

Examen de Estadística. Junio de 2012

A) CUESTIONES

1. (1 punto) Defínase el concepto de Función de distribución empírica de la muestra,  $F_n^*(x) \forall x \in \mathbb{R}$  y calcúlese la esperanza y la varianza de  $F_n^*(x)$  a  $x$  fijo y variando la muestra.
2. (1 punto) Defínase el concepto de Estadístico Minimal Suficiente y enúnciese el Teorema de Caracterización de los estadísticos minimales suficientes. Póngase un ejemplo en el que se vea su aplicación.
3. (1 punto) Indíquense al menos dos inconvenientes que presentan los estimadores insesgados e ilústrese con algún ejemplo
4. (1 punto) Determinése un intervalo de confianza, con nivel de confianza  $1 - \alpha$ , para la media  $\mu$  de una población Normal de media  $\mu$  y varianza conocida  $\sigma^2$  a partir de una muestra aleatoria simple de tamaño  $n$ . Obtengase una región creíble de probabilidad  $1 - \alpha$  para  $\mu$  en la situación anterior y suponiendo que la distribución a priori sobre  $\mu$  es una normal de media cero y varianza 1.
5. (1 punto) Defínase el concepto de p-valor y póngase un ejemplo en el que se ilustre claramente su significado e importancia.

B) PROBLEMAS

1. Sea  $X$  una variable aleatoria con función de densidad

$$f_{\theta}(x) = \frac{1}{x \ln \theta}, \quad 1 < x < \theta.$$

Se considera una muestra aleatoria simple de tamaño  $n$ . Se pide:

- (a) (1.25) Estímese  $\theta$  por el método de máxima verosimilitud ¿Es minimal suficiente el estimador de máxima verosimilitud?
- (b) (1.25) Determinése el estimador centrado uniformemente de mínima varianza para  $g(\theta) = \ln \theta$

2. Sea  $X$  una variable con función de densidad

$$f_{\theta}(x) = \frac{2\theta^2}{x^3}, \quad 0 < \theta \leq x.$$

Se considera una muestra aleatoria simple de tamaño  $n$ ,

- (a) (1.25) Encuéntrese el test de tamaño  $\alpha$  que da el teorema de Neyman-Pearson para contrastar  $H_0 : \theta = \theta_0$  frente  $H_1 : \theta = \theta_1$  con  $\theta_0 < \theta_1$ .
- (b) (1.25) Pruébese que

$$T(X_1, \dots, X_n; \theta) = \frac{1}{\theta} \min(X_1, \dots, X_n)$$

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**