

PROBLEMA 1. Indica los valores de $x \in \mathbb{R}$ para los que se cumple la desigualdad:

$$|x^2 - 5x + 6| < 2$$

PROBLEMA 2. Demuestra por inducción que para todo $x \geq -1$ se cumple:

$$(1+x)^n \geq 1+nx$$

PROB. 1

$$|x^2 - 5x + 6| < 2$$

$$-2 < x^2 - 5x + 6 < 2 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 6 < 2 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 < 0 \\ -2 < x^2 - 5x + 6 \Rightarrow 0 < x^2 - 5x + 8 \end{cases}$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix}$$


$\forall x \in (1, 4)$

$$x^2 - 5x + 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25-32}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{-7}}{2} \notin \mathbb{R}$$


$\forall x \in \mathbb{R}$

Sol: $\forall x \in [(1, 4) \cap \mathbb{R}] \Leftrightarrow \forall x \in (1, 4)$

PROB. 2 $(1+x)^n \geq 1+nx$?

$\because n=1, 1+x \geq 1+x \checkmark$

$\because n=2, \underbrace{(1+x)^2}_{1+2x+x^2} \geq 1+2x \checkmark$

\vdots
 Suponemos que: $(1+x)^{n-1} \geq 1+(n-1)x$

$(1+x)^n \geq 1+nx$?

$$(1+x)^n = (1+x)^{n-1} \cdot (1+x) \underset{hip.}{\geq} (1+(n-1)x) \cdot (1+x) =$$

$$= 1+(n-1)x+x+(n-1)x^2 = 1+nx + \underbrace{(n-1)x^2}_{\geq 0} \geq 1+nx //$$