

**Nombre:****Número de matrícula:**

- sólo una respuesta es correcta
- las respuestas incorrectas no restan puntos
- usar por favor bolígrafo, pluma o rotulador
- usar estas mismas hojas para hacer los cálculos
- 60 min, 0.5 puntos cada problema

Las soluciones aparecerán en AulaWeb dentro de los dos días hábiles siguientes a la finalización de la prueba.



1. La temperatura de transición vítrea  $T_g$  de un homopolímero de poliestireno (1) es  $T_{g1} = 128$  °C y la de un homopolímero de polibutadieno (2)  $T_{g2} = 20$  °C. Aplicando la ecuación de Fox que se indica más abajo, calcula la  $T_{g,c}$  de un copolímero al azar de estireno y butadieno cuya fracción molar de estireno es del  $x_{molar} = 0.802$ .

Ecuación de Fox:

$$\frac{1}{T_{g,c}} = \frac{X_1}{T_{g,1}} + \frac{X_2}{T_{g,2}}$$

donde  $X_1$  y  $X_2$  son las fracciones en peso de estireno y butadieno en el copolímero y  $T$  la temperatura absoluta.



**Sol.:**

$$Mw_1 = 8 \cdot 12 + 8 \cdot 1 \quad Mw_1 = 104 \quad \text{kg/kmol de 1}$$

$$Mw_2 = 4 \cdot 12 + 6 \cdot 1 \quad Mw_2 = 54 \quad \text{kg/kmol de 2}$$

La composición del copolímero en fracciones molares corresponde a la siguiente composición en fracciones másicas:

$$X_1 = \frac{x_{molar} \cdot Mw_1}{x_{molar} \cdot Mw_1 + (1 - x_{molar}) \cdot Mw_2} \quad X_2 = 1 - X_1$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- 456 K
- 317 K
- 374 K
- 327 K
- 385 K
- ninguna de las anteriores; la respuesta correcta es:



Cartagena99

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

2. Se desea construir un cilindro de  $L = 0.675$  m de longitud y diámetro  $D = 0.074$  m de un material compuesto formado por una matriz (M) de resina epoxi reforzada con fibra de carbono (F). Se dispone de una única fibra que se corta en segmentos iguales para su utilización. Esta fibra de refuerzo posee un módulo de Young de  $E_f = 527$  GPa, un diámetro de  $D_f = 4.05 \times 10^{-3}$  m y una longitud  $L_f = 4.05$  m.

Suponiendo una adhesión perfecta entre la matriz y las fibras y despreciando la contribución de la matriz, calcula el valor máximo del módulo de Young, a tracción en la dirección del eje del cilindro, del material compuesto que se puede fabricar a partir de M y F.



**Sol.:** la fibra se corta en 6 segmentos iguales, de longitud igual a la del cilindro. La fracción volumétrica de fibra está dada por la relación entre el área transversal de las seis fibras y el área transversal del cilindro. El módulo pedido corresponde a isodeformación, por tanto, el módulo del compuesto es:

$$\frac{6 \pi \frac{D_f^2}{4}}{\pi \frac{D^2}{4}} \cdot E_f = 9.5 \text{ GPa}$$



- 1.88 GPa
- 182 GPa
- 9.5 GPa
- 53.9 GPa
- 134.3 GPa
- ninguna de las anteriores; la respuesta correcta es:



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

3. La resistividad eléctrica de un semiconductor intrínseco a temperatura ambiente ( $T = 298$  K) es  $\rho = 2.250 \times 10^3 \Omega \cdot m$  y su ancho de banda prohibida ("gap") es  $E_g = 0.67$  eV. Determinar a qué temperatura la conductividad eléctrica de este semiconductor será  $n = 1000$  veces mayor que a temperatura ambiente.



Sol.: la dependencia de la conductividad de un semiconductor intrínseco con la temperatura está dada por

$$\sigma_T = \sigma_0 \exp(-E_g / 2kT)$$

Escribiendo esta relación para  $T = 298$  K y para una  $T$  genérica y dividiendo las dos expresiones, se obtiene (incluyendo el factor de conversión de unidades de  $E_g$ ):

$$\frac{T}{298} = \left( \frac{1}{298} - \frac{2k \cdot \ln(n)}{E_g \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}} \right)^{-1} \quad T = 633 \quad K$$



- 928 K
- 714 K
- 1014 K
- 633 K
- 772 K
- ninguna de las anteriores; la respuesta correcta es:



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

4. Calcula la densidad ( $\text{kg/m}^3$ ) de un material cerámico  $\text{BAO}_3$  (estructura de la perovskita, B es un metal divalente y A es un metal tetravalente de transición), sabiendo que el metal de transición está en contacto con los aniones con los que está coordinado, que los radios iónicos son  $r_B = 1.44 \times 10^{-10}$  m,  $r_A = 6.4 \times 10^{-11}$  m y  $r_O = 0.132 \times 10^{-9}$  m, y que las masas atómicas son  $Mw_A = 178.49$  y  $Mw_B = 87.62$  :

- 5647  $\text{kg/m}^3$
- 6469  $\text{kg/m}^3$
- 6122  $\text{kg/m}^3$
- 8658  $\text{kg/m}^3$
- 5958  $\text{kg/m}^3$
- ninguna de los anteriores, la respuesta correcta es:



**Sol: el  $\text{A}^{+4}$  está en coordinación octaédrica con el  $\text{O}^{2-}$ , luego la arista de la celda cúbica se calcula como :**

$$a = 2(r_A + r_O)$$

$$a = 3.92 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$V_{\text{celda}} = a^3$$

En la celda cúbica de lado  $a$  hay  $8/8=1$  ión B, 1 ión A y  $6/2=3$  iones O, de acuerdo con la fórmula estequiométrica, luego la densidad es:

$$\rho = \frac{(1 \cdot Mw_A + 3 \cdot 16 + 1 \cdot Mw_B) \cdot 1.6603 \cdot 10^{-27}}{V_{\text{celda}}} \quad \rho = 8658 \text{ kg/m}^3$$



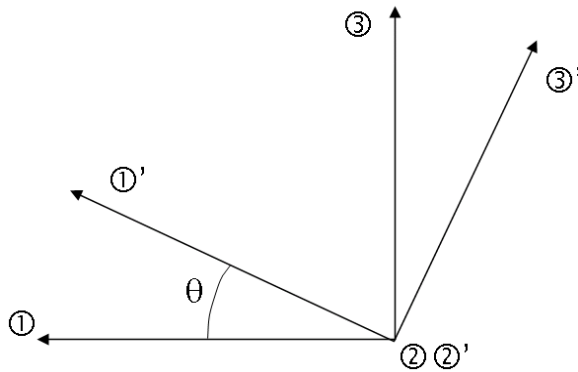
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



5. Para un determinado material compuesto se miden los coeficientes de dilatación térmica, referidos a un sistema de coordenadas que está rotado con respecto a los ejes cartesianos convencionales un ángulo  $\theta = 69$  grados alrededor del eje 2, tal y como se muestra en el esquema.



El tensor de coeficientes de dilatación o expansión térmica medido en los ejes 1', 2', 3' es:

$$\alpha' = \begin{pmatrix} 0.34 & 0 & -0.157 \\ 0 & 0.25 & 0 \\ -0.157 & 0 & 0.69 \end{pmatrix}$$

Especificar a cuál de los siguientes tipos de material puede corresponder (redondear los resultados numéricos a dos cifras decimales):

- Un monocristal ortorrómbico.
- Un material de simetría tetragonal.
- Un material refractario isótropo.
- Un material monoclinico.
- Un material cerámico totalmente amorfo.
- ninguna de las respuestas anteriores, la respuesta correcta es:



**Sol.: La matriz de transformación del sistema convencional ("viejo") al sistema utilizado ("nuevo") es:**

$$\begin{pmatrix} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{180}\right) & 0 & \sin\left(\theta - \frac{\pi}{180}\right) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\left(\theta - \frac{\pi}{180}\right) & 0 & \cos\left(\theta - \frac{\pi}{180}\right) \end{pmatrix} \quad (0.358 \quad 0 \quad 0.934)$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

$$\alpha_{ij} = l_{ki} l_{kj} \alpha'_{kl} \quad \alpha = L^T \cdot \alpha' \cdot L$$

$$ii = 1..3$$

$$jj = 1..3$$

$$\alpha_{ii,jj} = \text{if}(\alpha_{ii,jj} < 10^{-15}, 0, \alpha_{ii,jj})$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0.75 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0.28 \end{pmatrix}$$

Para propiedades de segundo orden simétricas, esta estructura corresponde al sistema ortorrómbico.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



6. Un material ferroeléctrico del sistema trigonal presenta, entre otros, los siguientes valores de los módulos piezoeléctricos:  $d_{113} = 0.17$  ,  $d_{211} = -0.68$  ,  $d_{311} = 0.55$  y  $d_{333} = 0.28$  pC/N. ¿Cuánto valdrá el módulo  $d_{112}$ ?

- -0.27 pC/N
- 0.25 pC/N
- -0.34 pC/N
- -0.68 pC/N
- -0.39 pC/N
- ninguna de las anteriores, la respuesta correcta es:



**Sol: las clases ferroeléctricas (piezo y piroeléctricas) del sistema trigonal son la 3 y la 3m. Para ambas se cumple:**

$$d_{16} = 2d_{112} = -2d_{22} = 2d_{21}$$

por tanto:

$$d_{112} = d_{211}$$

$$d_{112} = -0.68$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70





7. Una fibra óptica transmite una señal luminosa de una fuente a un sensor remoto. La señal tiene una intensidad inicial de  $I_0 = 1 \times 10^{-7}$  W, y la fibra reduce la intensidad de la señal con una atenuación óptica de  $At = 1.23$  dB/km. El sensor óptico remoto es sensible a intensidades luminosas iguales o superiores a  $I = 1 \times 10^{-15}$  W. ¿Cuál es la máxima distancia a la que puede colocarse el sensor de la fuente para que la señal sea detectable por el sensor?

- 18.2 km
- 35.6 km
- 7.6 km
- 13.3 km
- 65.0 km
- ninguna de las anteriores, la respuesta correcta es:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

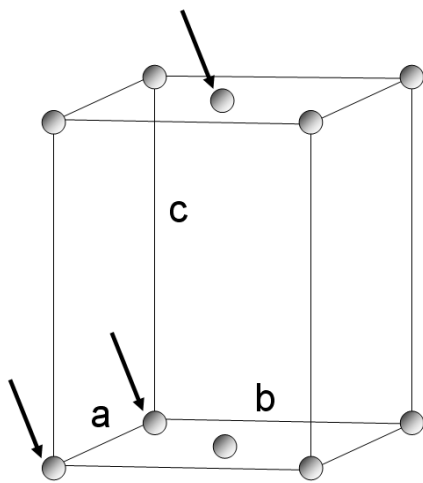


Sol.: aplicando directamente la definición de atenuación óptica:

$$\frac{-1}{At} \cdot 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 65 \quad \text{km}$$



8. Determina los índices de Miller del plano que contiene los átomos marcados por flechas en la celda ortorrómbica de la figura



- (2 1 1)
- (0 2  $\bar{1}$ )
- (3 0 1)
- (2  $\bar{1}$  1)
- (1 3 1)
- ninguna de las anteriores, la respuesta correcta es:



Sol.: las intersecciones con los ejes cristalográficos son en el infinito, en 1 y en 2. Por tanto los

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

**Problema 1****Nombre:****Número de matrícula:**

Un material cerámico utilizado como sensor de oxígeno es una solución sólida de óxido de ytrio ( $Y_2O_3$ ) en óxido de torio ( $ThO_2$ ). La estructura cristalográfica del  $ThO_2$  puro es del tipo de la fluorita. En las soluciones sólidas  $ThO_2-Y_2O_3$  se mantienen i) el número de posiciones catiónicas y ii) el tamaño de la celda, en los mismos valores que en la estructura del  $ThO_2$  puro.

La solución sólida se forma por sustitución del  $x = 12.3$  % de los iones  $Th^{+4}$  por iones  $Y^{+3}$ , sin dejar vacantes en las posiciones catiónicas y manteniendo la neutralidad eléctrica del cristal.

Usando los siguientes datos (con los decimales indicados):

- radios iónicos:  $r_{Th} = 0.105 \cdot 10^{-9} m$ ,  $r_{O} = 0.138 \cdot 10^{-9} m$ ,  $r_Y = 0.102 \cdot 10^{-9} m$ ,

- masas atómicas :  $Mw_{Th} = 232.04$ ,  $Mw_O = 16$ ,  $Mw_Y = 88.91$  ,g/mol

y considerando todos los iones como esféricos, calcular :

- la densidad cristalográfica de la solución sólida en  $kg/m^3$
- la composición porcentual molar (es decir % molar de  $ThO_2$  y % molar de  $Y_2O_3$ ) de la solución sólida,

**(3 puntos, 45 minutos)**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue, abstract background that resembles a stylized map or a splash of paint. Below the text, there is a horizontal orange bar with a slight gradient and a drop shadow effect.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



**Solución:** de acuerdo con el enunciado y al tratarse de una estructura tipo fluorita los iones  $O^{-2}$  forman una estructura cúbica simple de lado  $a/2$ , con los cationes situados en la mitad de los huecos cúbicos, tanto en el  $ThO_2$  puro como en las soluciones. Las posiciones catiónicas se mantienen siempre ocupadas, luego en la solución sólida, para mantener la neutralidad eléctrica del cristal, aparecerán vacantes aniónicas.

La arista de la celda unitaria, tanto en el  $ThO_2$  puro como en las soluciones sólidas (ver enunciado) es:

$$a = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot (r_O + r_{Th}) \quad a = 5.612 \times 10^{-10} \text{ m}$$

Tomando como base de cálculo, p.ej. 100 iones  $Th^{+4}$ , el enunciado indica que en la solución sólida de cada 100 iones  $Th^{+4}$  originales,  $x = 12.3$  iones  $Th^{+4}$  son sustituidos: de esta forma quedan  $100 - x = 87.7$  iones  $Th^{+4}$ ,  $x = 12.3$  iones  $Y^{+3}$  y ninguna vacante en posición catiónica.

La condición de electroneutralidad de la solución implica que tienen que salir  $\frac{x}{2} = 6.15$  iones

$O^{-2}$ , quedando sólo  $200 - \frac{x}{2} = 193.85$  iones  $O^{-2}$  en lugar de los 200 originales.

Expresado en fracciones, si la celda de lado "a" del  $ThO_2$  puro tiene 8 iones  $O^{-2}$  y 4 iones  $Th^{+4}$ , la celda de la solución sólida resultante, con una sustitución de  $x = 12.3$  iones  $Th^{+4}$ , está formada por :

$$\begin{aligned} x &= 0.123 \\ n_O &= \frac{4 \cdot (4 - x)}{2} \quad \text{iones } O^{-2} & n_U &= 4 \cdot (1 - x) \quad \text{iones } Th^{+4} & n_Y &= 4 \cdot x \quad \text{iones } Y^{+3} \end{aligned}$$

La densidad se expresa en función de estos números de iones como:

$$\rho = \frac{(n_O \cdot Mw_O + n_{Th} \cdot Mw_{Th} + n_Y \cdot Mw_Y) \cdot 1.6603 \cdot 10^{-27}}{a^3} \quad \text{kg/m}^3$$

O lo que es lo mismo:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Por tanto, en la celda de lado "a" habrá:

$$n_O = \frac{4(4-x)}{2} \quad n_O = 7.754 \quad \text{iones } O^{-2}$$

$$n_{Th} = 4 \cdot (1-x) \quad n_{Th} = 3.508 \quad \text{iones } Th^{+4}$$

$$n_Y = 4x \quad n_Y = 0.492 \quad \text{iones } Y^{+3}$$

Verificación de la electroneutralidad:  $4n_{Th} + 3n_Y - 2n_O$

Los kmoles de  $ThO_2$  y  $Y_2O_3$  están relacionados con los números de iones por celda:

$$kmoles_{ThO_2} = \frac{n_{Th}}{6.023 \cdot 10^{26}} \quad kmoles_{Y_2O_3} = \frac{n_Y}{2 \cdot (6.023 \cdot 10^{26})}$$

$$kmoles_{ThO_2} = 5.824 \times 10^{-27} \quad kmoles_{Y_2O_3} = 4.084 \times 10^{-28}$$

Y por tanto la composición porcentual molar de la solución es:

$$x_{ThO_2} = \frac{kmoles_{ThO_2}}{kmoles_{ThO_2} + kmoles_{Y_2O_3}} \cdot 100 \quad x_{Y_2O_3} = 100 - x_{ThO_2}$$

$$x_{ThO_2} = 93.447 \%$$

$$x_{Y_2O_3} = 6.553 \%$$



## Problema 2

Nombre:

Número de matrícula:

Algunas cuerdas (las graves o bordonas) de guitarra eléctrica están fabricadas de un material compuesto por dos tipos de alambre: un alambre macizo de acero al carbono (A) alrededor del cual se enrolla apretadamente un alambre de otro material (B) (p.ej en las Fender Original 150s B es níquel), tal y como se indica en la figura.

Con muy buena aproximación, se puede suponer que la fuerza aplicada al tensar la cuerda la soporta íntegramente el componente A. El componente B sólo añade masa inerte al conjunto y tiene un módulo elástico despreciable. El compuesto de los dos alambres se encuentra en condiciones de isodeformación.

Una cuerda de este tipo, de longitud  $L$ , tensada con una fuerza  $F$  y de densidad lineal  $\rho$  (kg de cuerda/m de cuerda) tiene como frecuencia natural de vibración:  $f = \frac{1}{2L} \cdot \sqrt{\frac{F}{\rho}}$

Considerando la cuerda como un material compuesto, y conocidos los diámetros de los dos tipos de

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

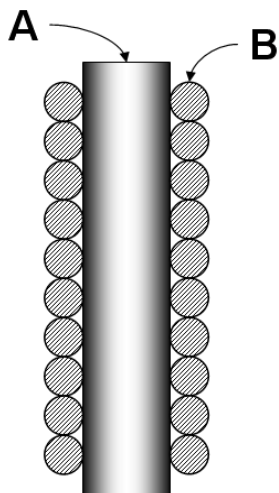
**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

Por simplicidad, considerar el bobinado de B en torno a A como formado por anillos (forma de toro) y no como helicoidales.

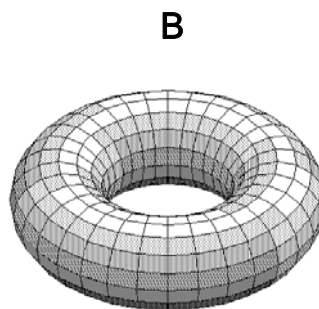
Sugerencia: para calcular la densidad lineal, considerar un tramo de cuerda de longitud igual a un número entero cualquiera de diámetros del alambre B.

Enumerar las variables que aparezcan en las soluciones junto con sus unidades en el SI, continuando la tabla que se adjunta.

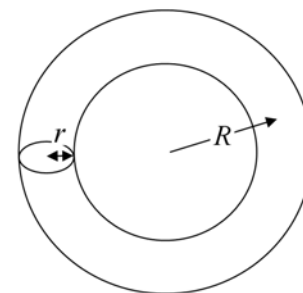
(3 puntos, 45 minutos)



Volumen de un toro:



$$Volumen = (2\pi R)(\pi r^2)$$



Propiedad / magnitud	Símbolo	Unidades (SI)
Fuerza	$F$	N
Longitud de la cuerda	$L$	m
Densidad lineal de la cuerda	$\rho$	kg/m
Frecuencia	$f$	Hz



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$Vol_A = \pi \left( \frac{D_A}{2} \right)^2 D_B \quad Vol_B = 2\pi \left( \frac{D_A}{2} + \frac{D_B}{2} \right) \pi \left( \frac{D_B}{2} \right)^2$$

La masa total de este tramo dividido por su longitud es la densidad lineal (kg/m lineal de cuerda):

$$\rho = \frac{Vol_A \rho_A + Vol_B \rho_B}{D_B} = \frac{\pi}{4} \left[ \rho_A D_A^2 + \pi \rho_B D_B (D_A + D_B) \right]$$

La cuerda debe afinarse (tensarse) con una fuerza dada por la fórmula:  $F = \rho (2Lf)^2$

El módulo de la cuerda, considerada como material compuesto es:

$$E_C = E_A \frac{Vol_A}{Vol_A + Vol_B} = E_A \frac{D_A^2}{D_A^2 + \pi D_B (D_A + D_B)} = E_A \frac{1}{1 + \pi \frac{D_B (D_A + D_B)}{D_A^2}}$$

La estructura del material tiene un eje de simetría de orden infinito, una dirección preferente (la del eje de la cuerda) y no tiene un sentido preferente, por tanto es de la clase

$$\infty / mm$$

La tensión mecánica (esfuerzo) que actúa sobre la sección transversal del compuesto es:

$$\tau_3 = \frac{F}{\pi \left( \frac{D_A}{2} + D_B \right)^2}$$

Usando la estructura de la complianza elástica de la clase a la que pertenece (ver 08\_01\_01):

$$\vec{\varepsilon} = \vec{s} \vec{\tau} \quad \varepsilon_i = s_{ij} \tau_j \quad \vec{\varepsilon} = \vec{s} \vec{\tau} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & \cdot & \cdot & \cdot \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & \cdot & \cdot & \cdot \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & s_{44} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & s_{44} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 2(s_{11} - s_{12}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{13} \tau_3 \\ s_{13} \tau_3 \\ s_{33} \tau_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

donde (ver 09\_02\_03 y examen junio 2008):

$$s_{33} = \frac{1}{E_C}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70





$$L\varepsilon_3 = Ls_{33}\tau_3 = \frac{1}{E_C} \frac{LF}{\pi \left(\frac{D_A}{2} + D_B\right)^2} = L \frac{1}{E_A \frac{1}{1 + \pi \frac{D_B(D_A + D_B)}{D_A^2}}} \frac{F}{\pi \left(\frac{D_A}{2} + D_B\right)^2} =$$

$$= \frac{LF}{\pi E_A} \frac{1 + \pi \frac{D_B(D_A + D_B)}{D_A^2}}{\left(\frac{D_A}{2} + D_B\right)^2}$$

y la cuerda se estira:  $\Delta L = L\varepsilon_3$

También puede hacerse este apartado no considerando la cuerda como un compuesto, sino considerando sólo el material (A) que soporta la carga. En este caso se trata de un material homogéneo e isótropo:

$$\varepsilon_3 = \frac{F}{\pi \left(\frac{D_A}{2}\right)^2 E_A} \quad \text{y la cuerda se estira} \quad L\varepsilon_3 = \frac{LF}{\pi E_A \left(\frac{D_A}{2}\right)^2}$$

Los dos resultados son válidos. La diferencia entre los dos resultados se debe a que en el primer método se usa una sección transversal que es sólo aproximada. Para la aplicación de que se trata, el error numérico que causa esta aproximación es inferior a un 10% en la elongación. La aproximación es tanto mejor cuanto más fino es el alambre B (para  $D_A$  fijo) y es exacta en el límite:

$$\lim_{D_B \rightarrow 0} \frac{LF}{\pi E_A} \frac{1 + \pi \frac{D_B(D_A + D_B)}{D_A^2}}{\left(\frac{D_A}{2} + D_B\right)^2} = \frac{LF}{\pi E_A} \frac{1}{\left(\frac{D_A}{2}\right)^2}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99