Nº Mat.

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL

Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial

Calificación

ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA

CURSO 3º GRUPO A-309 3 Noviembre 2016

- **NO SE PUEDE USAR CALCULADORA PROGRAMABLE, NI DISPOSITIVO ELECTRÓNICO QUE PERMITA ALMACENAR O CONSULTAR EJERCICIOS**
- **LOS MOVILES DEBERAN ESTAR GUARDADOS Y APAGADOS.**
- **CUALQUIER INTENTO DE COPIA, SOPLO, ETC. IMPLICARÁ UN CERO Y LA IMPOSIBILIDAD DE APROBAR EN ESTE CURSO LOS IMPLICADOS.**

1. Cuestión (15 minutos - 2 puntos)

Dado el sistema $G(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)}$ excitado con una entrada al escalón unitario, calcular: a) La expresión analítica de la señal de salida en el dominio temporal, b) Dibujar aproximadamente la señal de salida estimando los valores más característicos.

a)

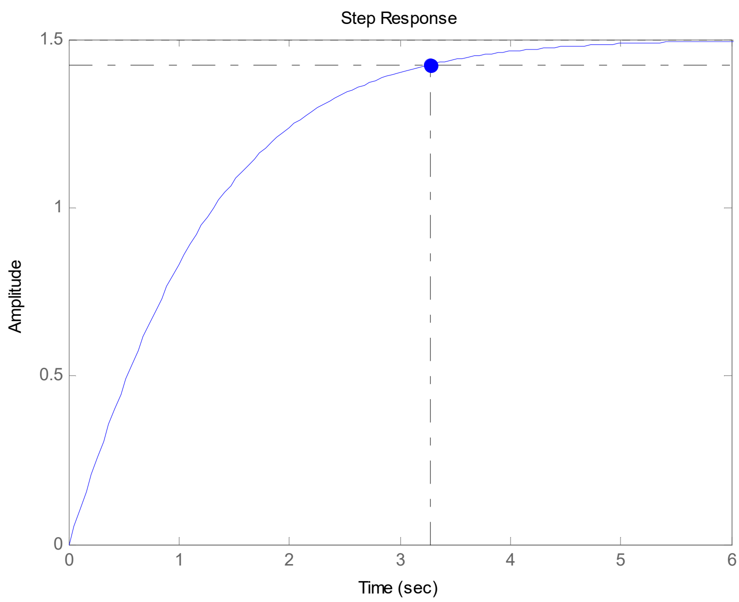
$$y(t) = L^{-1}\left[\frac{(s+3)}{(s+1)(s+2)s}\right] = L^{-1}\left[\frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{(s+1)} + \frac{K_3}{(s+2)}\right] = \frac{3}{2} - 2e^{-t} + \frac{1}{2}e^{-2t}$$

b) Sistema de segundo orden con dos polos reales y un cero. Eso significa que tendrá pendiente en el origen y que hay un polo dominante que marcará su velocidad. Es no oscilatorio y estable.

$$K_e = \lim_{s\to 0} G(s) = 1{,}5$$

$$t_s \; algo \; mayor \; que \; el \; sitema \; de \; primer \; orden \; equivalente \; \frac{3}{a} = 3$$

$$\dot{y}(0) = \lim_{s\to\infty} s\frac{1}{s}s\,G(s) = \lim_{s\to\infty} s\,G(s) = 1$$



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL

Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial

Nº Mat.

ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA

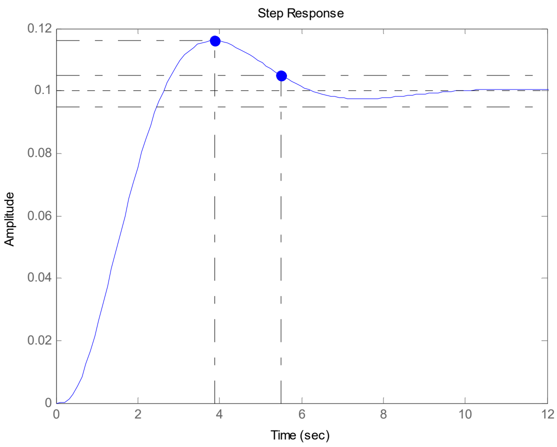
CURSO 3º GRUPO A-309 3 Noviembre 2016

Calificación

2. Cuestión (1 punto)
3. Cuestión (15 minutos – 3 puntos)

Dibujar y caracterizar indicando justificadamente los valores más significativos de la respuesta ante el escalón unitario de las siguientes funciones de transferencia:

a) $\boldsymbol{G(s) = \frac{10}{(s+10)^2(s^2+s+1)}}$



Sistema aproximable por un segundo orden subamortiguado. Polos estables.

$$K_e = \lim_{s\to 0} G(s) = 0.1$$

Polos en $\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} j$ y por tanto:

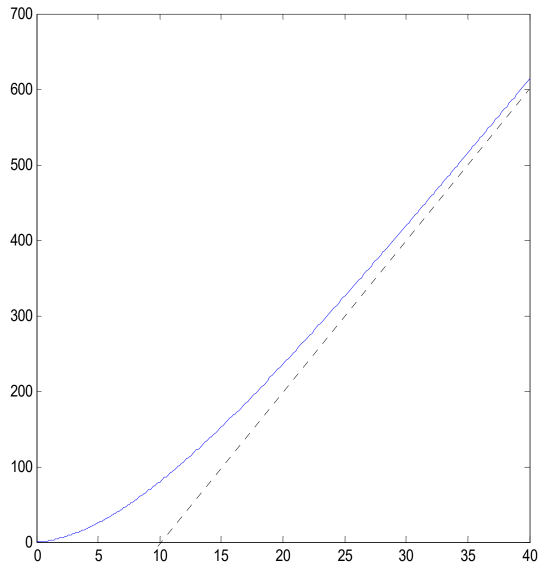
$$t_s \cong \frac{\pi}{\sigma} = 6{,}2seg$$

$$\theta = \operatorname{atan}(\sqrt{3}) = 60°$$

$$M_p = 100 e^{\frac{-\pi}{\sqrt{3}}}$$

Sin calculadora podemos decir que la oscilación no es muy alta al ser sólo 60º

b) $\boldsymbol{G(s) = \frac{s+2}{s^2+0.1s}}$



Observamos que hay un polo en el origen, pero que es un sistema de primer orden con un cero, que ha sido integrado. O lo que es lo mismo, es la respuesta de dicho primer orden ante la rampa. Obtenemos la pendiente de la recta asintótica por medio de la ganancia estática del sistema sin el polo:

$$K_e' = \lim_{s\to 0} \frac{s+2}{s+0.1} = 20$$

La dinámica quedará regida por una constante de tiempo de 10s (la inversa del polo), y al tener un cero la pendiente en el origen no será nula, sino que valdrá el valor inicial de la respuesta al escalón del sistema sin el polo en el origen:

$$\dot{y}(0) = \lim_{s\to\infty} s \frac{1}{s} s\, G(s) = \lim_{s\to\infty} s \frac{1}{s} \frac{s+2}{s+0.1} = 1$$

Nº Mat.

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL

Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial

ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA

CURSO 3º GRUPO A-309 3 Noviembre 2016

Calificación

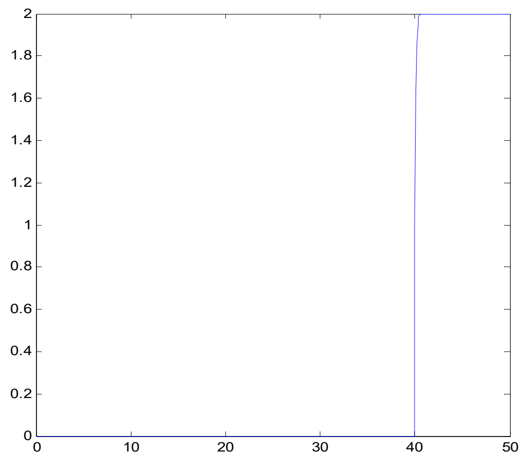
c) $\boldsymbol{G(s) = \frac{s+20}{s+10} e^{-4s}}$

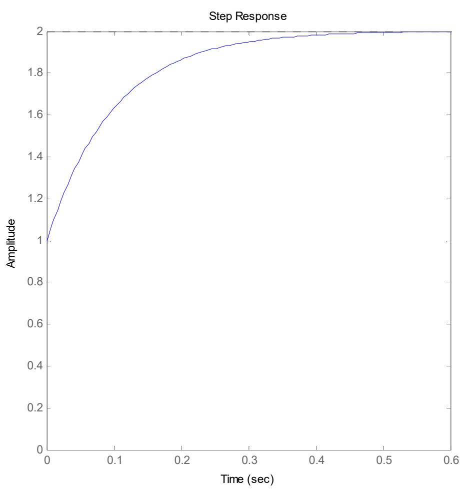
Es la respuesta de un sistema de primer orden con un cero (arranca en un valor de golpe) pero retrasada cuatro segundos (la segunda figura es la respuesta que se vería sin el retardo, dada la diferencia de tiempos):

$$\mathrm{K_e} = \lim_{s \to 0} G(s) = 2$$

$$t_s{}' \cong \frac{3}{10} = 0{,}3$$

$$y(0) = \lim_{s \to \infty} s \frac{1}{s} G(s) = 1$$





Nº Mat.

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL

Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial

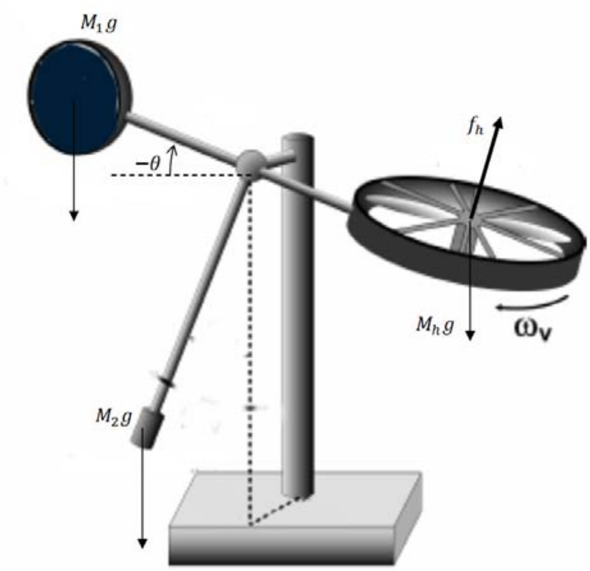
ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA

CURSO 3º GRUPO A-309 3 Noviembre 2016

Calificación

- **NO SE PUEDE USAR CALCULADORA PROGRAMABLE, NI DISPOSITIVO ELECTRÓNICO QUE PERMITA ALMACENAR O CONSULTAR EJERCICIOS**
- **LOS MOVILES DEBERAN ESTAR GUARDADOS Y APAGADOS.**
- **CUALQUIER INTENTO DE COPIA, SOPLO, ETC. IMPLICARÁ UN CERO Y LA IMPOSIBILIDAD DE APROBAR EN ESTE CURSO DE LOS IMPLICADOS.**

4. Problema (30 minutos -4 puntos)



La figura representa una maqueta para estudiar el control de un helicóptero. Para ello se dispone de una estructura en forma de T, en cuyos extremos se sitúa un motor de corriente continua con una hélice acoplada cuya masa total es M_h y dos contrapesos de masas respectivas M_1 y M_2. Las barras de unión son de masa despreciable y las tres tienen la misma longitud L.

El eje del motor tiene un rozamiento viscoso de coeficiente B_m y la inercia del conjunto motor-hélice respecto al eje de giro del motor es J_m.

Además, la hélice al girar a una velocidad ω_v roza con el aire provocando un par resistente al giro según la siguiente expresión:

$$\tau_r = K_2 \omega_v^2$$

Como consecuencia de este giro, la hélice genera una fuerza de empuje normal proporcional al cuadrado de la velocidad angular según la ecuación:

$$f_h = K_1 \omega_v^2$$

El motor se considera que tiene una inductancia despreciable, y una resistencia R, y es controlado por medio de una tensión U_e suministrada por un sistema de control. Las constantes de par y de velocidad son respectivamente K_i $(\frac{Nm}{A})$ y K_v $(\frac{Vseg}{rad})$.

Nótese que el ángulo de inclinación de la maqueta (θ), que es la variable que se quiere controlar, tiene como sentido creciente el mismo sentido que la fuerza de tracción de la hélice. Por eso aparece con signo cambiado en la figura.

Todo el conjunto gira sobre un eje cuyo rozamiento viscoso tiene por constante B_e.

Se pide:

1. Conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que describen la dinámica del sistema que relaciona la velocidad de giro de la hélice (ω_v) con el giro de la maqueta (θ).
2. Conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que describen la dinámica del sistema que relaciona la tensión aplicada al motor (U_e) con la velocidad de giro de la hélice (ω_v).
3. Linealizar el sistema para la situación horizontal estable ($\theta_o = 0$). Indíquese explícitamente el orden en que se van obteniendo los distintos valores de las variables.
4. Dibujar el diagrama de bloques del conjunto en el que aparezcan de forma explícita las variables: U_e , ω_v , θ, f_h y la tensión contra-electromotriz inducida (V_{fem})

Nº Mat.

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL

Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial

ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA

CURSO 3º **GRUPO A-309** **3 Noviembre 2016**

Calificación

1.-

a) $f_h(t)L = (M_1 + M_2 + M_h)L^2\ddot{\theta}(t) + B_e\dot{\theta}(t) - M_h gLcos\theta(t) + M_1 gLcos\,\theta(t) + M_2 gLsin\,\theta(t)$

b) $f_h(t) = K_1\omega_v^2(t)$

2.-

c) $\tau_m(t) = J_m\dot{\omega}_v(t) + B_m\omega_v(t) + \tau_r(t)$

d) $\tau_r(t) = K_2\omega_v^2(t)$

e) $U_e(t) = Ri(t) + V_{fem}(t)$

f) $V_{fem}(t) = K_v\omega_v(t)$

g) $\tau_m(t) = K_i i(t)$

3.- De las condiciones de linealización, es casi inmediato obtener todos los valores de las variables en el equilibrio:

- de la ecuación a) es inmediato obtener $f_{h_0} = (M_1 - M_h)g$,
- por lo que de b) se obtiene $\omega_{v_0} = \sqrt{\frac{f_{h_0}}{K_1}}$
- y de d) $\tau_{r_0} = K_2\frac{f_{h_0}}{K_1}$ y f) $V_{fem_0} = K_v\omega_{v_0}$
- lo que nos permite calcular con c) $\tau_{m_0} = B_m\omega_{v_0} + \tau_{r_0}$
- la cual mediente g) nos da el valor de $i_0 = \frac{\tau_{m_0}}{K_i}$ que finalmente por e) nos da el ultimo valor:
- $U_{e_0} = Ri_0 + K_v\omega_{v_0}$

Y linealizamos como consecuencia las ecuaciones:

a) $\Delta f_h(t)L = (M_1 + M_2 + M_h)L^2\Delta\ddot{\theta}(t) + B_e\Delta\dot{\theta}(t) + M_2 gL\Delta\theta(t)$

b) $\Delta f_h(t) = 2K_1\omega_o\Delta\omega(t)$

c) $\Delta\tau_m(t) = J_m\Delta\dot{\omega}_v(t) + B_m\Delta\omega_v(t) + \Delta\tau_r(t)$

d) $\Delta\tau_r(t) = 2K_2\omega_o\Delta\omega(t)$

e) $\Delta U_e(t) = R\Delta i(t) + \Delta V_{fem}(t)$

f) $\Delta V_{fem}(t) = K_v\Delta\omega_v(t)$

g) $\Delta\tau_m(t) = K_i\Delta i(t)$

4.- Obtenemos las funciones de trasferencia por medio de las ecuaciones que nos relacionan las variables explícitas mencionadas:

$$\frac{\theta(s)}{f_h(s)} = \frac{L}{(M_1 + M_2 + M_h)L^2 s^2 + B_e s + M_2 gL}$$

$$\frac{f_h(s)}{\omega_v(s)} = 2K_1\omega_{v_0}$$

$$\frac{\omega_v(s)}{\tau_m(s)} = \frac{1}{J_m s + B_m + 2K_2\omega_{v_0}}$$

$$\frac{\tau_m(s)}{I(s)} = K_i$$

$$I(s) = \frac{1}{R}[U_e(s) - V_{fem}(s)]$$

$$\frac{V_{fem}(s)}{\omega_v(s)} = K_v$$

Que nos lleva a un diagrama de bloques inmediato.