

Lógica  
SEGUNDO CONTROL. VERSIÓN A  
Grado en Ingeniería en Informática

Fecha: 4 de diciembre de 2014      Tiempo: 75 min

---

*El examen está formado por seis problemas y se valorará sobre 55 puntos. La respuesta a cada uno de los problemas se valorará sobre el número de puntos indicado. Las respuestas sin justificación se considerarán como no contestadas.*

---

**Ejercicio 1:** (8 puntos) Usando el sistema de demostración de Gentzen de la lógica proposicional, demuestra la validez de la deducción:

$$\{\neg p \vee q, s \rightarrow \neg r \wedge t, s \vee \neg r\} \vdash p \rightarrow q \wedge \neg r.$$

**Ejercicio 2:** (7 puntos) Formaliza el siguiente razonamiento de la lógica de primer orden:

Un número real es racional sólo si es distinto de  $\sqrt{2}$ . Existen números irracionales tales que su cuadrado es racional. Por tanto: el producto de dos irracionales puede ser racional.

**Ejercicio 3:** (8 puntos) Sea  $F$  el conjunto de las fórmulas de la lógica de primer orden. Siendo  $A = \{\wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$  y  $P(A)$  el conjunto de las partes de  $A$ , define la función  $f : F \rightarrow P(A)$ , que asocia a toda  $\varphi \in F$  el conjunto de los conectivos binarios distintos de  $\vee$  que aparecen en  $\varphi$ .

**Ejercicio 4:** (10 puntos) Verifica si las siguientes fórmulas son equivalentes:

$$\varphi_1 = \forall x \exists y (P(x, y) \rightarrow S(y)), \quad \varphi_2 = \forall x \exists y (\neg P(x, y) \vee \neg S(y)).$$

**Ejercicio 5:** (12 puntos) Sea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  la matriz de adyacencias de un grafo

simple  $G = (V = \{1, 2, 3, 4\}, E)$ . Considera la interpretación  $\mathbb{I} = (D, I)$ , definida por:

$D = V$ ;  $P^I = \{x : \text{el grado de } x \text{ es mayor que } 1\}$ ;

$Q^I = \{(x, y) : \text{el grado de } x \text{ es mayor que el grado de } y\}$ ;

$f^I$  es la función  $f^I : D \rightarrow D$  definida por:  $f^I(1) = 3, f^I(2) = 2, f^I(3) = 1, f^I(4) = 2$ ;

$a^I = 2$ .

Escribe explícitamente los elementos de los conjuntos  $P^I$  y  $Q^I$  y evalúa las siguientes cuatro fórmulas bajo la interpretación dada:

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**