

1.- Ecuacion física del péndulo que relaciona $\theta(t)$, $\tau_m(t)$ y $F_v(t)$

$$\tau_m(t) = a^2 M \frac{d^2}{dt^2} \theta(t) + B \frac{d}{dt} \theta(t) + M \cdot g \cdot a \cdot \text{sen}(\theta(t)) - F_v(t) \cdot a \cdot \cos(\theta(t))$$

y ecuaciones del motor de CC:

$$U_m(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + V_{fem}(t)$$

$$V_{fem}(t) = K_v \dot{\theta}(t)$$

$$\tau_m(t) = K_i i(t)$$

2.- Linealizar las ecuaciones anteriores si el sistema se encuentra equilibrado en $\theta_0 = 30^\circ$ y $F_{v_0} = 0 N$

Punto de equilibrio (derivadas nulas):

$$\tau_{m_0} = a^2 M \cdot 0 + B \cdot 0 + M \cdot g \cdot a \cdot \text{sen}(30) - 0 \cdot a \cdot \cos(\theta(t))$$

$$\tau_{m_0} = 0,5 Nm \rightarrow i_0 = 0,5 A \rightarrow U_{m_0} = 50 V$$

Linealización:

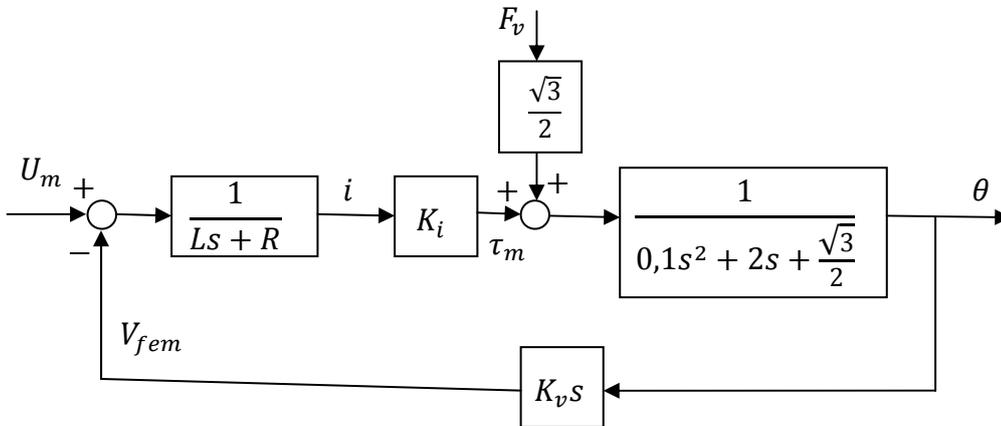
$$\Delta \tau_m(t) = a^2 M \frac{d^2}{dt^2} \Delta \theta(t) + B \frac{d}{dt} \Delta \theta(t) + M \cdot g \cdot a \cdot \cos(\theta_0) \Delta \theta(t) - a \cdot \cos(\theta_0) \Delta F_v(t) + a \cdot \text{sen}(\theta_0) F_{v_0} \Delta \theta(t)$$

$$\Delta \tau_m(t) = 0,1 \frac{d^2}{dt^2} \Delta \theta(t) + 2 \frac{d}{dt} \Delta \theta(t) + \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta \theta(t) - \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta F_v(t)$$

Las ecuaciones del motor son lineales, por lo que lo único es poner variables incrementales

3.- Dibujar el diagrama de bloques de todo el conjunto indicando las señales:

$\theta(s)$, $\tau_m(s)$, $F_v(s)$, $I(s)$, $V_{fem}(s)$.



4.- Obtener la Función de transferencia que relaciona $U_m(t)$ y $\theta(t)$, así como $F_v(t)$ y $\theta(t)$.

$$\frac{\theta(s)}{U_m(s)} = \frac{1}{(10s + 100)(0,1s^2 + 2s + \frac{\sqrt{3}}{2})}$$

$$\frac{\theta(s)}{F_v(s)} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{10s + 100}{s + (10s + 100)(0,1s^2 + 2s + \frac{\sqrt{3}}{2})}$$

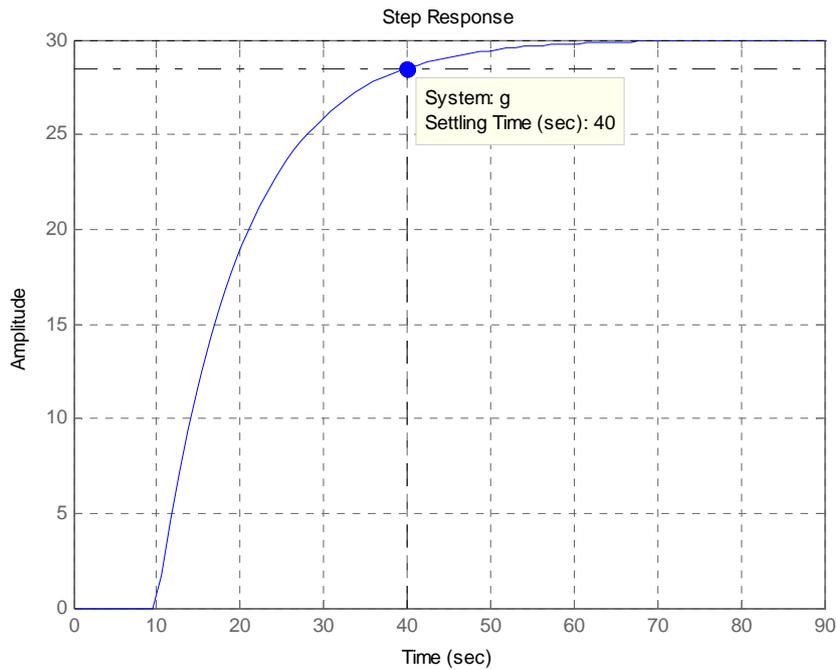
5.- ¿Que posición alcanzaría el péndulo si soplara un viento con una fuerza de 0,1 N? ¿y si el par motor pasara a valer 0,5 Nm? ¿Y si se dieran ambos efectos a la vez? Aplicamos el teorema de valor final:

$$F_v = 0,1 N \rightarrow \Delta \theta(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{0,1}{s} s \frac{\theta(s)}{F_v(s)} = 0,1 rad \rightarrow \theta = 30 + 0,1 \frac{180}{\pi} = 35$$

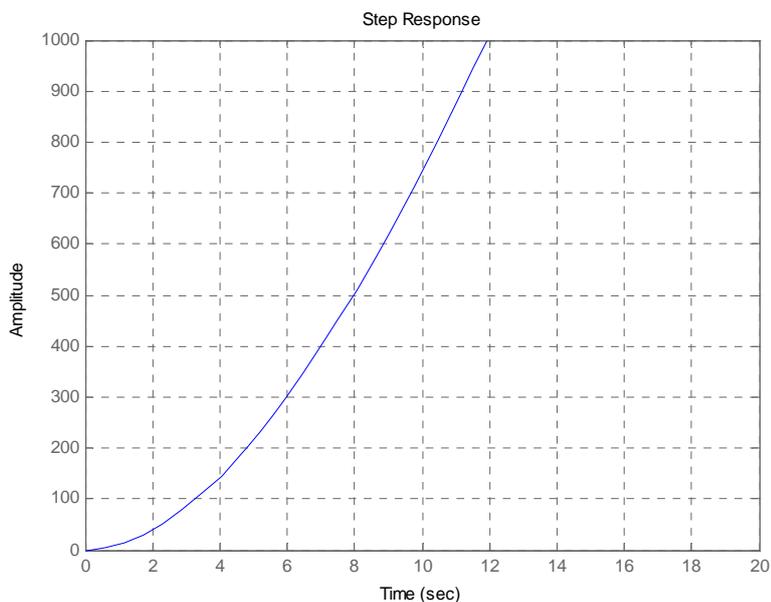
$$\tau_m = 0,5 Nm \rightarrow \Delta \theta(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{0,5}{s} s \frac{\theta(s)}{\tau_m(s)} = \frac{1}{\sqrt{3}} rad \rightarrow \theta = 30 + \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{180}{\pi} = 63$$

Si se dan ambos, se suman los incrementos: $\rightarrow \theta = 30 + 33 + 5 = 68$

c) $G(s) = 3 \frac{e^{-10s}}{s+0.1}$



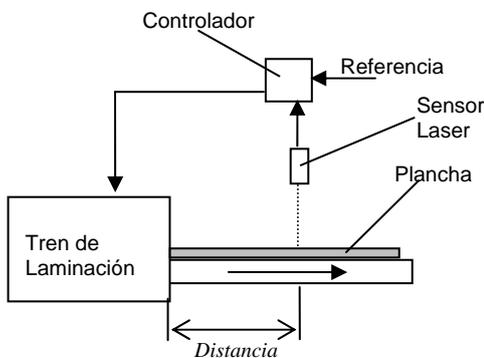
d) $G(s) = \frac{s+20}{s^2+0.1s}$ respuesta ante la rampa de un sist de primer orden con ganancia estática 200 y contante de tiempo 10.



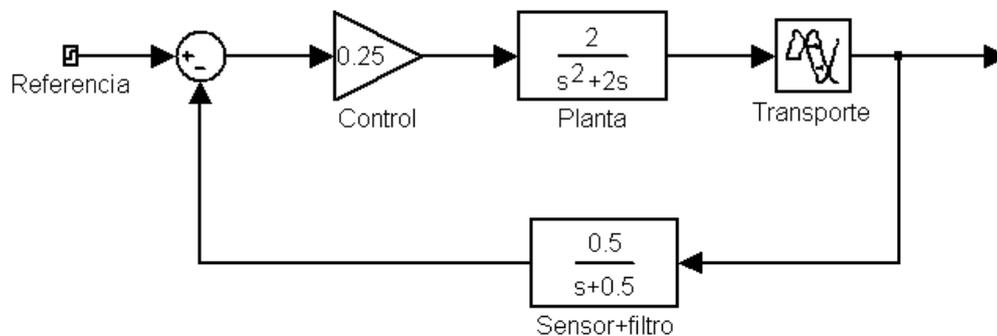
e) ¿Cuál es la razón fundamental por la que se realimentan los sistemas de control?

3. Cuestión 2 (3 puntos-25 minutos)

Se desea analizar el sistema de control de espesor de un tren de laminación. La acción de control se realiza por medio de la regulación de la fuerza que ejercen los rodillos sobre la plancha de acero saliente, de forma que a más acción de control el espesor es mayor (menos fuerza) y viceversa. Para poder realimentar el espesor logrado se dispone de un sensor laser que aguas abajo obtiene una señal proporcional al grosor en milímetros. El valor medido es necesario filtrarlo para eliminar la componente de alta frecuencia debido a las imperfecciones superficiales de la lámina saliente. Finalmente la señal obtenida se compara con una referencia, y el error se utiliza para actuar según una acción proporcional ($K=0.25$) sobre el tren de laminado. En las figuras siguientes se muestran el esquema del sistema y el diagrama de bloques correspondiente.



Puesto que el sensor está situado a cierta distancia d (en metros) respecto de la salida del tren de laminación, existe un retardo debido al transporte que dependerá de la distancia, puesto que la velocidad de salida de la plancha se considerará constante e igual a **1 metro por segundo** en las condiciones nominales.



Se pide:

- 1.- Obtener la variación de la respuesta del sensor+filtro si en la plancha se produce un error repentino de 0,1 mm respecto de las condiciones nominales (antitransformar).
- 2.- Aplicando la aproximación de PADE de primer grado, determinar la máxima distancia a la que se puede situar el sensor sin que el sistema se vuelva inestable si consideramos despreciable la dinámica del sensor+filtro, esto es, su función de transferencia es 1.

Nota:
$$e^{-Ts} = \frac{1 - \frac{T}{2}s}{1 + \frac{T}{2}s}$$

1.- Obtener la variación de la respuesta del sensor+filtro si en la plancha se produce un error repentino de 0,1 mm respecto de las condiciones nominales (antitransformar).

$$y(t) = L^{-1} \left[\frac{0,1}{s} \frac{0,5}{s + 0,5} \right] = 0,1U_0(t)(1 - e^{-0,5t})$$

2.- Aplicando la aproximación de PADE de primer grado, determinar la máxima distancia a la que se puede situar el sensor sin que el sistema se vuelva inestable si consideramos despreciable la dinámica del sensor+filtro , esto es, su función de transferencia es 1.

Al tratarse de un transporte, la distancia generará un retardo fijo (puesto q la velocidad y la distancia son fijos en el tiempo), por tanto planteamos el Tiempo que tardamos en llegar hasta el sensor como T segundos. Obtenemos la función de transferencia del conjunto incluyendo la exponencial del retardo:

$$M(s) = \frac{0,25 \frac{2}{s^2 + 2s} e^{-Ts}}{1 + 0,25 \frac{2}{s^2 + 2s} e^{-Ts}}$$

Aplicando la aproximación de PADE:

$$M(s) = \frac{0,25 \frac{2}{s^2 + 2s} \frac{1 - 0,5Ts}{1 + 0,5Ts}}{1 + 0,25 \frac{2}{s^2 + 2s} \frac{1 - 0,5Ts}{1 + 0,5Ts}} = \frac{0,5(1 - 0,5Ts)}{(s^2 + 2s)(1 + 0,5Ts) + 0,25(1 - 0,5Ts)}$$

Lo que nos lleva al polinomio característico:

$$P(s) = 0,5Ts^3 + (1 + T)s^2 + Ts + 0,5 - 0,25T = 0$$

Aplicando Routh, llegamos a que el sistema es estable si:

$$m = \frac{(1 + T)(2 - 0,25T) - 0,25T}{1 + T} > 0$$

dado que T > 0 , esto se cumple si el numerador es positivo. Resolviendo la inecuación, obtenemos:

$$0 < T < 7,12 \text{seg}$$

Como la velocidad es de 1 m/s, entonces el sistema será estable para **distancias inferiores a 7,12 metros.**