

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES	EXAMEN FINAL	24/06/2013
APELLIDOS	NOMBRE	DNI

**NO DE LA VUELTA A ESTA HOJA HASTA QUE SE LO INDIQUE EL PROFESOR  
MIENTRAS TANTO, LEA ATENTAMENTE LAS INSTRUCCIONES**

PARA LA REALIZACIÓN DE ESTE EXAMEN NO SE PERMITE EL USO DE LIBROS NI APUNTES  
NI LA UTILIZACIÓN DE CALCULADORAS PROGRAMABLES

Este examen consta de dos partes:

La primera parte consiste en un *test* de carácter eminentemente teórico. Su objetivo es hacer una evaluación general y homogénea sobre todos los conceptos explicados. Su valor sobre la nota total del examen es de **2.5 puntos** como máximo.

La segunda parte consta de ejercicios de carácter eminentemente práctico. Su objetivo es evaluar la capacidad del alumno para resolver problemas de análisis con un nivel de dificultad similar al de los problemas propuestos en la asignatura.

### **Primera parte (2.5 puntos, 20 minutos):**

- La prueba consta de 20 enunciados que deberá designar como **V** o **F** según considere que son verdaderos o falsos. La contestación ha de figurar **con letra clara** en la casilla que se encuentra a la **izquierda** de cada enunciado.
- Cualquier contestación que no sea V o F, o que no sea perfectamente legible será considerada nula. Si desea rectificar la contestación hágalo de forma clara y limpia.
- Las respuestas contestadas como correctamente se evaluarán como 1, las no contestadas o nulas como 0 y las contestadas incorrectamente como -0.5 (es decir, puntuarán negativo). No se evaluará ningún tipo de explicación, operación o demostración: únicamente la respuesta V o F.

### **Segunda parte (7.5 puntos, 1 hora y 40 minutos):**

- Las hojas de enunciado incluyen, espacio suficiente para la resolución del mismo. **No se deberán separar las hojas del enunciado ni las de operaciones**, que se encuentran al final.
- **Únicamente se entregarán estas hojas de enunciado.** Se recomienda al alumno que dosifique bien su tiempo, reservando una cantidad suficiente de tiempo para completar el enunciado.
- Esta segunda parte no es tipo test: **la solución no es simplemente el resultado correcto, sino también el razonamiento y el desarrollo que ha llevado a dicha solución.**

V o F

	El compresor de frecuencia de muestreo con factor de compresión $M$ , $x_d[n]=x[nM]$ es un sistema lineal e invariante con el tiempo
	Para reducir la complejidad del cálculo de la DFT, la FFT propone diezmar en frecuencia o interpolar en el tiempo.
	Una secuencia bilateral $h[n]$ con un polo en $z=1.5$ , solo será un sistema estable si tiene otro polo en $ z <1$ .
	El retardo de grupo se define sólo sobre señales de banda estrecha.
	En el diseño de filtros continuos mediante aproximación de Chebyshev tipo I, estos presentan respuestas en amplitud con oscilaciones de la misma amplitud en la banda de paso y sin oscilaciones en la de corte.
	La Forma Directa I y la Forma Directa II en el diseño de un filtro IIR requieren del mismo número de sumas/muestra y multiplicaciones/muestra.
	El sistema definido mediante la función de transferencia $H(z) = 1 - (0.9 - 0.9j)z^{-1}$ , es un sistema causal pero no estable.
	Según la propiedad de derivación de $X(z)$ , la ROC se mantiene igual.
	Los sistemas FIR sólo pueden tener polos no cancelados en $z=0$ o en infinito.
	La propiedad de desplazamiento en el tiempo de la DTFT establece que $x[n - n_o] \leftrightarrow e^{j\omega n_o} X(e^{j\omega})$
	En la transformación bilineal la posición de los ceros depende tanto de los ceros como de los polos.
	La DFS de la señal periódica $x'[n]$ se obtiene como $N$ muestras equiespaciadas, entre $0$ y $2\pi$ , de la DTFT de la señal de duración finita, $x[n]$ , obtenida extrayendo un periodo de $x'[n]$ .
	La FFT es una aproximación rápida a la transformada discreta de Fourier (DFT) que requiere menor coste computacional a costa de menor precisión en los cálculos.
	La DTFT sólo existe si la señal es absolutamente sumable.
	Una reducción del número de puntos en el enventanado a nivel temporal, va a suponer una menor anchura del lóbulo principal en frecuencia y un emborronamiento de la señal.
	La pulsación mínima a la que se puede muestrear la señal $x(t) = \left(\frac{\text{sen}(200\pi t)}{\pi t}\right)^2$ sin que se produzca aliasing es $400\pi$ rad/s.
	La FT de señales periódicas está compuesta por un tren de deltas espaciados en la pulsación fundamental y área igual a $2\pi$ por los coeficientes de la serie de Fourier.
	Sea $L$ la longitud de $x[n]$ , $P$ la longitud de $y[n]$ y $N$ la longitud de $x[n]*y[n]$ . La convolución circular coincide con la convolución lineal si $N \geq L+P-2$
	En el diseño de filtros por enventanado mediante la ventana de Kaiser, al reducir el parámetro $\beta$ se consigue reducir el ancho de banda de transición del filtro obtenido.
	Si $h[n]$ es la respuesta al impulso de un filtro paso alto ideal, $e^{j\pi n}h[n]$ es la respuesta al impulso de un filtro paso bajo ideal.

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES	EXAMEN FINAL	24/06/2013
APELLIDOS	NOMBRE	DNI

## Segunda Parte (1 hora y 40 minutos)

### Problema 1 (2.5 puntos)

El siguiente diagrama de flujo de señal está en condiciones de reposo inicial:

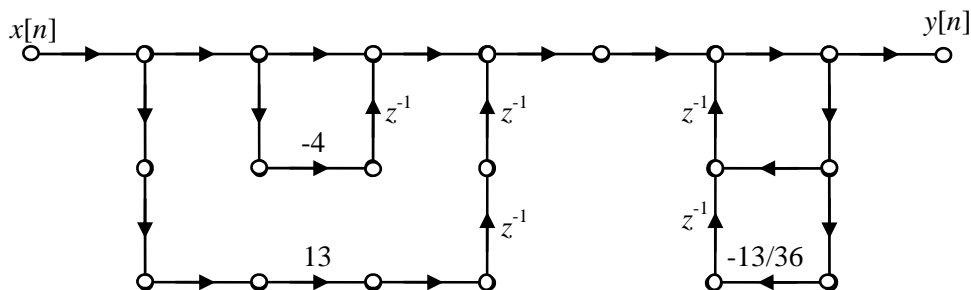


Figura 1. Diagrama de flujo.

- Encuentre la función de transferencia del sistema,  $H(z)$  (0.8 puntos).
- Sin calcular la respuesta al impulso completa, obtenga  $h[1]$ , el valor de la respuesta al impulso en el instante de tiempo  $n=1$ . (0.5 punto).
- Encuentre la ecuación en diferencias que relaciona la entrada y la salida (0.2 puntos).
- Dibuje el diagrama de polos y ceros indicando exactamente la posición de los polos y los ceros e indique si el sistema es estable (0.5 puntos).
- Dibuje un diagrama de flujo de señal en Forma Directa II compatible con dicha función de transferencia (0.5 puntos).



**FIN DEL PROBLEMA 1**

**Problema 2 (3 puntos)**

En este problema vamos a diseñar un analizador espectral para señales musicales con el siguiente esquema:

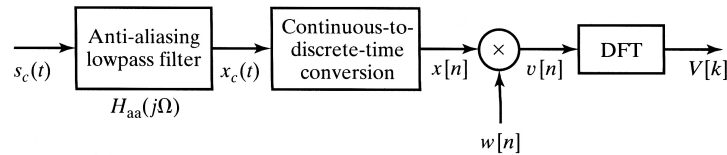


Figura 2: Esquema conceptual del analizador espectral a realizar.

El analizador espectral que vamos a realizar es para música con un ancho de banda de 20.000 Hz y queremos que nos muestre el margen de frecuencia entre 0 y 20000 Hz con una resolución espectral inferior o igual a 5 Hz y con un total de 8000 muestras entre 0 y 20000 Hz.

2.a) Según los requisitos de diseño anteriores, ¿cuál sería el mayor periodo de muestreo,  $T$ , que debería elegir para el módulo C/D? [0.25 puntos].

2.b) Represente la respuesta en frecuencia del filtro anti-aliasing ideal que emplearía indicando frecuencias y amplitudes. [0.25 puntos].

Para implementar el filtro anti-aliasing queremos evitar hacerlo como un filtro analógico por las dificultades que entraña la electrónica analógica. Además, pensamos que el procesador digital con el que vamos a hacer el enventanado y la DFT tiene potencia de sobra para hacer estas operaciones. Por todo ello, decidimos sustituir los dos primeros bloques de la Figura 2 por este otro esquema en el que el filtro se realiza ya en tiempo discreto (por tanto en el procesador digital que va a hacer también enventanado y DFT):

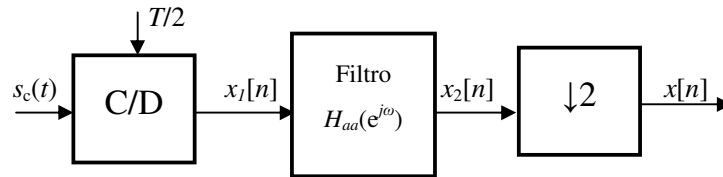


Figura 3: Sustitución de los dos primeros módulos de la Figura 2 para realizar el filtro anti-aliasing en tiempo discreto.

2.c) Considerando que la señal de entrada tiene el espectro indicado en la Figura 4, represente los espectros de las señales  $s_c(t)$ ,  $x_c(t)$  y  $x[n]$  de la Figura 2 suponiendo que el filtro anti-aliasing es el que ha obtenido en el apartado 2.b) y el periodo de muestreo el que ha obtenido en el apartado 2.a). Indique las frecuencias y amplitudes más relevantes. [0.5 puntos].

2.d) Considerando también que la señal de entrada tiene el espectro indicado en la Figura 4, represente los espectros de las señales  $s_c(t)$ ,  $x_1[n]$ ,  $x_2[n]$  y  $x[n]$  de la Figura 3. Ajuste la respuesta en frecuencia del filtro anti-aliasing,  $H_{aa}(e^{jω})$ , para que la señal  $x[n]$  coincida con la que obtuvo en el apartado anterior.  $T$  en la Figura 3 es el valor que obtuvo en el apartado 2.a). Dibuje la respuesta en frecuencia del filtro anti-aliasing empleado en este caso. [0.5 puntos].

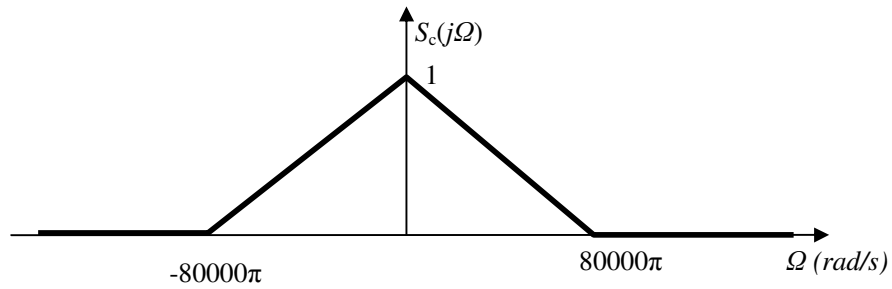


Figura 4: Señal de entrada a emplear en apartados 2.c y 2.d.

2.e) Razone sobre si los esquemas de la Figura 2 y de la Figura 3 son exactamente equivalentes en cuanto a su capacidad para evitar el aliasing en el C/D ante cualquier señal de entrada. [0.5 puntos].

2.f) Según los datos de diseño dados anteriormente, suponiendo que la resolución espectral viene limitada por el ancho del lóbulo principal de la ventana empleada y que empleamos una ventana de Hamming para controlar el goteo o *leakage*, determine la longitud mínima de la ventana a emplear para realizar el análisis espectral y el número de puntos de la DFT a emplear en dicho análisis. [0.5 puntos].

2.g) Según los datos del apartado anterior, una vez que disponga de la señal enventanada,  $v[n]$ , del mismo tamaño que la ventana, ¿debe hacer algo especial con ella antes de calcular la DFT? ¿el qué? [0.5 puntos].







**FIN DEL PROBLEMA 2**

**Cuestiones (2 puntos)**

a) (1 punto) Sea  $h[n]$ , la respuesta al impulso de un filtro FIR causal de duración  $D_1$ , es decir,

$$h[n] = 0 \begin{cases} \text{si } n < 0 \\ \text{si } n \geq D_1 \end{cases}$$

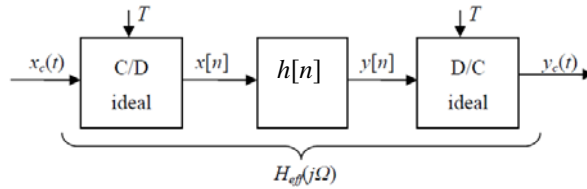
Sea  $x[n]$  una señal de duración finita  $D_2$  no nula para  $n_0 \leq n < (n_0 + D_2)$ . Determine cómo calcular  $x[n] * h[n]$  usando el mínimo número posible de DFTs en los siguientes casos:

1.  $n_0 = 0$
2.  $n_0 = -4$

- b) (1 punto) Un filtro en tiempo continuo con respuesta al impulso  $h_c(t)$  y módulo de la respuesta en frecuencia

$$|H_c(j\Omega)| = \begin{cases} |\Omega|, & |\Omega| < 10\pi \\ 0, & |\Omega| > 10\pi \end{cases}$$

Se va a utilizar como prototipo para el diseño de un filtro en tiempo discreto. El sistema en tiempo discreto resultante se va a utilizar en la configuración de la figura para filtrar la señal en tiempo continuo  $x_c(t)$ .



donde  $T=10^{-4}$ s. Suponga que se obtiene un sistema en tiempo discreto con respuesta al impulso  $h[n]$  a partir del sistema prototipo en tiempo continuo mediante transformación bilineal con  $T_d=2$ . Dibuje el módulo de la respuesta en frecuencia efectiva global,  $H_{eff}(j\Omega)$ , cuando este sistema en tiempo discreto se utiliza en la figura.

## TABLAS Y DATOS ADICIONALES

**TABLE 7.1** COMPARISON OF COMMONLY USED WINDOWS

Type of Window	Peak Side-Lobe Amplitude (Relative)	Approximate Width of Main Lobe	Peak Approximation Error, $20 \log_{10} \delta$ (dB)	Equivalent Kaiser Window, $\beta$	Transition Width of Equivalent Kaiser Window
Rectangular	-13	$4\pi/(M+1)$	-21	0	$1.81\pi/M$
Bartlett	-25	$8\pi/M$	-25	1.33	$2.37\pi/M$
Hanning	-31	$8\pi/M$	-44	3.86	$5.01\pi/M$
Hamming	-41	$8\pi/M$	-53	4.86	$6.27\pi/M$
Blackman	-57	$12\pi/M$	-74	7.04	$9.19\pi/M$



