• **Cuestión:** Hasta 1 punto. Incluya una **breve, pero clara, explicación** de la respuesta.

• **Problemas:** Hasta 3 puntos cada uno. No es suficiente con escribir ecuaciones; debe desarrollar las soluciones, justificar hipótesis y explicar en detalle los pasos. Cuide dimensiones, unidades y los órdenes de magnitud de sus resultados.

• **Material auxiliar: Solo una calculadora no programable.** Tiempo: 2 horas.

CUESTIÓN

• Sobre una superficie horizontal sin rozamiento, una masa sujeta a un muelle oscila con movimiento armónico simple con una amplitud de 4 cm. Cuando la masa se encuentra a 2 cm de la posición de equilibrio, ¿qué fracción de su energía total es energía potencial?

(a) 1/4.

(b) 1/3.

(c) 1/2.

PROBLEMAS. Si ha seguido la evaluación continua solo debe resolver dos de los problemas.

• 1.– Una piedra A se deja caer desde el punto más alto de un edificio de 40 m en el mismo instante en el que otra piedra B se lanza verticalmente hacia arriba desde el suelo. Sabiendo que, mientras la piedra A baja y la B sube, las dos piedras se cruzan sin colisionar, y que en ese momento la velocidad de la piedra A es tres veces la velocidad de la piedra B, calcule:

(a) La altura a la cual las dos piedras se cruzan.

(b) Los tiempos, medidos desde el momento en el que comienzan a moverse, que tardan las piedras A y B en llegar al suelo.

Sigue en la siguiente página ⟼

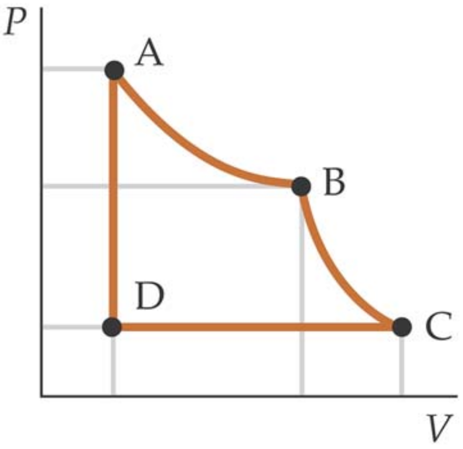
• 2.– El asteroide Ida, cuyo volumen es de 14100 km^3, tiene un pequeño satélite llamado Dactyl, el cual se encuentra girando en una órbita circular alrededor de Ida, a una distancia de 100 km del centro de Ida. Suponga que, tanto Ida como Dactyl tienen forma esférica y que el periodo de la órbita en la que gira Dactyl es de 27 horas.

(a) Calcule la masa del asteroide.

(b) Calcule la velocidad de escape del asteroide.

(Dato: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m^2/kg^2)

• 3.– Dos moles de un gas ideal monoatómico ($C_V = 3nR/2$) describen el ciclo ABCDA que se muestra en el diagrama PV de la figura adjunta. El segmento AB representa una expansión isotérmica y el segmento BC una expansión adiabática. En A la presión es de 5 atm y la temperatura de 600 K. El volumen en B es doble que en A. La presión en D es de 1 atm.



(a) Calcular la presión en B.

(b) Calcular la temperatura en C.

(c) Calcular el trabajo realizado por el gas en los procesos $B \rightarrow C$ y $C \rightarrow D$.

(Datos numéricos: $R = 8,314$ J/mol·K $= 0,082$ atm·L/mol·K; 1 atm·L $= 101,3$ J; $\gamma = 5/3$)

FUNDAMENTOS DE FÍSICA I $\qquad$ 1$^{\text{er}}$ curso Grado en Física
Prueba Presencial–Febrero 2019–1^a semana

CUESTIÓN

La solución correcta es la (a). La energía total es $E_T = K + U = kA^2/2$. Cuando la masa se encuentra en la posición correspondiente a la amplitud del movimiento, $x = A = 4$ cm, la energía es totalmente potencial, $E_T = U = kA^2/2$. Cuando se encuentra en la posición $x = A/2 = 2$ cm, la energía total es $E_T = K+U = K+\frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2 = K+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}kA^2\right) = K + \frac{1}{4}E_T$, de donde se deduce que, en ese punto, $K = 3E_T/4$ y por lo tanto $U = E_T/4$.

PROBLEMAS

Problema 1
(a) Suponemos que el origen de alturas está situado en el suelo. Expresamos las posiciones de las dos piedras, y_A, y_B, mediante la ecuación que describe un movimiento con aceleración constante

$$y_A = h - \frac{1}{2}gt^2$$
$$y_B = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

Las condiciones en el momento del cruce son $y_A = y_B$ (misma altura) y $v_A = -3v_B$ (el signo menos se debe a que las velocidades tienen direcciones distintas). Por otra parte, la velocidad de las piedras en función del tiempo es

$$v_A = -gt$$
$$v_B = v_0 - gt$$

por lo que, definiendo el tiempo en el que se produce el cruce como t_c, de las condiciones $y_A = y_B$ y $v_A = -3v_B$ obtenemos

$$h - \frac{1}{2}gt_c^2 = v_0 t_c - \frac{1}{2}gt_c^2 \Rightarrow h = v_0 t_c$$
$$-gt_c = -3\left(v_0 - gt_c\right) \Rightarrow v_0 = \frac{4}{3}gt_c$$

que es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, t_c y v_0.
Resolviendo el sistema llegamos a

$$t_c = \sqrt{\frac{3h}{4g}} \quad \text{y} \quad v_0 = \sqrt{\frac{4gh}{3}}$$

Finalmente, sustituyendo la expresión para t_c en la ecuación de y_A obtenemos la altura a la que se cruzan las dos piedras

$$y_A = h - \frac{1}{2}g\left(\frac{3h}{4g}\right) = \frac{5h}{8} = 25\text{m}$$

(b) Empleando la ecuación de la posición de la piedra A, obtenemos que el tiempo que tarda esa piedra en llegar al suelo es

$$0 = h - \frac{1}{2}gt_A^2 \Rightarrow t_A = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2,86\text{s}$$

Para calcular el tiempo que tarda la piedra B en llegar al suelo, obtenemos primero el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima, haciendo $v_B = 0$ en la ecuación para su velocidad, que es $t_m = v_0/g$. Por lo tanto, el tiempo que emplea la piedra B en regresar al suelo es dos veces este tiempo, es decir,

$$t_B = 2\frac{v_0}{g} = \frac{2}{g}\sqrt{\frac{4gh}{3}} = 4,67\text{s}$$

Problema 2

(a) Si M_I y M_D son las masas de Ida y Dactyl, respectivamente, R es el radio de la órbita de Dactyl y v la velocidad de Dactyl en su órbita alrededor de Ida, la segunda Ley de Newton nos da

$$F = ma \Rightarrow G\frac{M_I M_D}{R^2} = M_D\frac{v^2}{R} \Rightarrow v^2 = G\frac{M_I}{R}$$

Teniendo en cuenta que $v = 2\pi R/T$, donde T es el periodo de la órbita de Dactyl, tenemos que

$$\frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = G\frac{M_I}{R} \Rightarrow M_I = \frac{4\pi^2 R^3}{T^2 G}$$

Expresado en segundos, el periodo de la órbita de Dactyl es $T = 27 \times 3600 = 97200 = 9,72 \times 10^4$s, y como $R = 10^5$ m, entonces

$$M_I = 6,27 \times 10^{16}\,\text{kg}$$

(b) Aplicando la conservación de la energía, la velocidad de escape del asteroide cumple la ecuación

$$\frac{1}{2}v_e^2 = \frac{GM_I}{r_I}$$

donde r_I es el radio de Ida, que, como nos dan su volumen, V, vale

$$r_I = \left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{1/3} = \left(\frac{3 \times 14,1 \times 10^{12}}{4\pi}\right)^{1/3} = 1,50 \times 10^4\,\text{m}$$

po lo que

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_I}{r_I}} = 23,61\,\text{m/s}$$

Problema 3
(a)El proceso $A \to B$ es isotermo, por lo que $T_B = T_A = 600$ K. Para calcular la presión aplicamos la ley de los gases ideales, de forma que tenemos

$$P_B V_B = P_A V_A \;\Rightarrow\; P_B = P_A \frac{V_A}{V_B} = \frac{P_A}{2} = 2,5 \text{ atm}$$

(b) Aplicando la ley de los gases ideales tenemos

$$T_C = T_B \frac{P_C V_C}{P_B V_B}$$

donde conocemos T_B, P_B y $P_C = P_D = 1$ atm. Para calcular V_B usamos de nuevo la ley de los gases ideales

$$V_B = \frac{nRT_B}{P_B} = \frac{(2 \text{ mol})\,(0,082 \text{ atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K})\,(600 \text{ K})}{(2,5 \text{ atm})} = 39,36 \text{ L}$$

y a partir de este dato, teniendo en cuenta que el proceso $B \to C$ es adiabático, podemos calcular V_C

$$V_C = V_B \left(\frac{P_B}{P_C}\right)^{1/\gamma}$$

donde $\gamma = C_P/C_V = (C_V + nR)/C_V = 5/3$, por lo que

$$V_C = 68,26 \text{ L}$$

de manera que

$$T_C = 416 \text{ K}$$

(c) El trabajo realizado en el proceso $B \to C$ (adiabático) *por* el gas es

$$W_{BC} = -C_V \Delta T = -\frac{3}{2} nR\,(T_C - T_B) = 4,59 \text{ kJ}$$

mientras que en el proceso $C \to D$ (presión constante) el trabajo realizado *por* el gas es

$$W_{CD} = P_C\,(V_D - V_C) = P_C \left(\frac{V_B}{2} - V_C\right) = -48,56 \text{ atm} \cdot \text{L}$$
$$= -48,56\ \times 101,3 \text{ J}\ = -4,92 \text{ kJ}$$