 3.86 rad/sec
Frequency (rad/sec)

escuela técnica superior de ingeniería diseño industrial UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL Departamento Ingeniería Eléctrica, Electrónica, Automática y Física Aplicada	**APELLIDOS** **NOMBRE** Nº Mat. **ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA** **CURSO 3º** **GRUPO** **Enero 2016**	Calificación

Problema 3 **(2 puntos ev. final -25 minutos)**

Sea la dinámica del sistema:

$$\dot{y}(t) + x(t)y(t) + y(t) = x^2(t) + 2$$

1. Obtener el punto de equilibrio sabiendo que x_0=3.

$$y_0 = \frac{x_0^2 + 2}{1 + x_0} = 2.75$$

2. Calcular el modelo lineal incremental $\frac{\Delta y(s)}{\Delta x(s)}$ para el punto de reposo calculado en el anterior apartado.

$$\frac{\Delta y(s)}{\Delta x(s)} = \frac{13/4}{s+4}$$

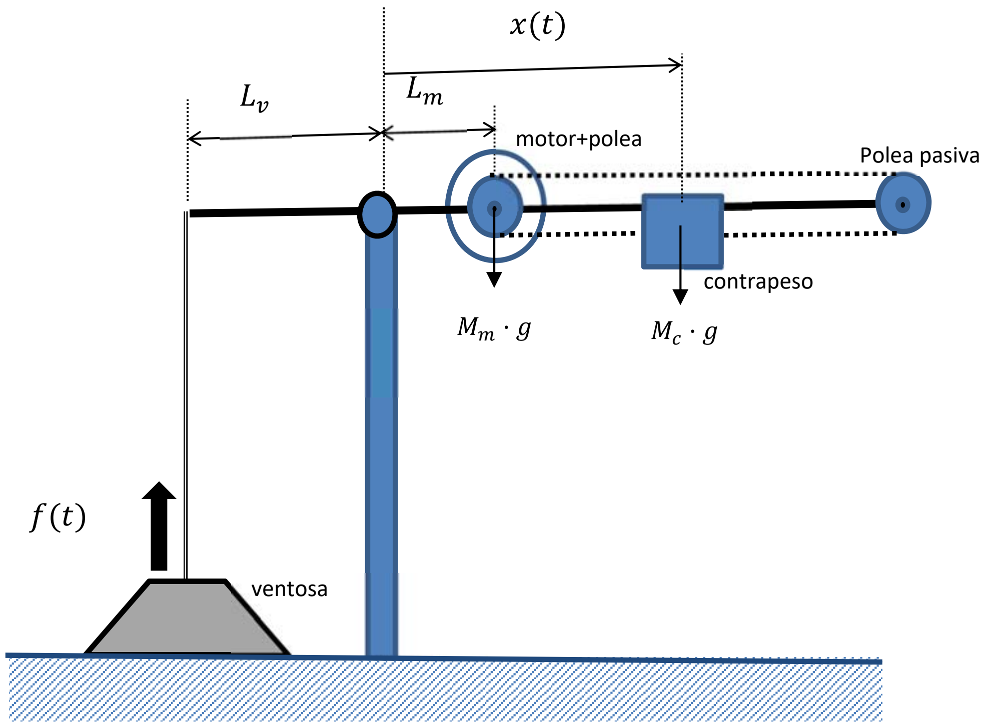
3. Si la entrada x(t) pasa bruscamente de 3 a 3.2, determinar la evolución temporal de la salida analíticamente y gráficamente utilizando el modelo lineal.

$$\Delta y(t) = 0.16(1 - e^{-4t})$$

4. Comparar la salida del régimen permanente entre el resultado del modelo lineal y del modelo no lineal.
   a. Lineal: $y(\infty) = 2.75 + 0.16 = 2.91$
   b. No lineal: $y(\infty) = \frac{3.2^2+2}{1+3.2} = 2.91$

5. Hacer lo mismo que en el apartado 3 y 4, si la entrada x(t) pasa bruscamente de 3 a 5. Comparar estos resultados con los del apartado 3 y 4. Obtener conclusiones.
   a. Lineal: $y(\infty) = 2.75 + 1.62 = 4.37$
   b. No lineal: $y(\infty) = \frac{5^2+2}{1+5} = 4.5$

Problema 4 **(2 puntos ev. final -30 minutos)**



Se ha diseñado un sistema de ensayos para ventosas accionado por un motor de corriente continua, de forma que es posible realizar perfiles de fuerza con un bajo consumo de energía. La idea es que un motor de corriente contínua, mediante una polea y una correa dentada, es capaz de mover una masa de contrapeso a lo largo del brazo de una palanca. En el otro extremo de la palanca se engancha un cordel que tira de la ventosa con una fuerza $f(t)$, que es lo que se quiere controlar.
La masa del contrapeso al deslizarse por la palanca roza, apareciendo una fuerza de rozamiento con un coeficiente B_c . La masa de las poleas y de las barras es despreciable, no así la del motor M_m y el contrapeso M_c. El radio de ambas poleas es R.

Se pide:
1.- Ecuaciones que rigen el comportamiento de un motor de continua controlado por inducido mediante una tensión de entrada $U_m(t)$. . Considérese L_m la inductancia del bobinado, R_m su resistencia, y la constante de par y de velocidad ambas iguales y con valor K_m. La inercia del motor y el rozamiento interno se considerarán despreciables.
2.- Ecuaciones algebro-diferenciales modelan el sistema, teniendo en cuenta que un par positivo del motor provoca una fuerza sobre el contrapeso en el mismo sentido que x.
3.- Obtener un punto genérico de trabajo determinado por la posición inicial de la masa del contrapeso x_0 y en el que el motor se encuentra parado. Obtener la expresión de f_0
4.- Linealizar las ecuaciones resultantes en torno a este punto de trabajo
5.- Obtener el diagrama de bloques del conjunto en el que explícitamente aparezcan reflejados de forma explícita las señales $U_m(s), f(s)\ y\ x(s)$.

1º- Las ecuaciones son directamente las vistas en teoría, eliminando los términos de inercia y rozamiento interno

$$U_m(t) = R_m i(t) + L\frac{d}{dt}i(t) + V_{fem}(t)$$

$$V_{fem}(t) = K_m \frac{d}{dt}\theta(t)$$
$$\tau_m(t) = K_m i(t) = \tau_{ext}(t)$$
Todo el par generado por el motor, al ser despreciable la inercia y rozamientos internos, se consume en el par ejercido sobre la polea para mover a través de la correa el contrapeso.

2º- Las ecuaciones serán
El equilibrio de pesos en la palanca (momentos):
$$f(t)L_v = M_m g L_m + M_c g X(t)$$
El efecto que la fuerza del motor tiene sobre el desplazamiento de la masa:
$$F_m(t) = M_c \ddot{x}(t) + B_c \dot{x}(t)$$
Las relaciones de trasmisión polea-correa:

$$\tau_{ext}(t) = F_m(t)R$$
$$\theta(t)R = x(t)$$
3º- Si el motor está parado, y dada la configuración, no ejerce ninguna fuerza por lo que:
$$\dot{x}_o = \ddot{x}_0 = F_{m_0} = \tau_{m_0} = i_0 = V_{fem_0} = 0$$

$$f_0 L_v = M_m g L_m + M_c g x_0 \Longrightarrow f_0 = \frac{M_m g L_m + M_c g x_0}{L_v}$$
4º- Todas las ecuaciones tienen relaciones lineales respecto de las variables, el modelo incremental hará desaparecer los términos independientes que serán asumidos por el punto de trabajo:

$$U_m(s) = R_m I(s) + LsI(s) + V_{fem}(s)$$
$$V_{fem}(s) = K_m s\theta(s)$$
$$\tau_m(s) = K_m I(s) = \tau_{ext}(s)$$
$$f(s)L_v = M_c g X(s)$$
$$F_m(s) = M_c s^2 X(s) + B_c X(s)$$
$$\tau_{ext}(s) = F_m(s)R$$
$$\theta(s)R = x(s)$$

5º- El diagrama de bloques no tiene complejidad dado que es bastante directo: