

EXAMEN DE ESTADISTICA. Junio de 2013

A) CUESTIONES

Elegir 5 entre las 6 cuestiones siguientes. 0.8 puntos cada una.

1. Sean $X \text{ Normal}(\mu_1, \sigma_1)$ e $Y \text{ Normal}(\mu_2, \sigma_2)$ v.a. independientes. Se considera una m.a.s. de la primera de tamaño n y una m.a.s. de la segunda de tamaño m . Obténgase razonadamente la distribución de

$$\frac{S_{n-1}^2/\sigma_1^2}{S_{m-1}^2/\sigma_2^2}$$

siendo S_{n-1}^2 y S_{m-1}^2 las correspondientes cuasivarianzas muestrales.

2. Para m.a.s. de tamaño n de una población con distribución $Uniforme(0, \theta)$, con $\theta > 0$ encuéntrase un estadístico suficiente para θ .
3. Si $\hat{\theta}(X)$ es un estimador de un parámetro positivo θ con error cuadrático medio $ECM_{\theta}(\hat{\theta}(X)) = \theta^2/\sqrt{n}$, ¿puede asegurarse que $\hat{\theta}(X)$ es consistente? ¿por qué?
4. Enúnciese, sin demostrarla, la Cota de Fréchet-Cramér-Rao y explíquese su significado.
5. Diferencia entre intervalo de grado de confianza $1 - \alpha$ e intervalo bayesiano (o creíble) de probabilidad $1 - \alpha$.
6. Para un test de hipótesis defínanse: la función de potencia, el error de tipo I y el error de tipo II.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

B) PROBLEMAS

1. Para m.a.s. de tamaño n de una población con función de densidad exponencial de parámetro θ dada por

$$f(x|\theta) = \theta e^{-\theta x} I_{(0,\infty)}(x), \quad \text{con } \theta > 0$$

$$(E[X] = 1/\theta \quad V[X] = 1/\theta^2)$$

se pide:

- (1 punto) Encuéntrese el estimador de máxima verosimilitud (EMV) para θ .
- (1 punto) ¿Es dicho estimador suficiente para θ ? ¿es minimal suficiente?
- (1 punto) Calcúlese la cota de Fréchet-Cramér-Rao para los estimadores centrados de $h(\theta) = \theta$ ¿Se puede afirmar, a través de la cota obtenida, que el EMV es el estimador centrado de uniformemente mínima varianza (ECUMV) para θ ?

2. Para m.a.s. de tamaño 20 de una población con distribución de *Poisson*(θ), dada por la función de masa

$$p(x|\theta) = e^{-\theta} \theta^x / (x!), \quad \text{con } x = 0, 1, 2, \dots \text{ y } \theta > 0.$$

se pide:

- (1 punto) La distribución asintótica del estimador de máxima verosimilitud de θ , mediante ella constrúyase un intervalo de grado de confianza $1 - \alpha$ para θ .
- (1 punto) Obténgase el test de la razón de verosimilitudes, de tamaño α , para contrastar $H_0 : \theta = 2$ frente a $H_1 : \theta = 3$.
- (1 punto) Si se supone que la distribución inicial (o prior) sobre θ es $\pi(\theta) = e^{-\theta} I_{(0,\infty)}(\theta)$ determínese el estimador bayesiano, media de la distribución final de θ .

The logo for Cartagena99 features the word "Cartagena99" in a stylized, blue, serif font. The "99" is significantly larger and more prominent than the word "Cartagena". The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70