Cálculo II. Primer curso de Ingeniería Informática, 2014 **10/04/13**

Segundo Parcial

Apellidos: ______________________ Nombre: ______________

DNI: ______________________ Grupo: ______________

---

1. a) Determina y clasifica los puntos críticos de la función $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^2 - 3x + 5, \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$. (1,5 puntos)

b) Justifica porqué $f(x,y)$ alcanza su valor máximo y mínimo en $[-1,3] \times [-1,4]$ y calcúlalos. (1,5 puntos)

2. Dada la siguiente curva $\sigma(t) = (t\cos 2\pi t, t\sin 2\pi t, \frac{4}{3}\sqrt{\pi}\, t^{\frac{3}{2}})$, calcular:

- (a) (1 punto) El vector tangente unitario a la curva en el punto $(1, 0, \frac{4\sqrt{\pi}}{3})$.
- (b) (1 punto) La longitud de la curva en el intervalo $0 \leq t \leq 1$.

3. Se considera la superficie parametrizada

$$\phi(u,v) = (\sin u \cos v, \sin u \sin v, \cos u), 0 \leq u \leq \pi, 0 \leq v \leq 2\pi.$$

- (a) (0,5 puntos) Identificar dicha superficie.
- (b) (1,5 puntos) Hallar los valores de los parámetros (u,v) tales que $\phi(u,v) = (1,0,0)$ y calcular un vector normal a dicha superficie en el punto $(1,0,0)$.
- (c) (0,5 puntos) Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie parametrizada en dicho punto.

4. a) Suponemos que f es una función integrable en la región donde estamos integrando.

$$\int_0^1 \Big(\int_{x^2}^{\sqrt{x}} f(x,y)\,dy \Big)\,dx.$$

Determinar dicha región de integración e invertir el orden de integración en la integral doble. (1 punto)

b) Utiliza coordenadas cilíndricas para hallar el volumen del sólido acotado inferiormente por $z = 0$, lateralmente por $x^2 + y^2 = 9$ y superiormente por $z = y + 3$. (1,5 puntos)