



Problema 1

Nombre:

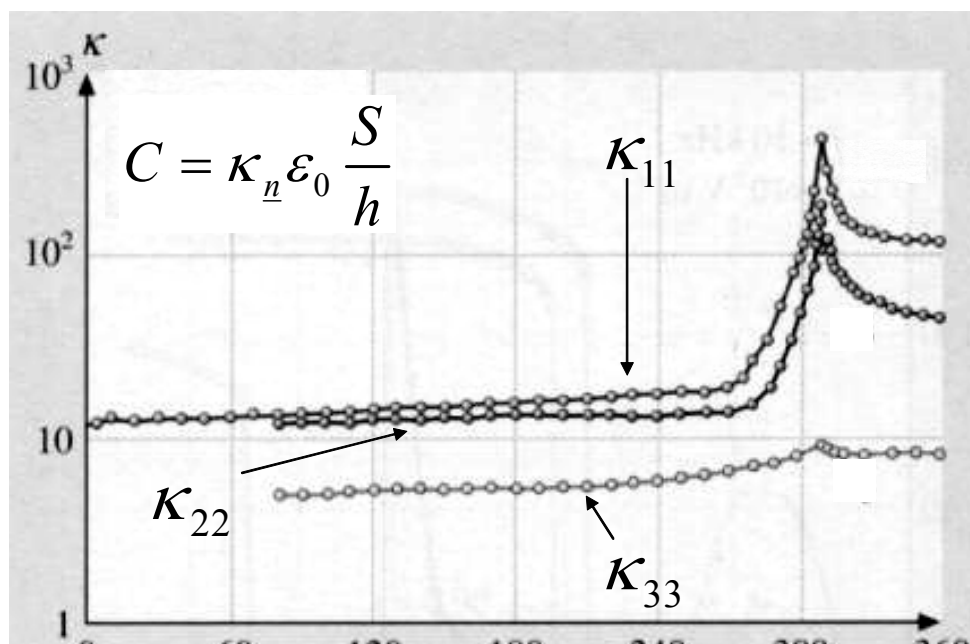
Número de matrícula:

Un material cerámico se usa como dieléctrico en un condensador de alta capacidad. El dieléctrico es una lámina de dimensiones $L \times L \times h$ situada entre las placas del condensador, con $L = 5 \times 10^{-3}$ m, $h = 5 \times 10^{-4}$ m). Esta cerámica se sintetiza en el laboratorio en forma de monocristales como el de la figura, que tiene todos los elementos de simetría del material y puede usarse para determinar la clase. Las componentes de la constante dieléctrica relativa κ_{ij} (prop. de segundo orden, simétrica) se conocen en función de la temperatura (ver figura; en esta figura, los índices de κ se corresponden con los ejes cartesianos convencionales). El condensador opera a 300 K.

La lámina de dieléctrico está cortada del monocristal de manera que un vector unitario normal a las caras cuadradas de la lámina forma un ángulo $\theta_1 = 48$ grados con el eje convencional 1, y un ángulo $\theta_2 = 55$ grados con el eje convencional 2. Determina:

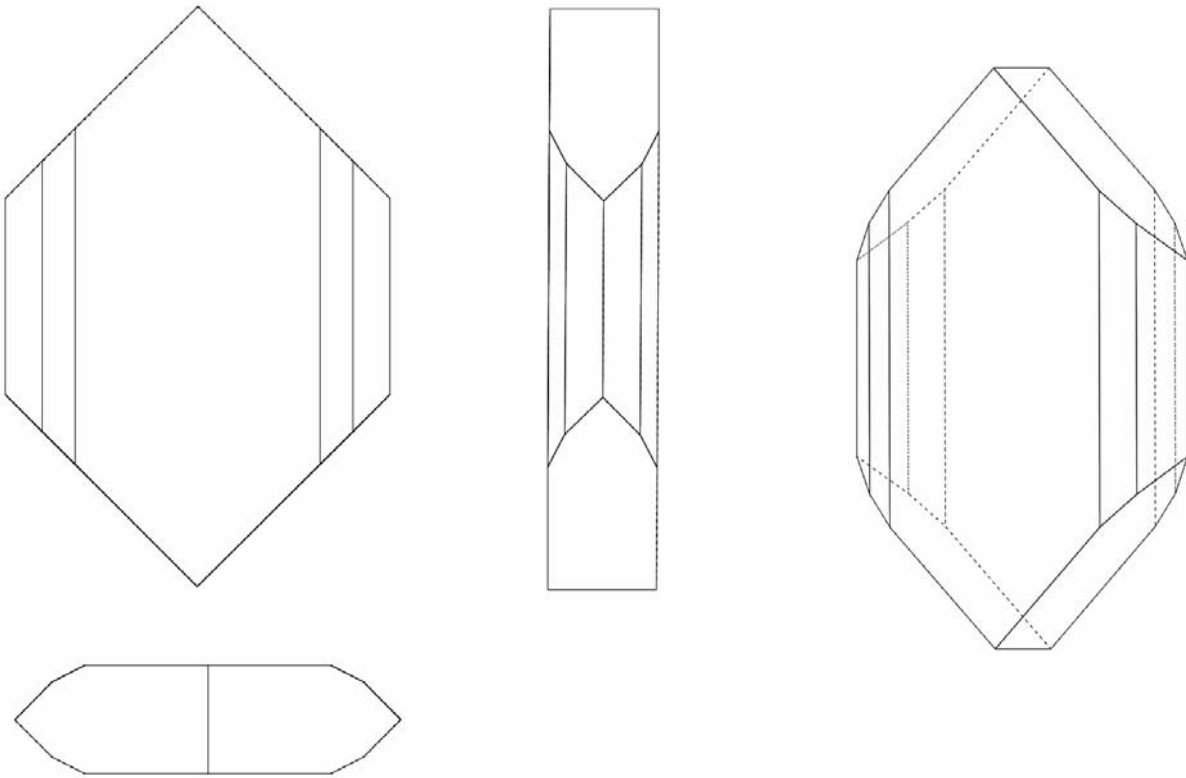
1. a qué clase pertenece el dieléctrico.
2. los valores de las componentes κ_{ij} a la temperatura de operación.
3. la capacidad del condensador, según la fórmula indicada. La constante dieléctrica relativa que es necesario usar para calcular C es la que corresponde a la dirección del vector unitario normal \underline{n} .

(3 puntos, 40 minutos)



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Sol.: para calcular la capacidad del condensador sólo se necesita calcular el valor de la constante dieléctrica relativa κ en la dirección indicada. El material es ortorrómbico, de la clase *mmm*. La estructura de la constante dieléctrica es por tanto:

$$str(\underline{\underline{\kappa}}) = \begin{bmatrix} \bullet & \cdot & \cdot \\ \cdot & \bullet & \cdot \\ \cdot & \cdot & \bullet \end{bmatrix}$$

Los valores de sus componentes se leen de la gráfica: y se aplica (ver 02_01_02):

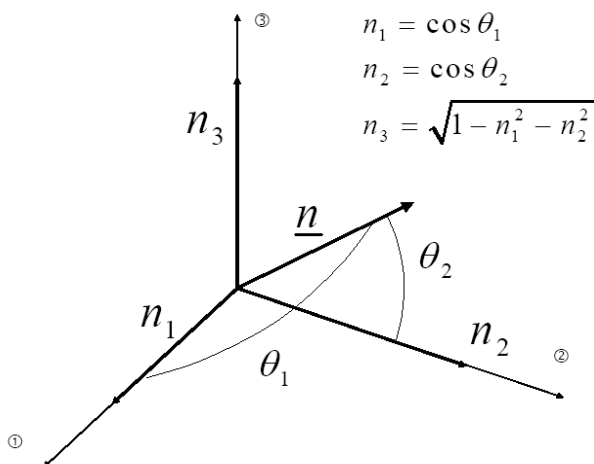
$$\kappa_{11} = 117 \quad \kappa_{22} = 55.5 \quad \kappa_{33} = 8.5$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$\underline{\kappa}_n = n_i n_j \underline{\kappa}_{ij}$$



$$\begin{aligned} n_1 &= \cos \theta_1 \\ n_2 &= \cos \theta_2 \\ n_3 &= \sqrt{1 - n_1^2 - n_2^2} \end{aligned}$$

$$n_1 = \cos\left(\frac{\theta_1 \cdot \pi}{180}\right)$$

$$n_2 = \cos\left(\frac{\theta_2 \cdot \pi}{180}\right)$$

$$n_3 = \sqrt{1 - n_1^2 - n_2^2}$$

$$n_1 = 0.669$$

$$n_2 = 0.574$$

$$n_3 = 0.473$$

$$\kappa_n = \kappa_{11} \cdot n_1^2 + \kappa_{22} \cdot n_2^2 + \kappa_{33} \cdot n_3^2 \quad \kappa_n = 72.54$$

La capacidad del condensador es:

$$C = \kappa_n \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{L^2}{h} \quad C = 3.21 \times 10^{-11} \quad \mathbf{F}$$



Problema 2

Nombre:

Número de matrícula:

Los residuos urbanos (U) se pueden considerar globalmente como un material compuesto de materia orgánica biológica (O), materia inorgánica/metales (M), y plásticos (P). Si la concentración de componentes orgánicos M y P es excesiva (tal y como se especifica en (*) más abajo), existe riesgo de autocombustión en el vertedero. Experimentalmente se ha comprobado que la autocombustión de un compuesto de composición (x_M, x_O, x_P) tiene lugar si se cumple la condición:

$$A \cdot x_O + B \cdot x_P > C \quad (*)$$

donde x_O es la fracción másica de O, y x_P es la fracción másica de P, y las constantes A, B y C son:

$$A = 0.77, \quad B = 0.65 \quad \text{y} \quad C = 0.501$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

anterior, es decir, la composición de lo que queda de U después de haber reducido su contenido de P.

Este problema puede hacerse analíticamente o con ayuda del diagrama triangular que se adjunta.

(3 puntos, 40 minutos)



Sol.: usamos como base de cálculo 1 kg de U, cuya composición es:

$$x_{UO} = 1 - x_{UM} - x_{UP}$$

$$x_{UM} = 0.2$$

$$x_{UP} = 0.51$$

$$x_{UO} = 0.29$$

puesto que $A \cdot x_{UO} + B \cdot x_{UP} = 0.555$ **y** $C = 0.501$

la composición de U dada excede el límite de autocombustión, por tanto será necesario realizar la operación de separación.

Método 1: la cantidad mínima de P que hay que separar se puede obtener resolviendo dos ecuaciones que expresan a) que el producto resultante (V) de la separación está exactamente en el límite de autocombustión, y b) que U es una mezcla de P puro y del producto V resultante de la separación:



La condición a), expresando x_{VO} como $1 - x_{VM} - x_{VP}$, implica:

$$A \cdot (1 - x_{VM} - x_{VP}) + B \cdot x_{VP} = C \quad (\text{V está exactamente en el límite de autocombustión})$$

La condición b) implica:

$$\frac{x_{VM} - x_{UM}}{1 - x_{UM}} = \frac{x_{VP} - x_{UP}}{1 - x_{UP}}$$

(U es una mezcla de P puro y del producto V resultante de la

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

De estas dos ecuaciones lineales en xV_M y xV_P , y en las que A, B, C, xU_M , xU_P son datos del problema, se obtiene la composición xV_M , xV_P (fracciones másicas) de V, y por diferencia a 1, se obtiene xV_O :

$$xV_M = 0.314 \quad xV_P = 0.231 \quad xV_O = 1 - xV_M - xV_P \quad xV_O = 0.455$$

La cantidad de P que es necesario separar por cada kg de U se obtiene, por ejemplo, de un balance (conservación) de P: la cantidad de P que hay en U tiene que ser igual a la cantidad de P que hay en V, más la cantidad de P que se ha separado. Es decir:

$$V \cdot xV_P + (1 - V)1 = 1 \cdot xU_P \quad \Rightarrow \quad V = \frac{xU_P - 1}{xV_P - 1} \quad P = 1 - V$$

$$V = 0.637 \text{ kg de V / kg de U} \quad P = 0.363 \text{ kg de P / kg de U}$$

▣ _____

▣ _____

▣ _____

▣ _____

Método 2: (solución gráfica) el límite de autocombustión del compuesto (la especificación del problema, es decir, la Ec. 1 con el signo igual en vez ">") es una línea recta en el diagrama triangular. Para representarla basta con dibujar dos puntos de la misma dando valores a xU_M y xU_P y uniendo los dos puntos (línea azul en el diagrama triangular).

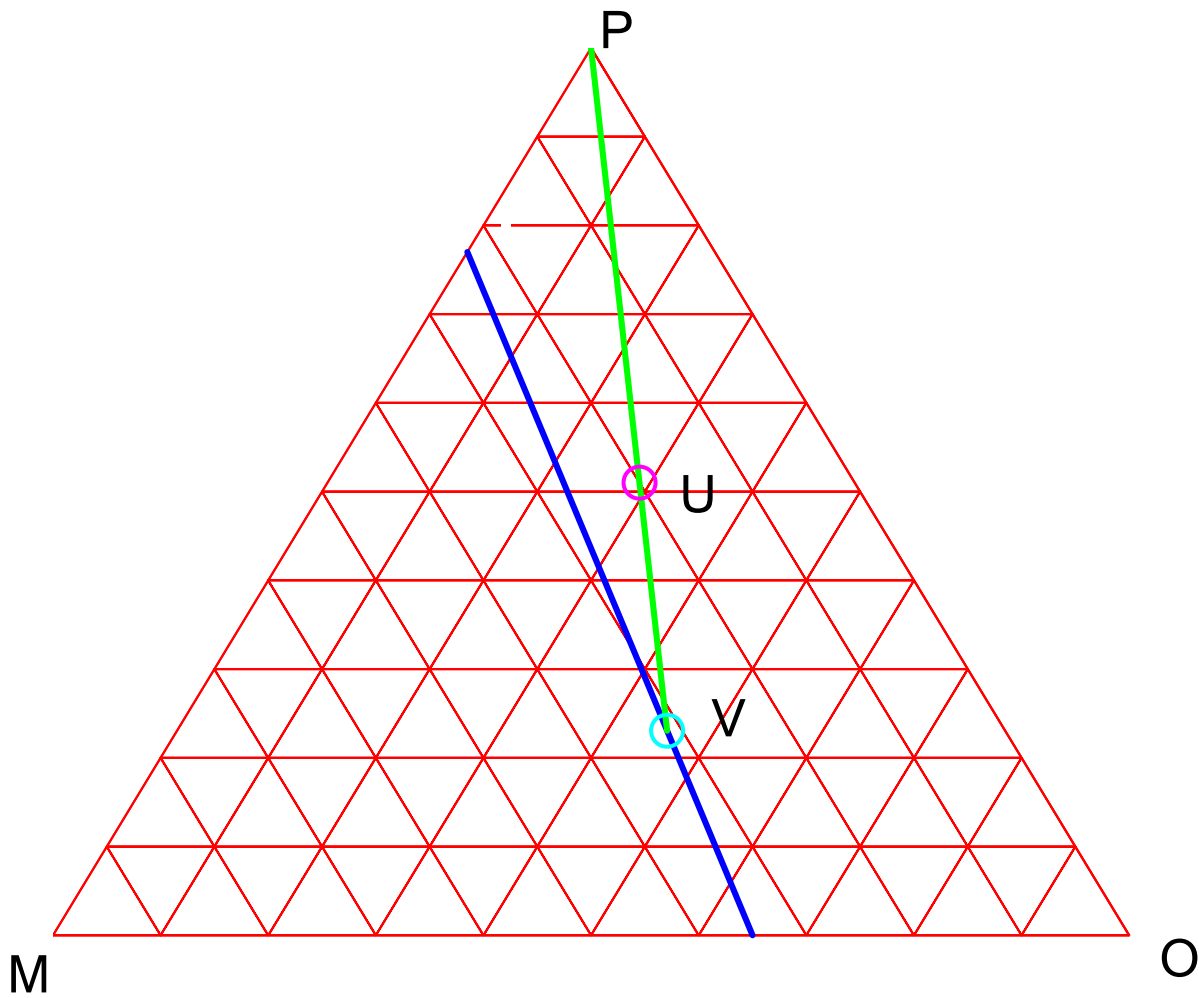
Como V debe obtenerse separando P de U, para obtener el punto representativo de V se prolonga la recta que une P con U (línea verde en el diagrama triangular) hasta que corte con la línea de la especificación. La composición de V se lee directamente del diagrama.

La cantidad de P que se separa por cada kg de U se calcula con ayuda de la regla de la palanca (relación entre las longitudes de los segmentos UV y PV), y se obtienen los mismos resultados.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70