EXAMEN TDS – SEPT'09 – PROBLEMAS

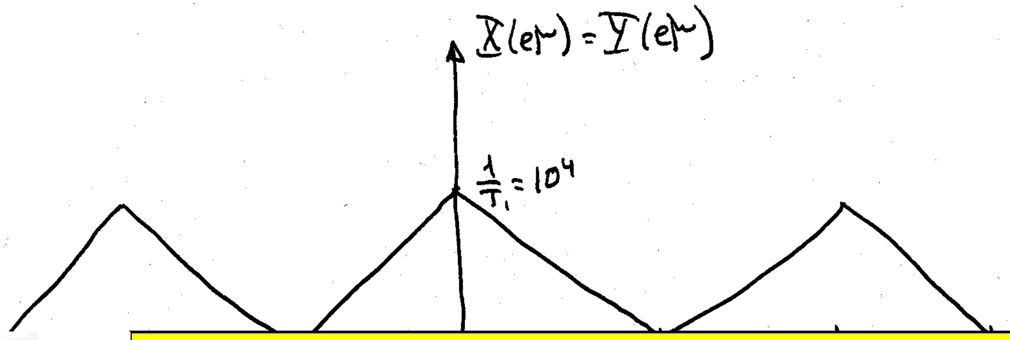
PROBLEMA 1 (1)

a) $T_1 = 10^{-4}\,s \Rightarrow F_1 = \frac{1}{T_1} = 10^4\,Hz \Rightarrow \Omega_{s_1} = 2\pi \cdot 10^4$ rad/s

$T_2 = 2 \cdot 10^{-4}\,s \Rightarrow F_2 = \frac{1}{T_2} = 5000\,Hz \Rightarrow \Omega_{s_2} = 2\pi \cdot 5000$ rad/s

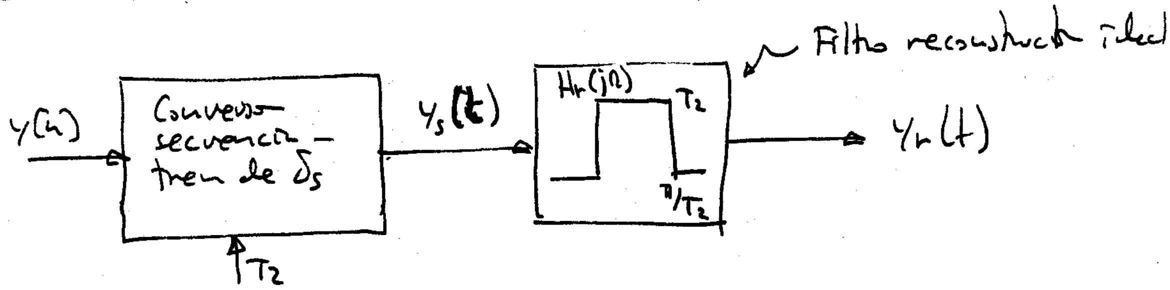
Tenemos frecuencias de muestreo distintas en el C/D y D/C.

La señal de entrada tiene frecuencias no nulas sólo en $|\Omega| < \Omega_M = 2\pi \cdot 5000$, por lo que se cumple el Teorema de Nyquist en el C/D, $\Omega_s \geq 2\Omega_M$, y no hay solapamiento en el C/D. Con esta observación y dado que el sistema en tiempo discreto es el sistema identidad y por tanto $x[n] = y[n] \Rightarrow X(e^{j\omega}) = Y(e^{j\omega})$ podemos dibujar el espectro de $x(n)$ e $y(n)$

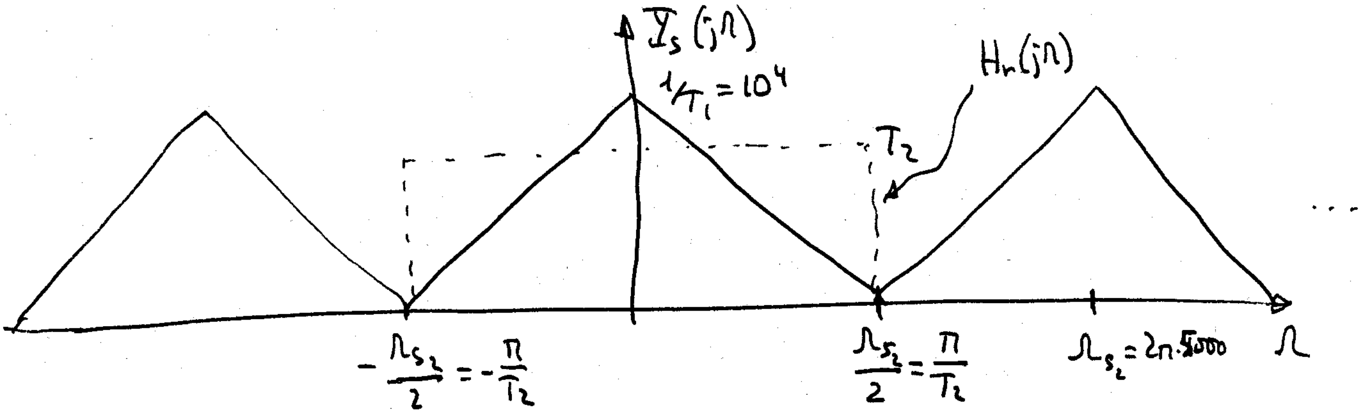


PROBLEMA 1 (2)

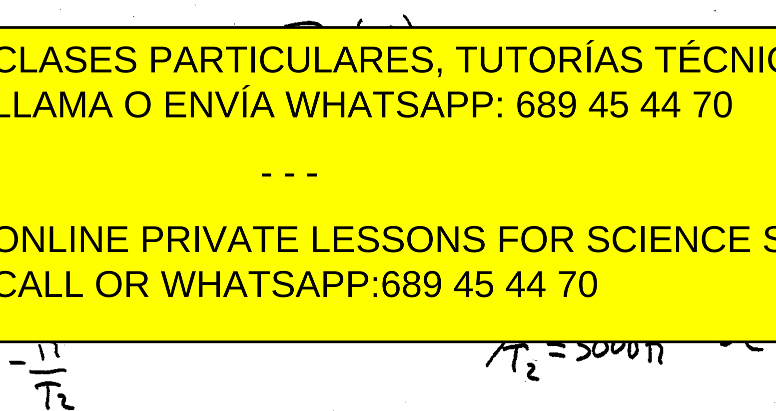
El espectro de $y_r(t)$ es un poco más complicado de obtener. Para ello recordamos que el D/C ideal se puede descomponer en



El conversor secuencia - tren de deltas únicamente transforma el eje de frecuencias, de modo que $Y_s(j\Omega)$ queda



El efecto del filtro reconstructor ideal será quedarnos con la copia central y escalarla multiplicándola por T_2. Con esto el espectro de $y_r(t)$ será:



PROBLEMA 1 (3)

b) Se deberá cumplir que $T_1 = T_2$ para que el espectro de la señal de entrada no sufra compresión o expansión como ocurre en el apartado (a).
Además, se debe evitar el solapamiento en el C/D para lo cual la pulsación máxima de la señal de entrada, Ω_M, también llamado el ancho de banda de la señal de entrada, debe ser inferior a π/T_1

$$\Omega_M < \pi/T_1$$

c) Para que el sistema completo se comporte como un S.L.I. continuo es necesario que se cumplan dos condiciones:

- Que el sistema en tiempo discreto sea un S.L.I.
- Que no se produzca solapamiento en el C/D.

d) La relación entre la respuesta en frecuencia del filtro continuo equivalente y el filtro discreto (y por tanto también la relación entre sus diagramas de tolerancias) no guarda ninguna relación con el método que [illegible] diseñar el filtro en tiempo discreto.

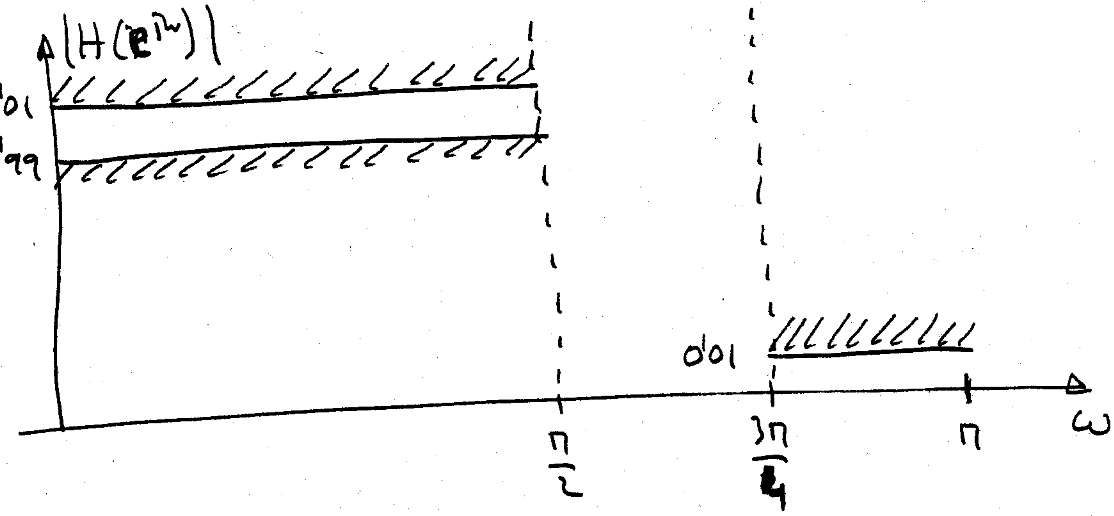
PROBLEMA 1 (4)

$$H_{eff}(j\Omega) = \begin{cases} H(e^{j\Omega T}) & |\Omega| < \pi/T \\ 0 & |\Omega| > \pi/T \end{cases}$$

$$H(e^{j\omega}) = H_{eff}\left(j\frac{\omega}{T}\right) \qquad |\omega| < \pi$$

Por tanto para obtener el esquema de tolerancias del filtro en tiempo discreto únicamente tenemos que multiplicar el eje de frecuencias por $T_1 = T_2 = 2\times10^{-4}$ s.

De este modo el esquema de tolerancias pedido será:



e) El método de diseño del filtro en tiempo discreto no influye en la relación entre los diagramas de tolerancias del filtro en tiempo continuo equivalente y el filtro

PROBLEMA 1 (5)

f) Con nuestro esquema de tolerancias el mayor error de aproximación de pico que podemos permitir es

$$\delta = \frac{0'01}{2} = 0'005 \Rightarrow 20\log_{10}\delta = -46 \text{ dB}.$$

Este error de aproximación de pico sólo lo satisfacen las ventanas de Hamming, Blackman y Kaiser.

Por otro lado tenemos limitado el número de muestras de la respuesta al impulso del filtro, por lo que puede que alguna de estas tres ventanas no cumplan el ancho de banda de transición. Lo comprobamos.

Hamming: $\Delta\omega = \frac{\pi}{4} = \frac{6'27\pi}{M} \Rightarrow M = 4 \cdot 6'27 = 25'08$

$\Rightarrow M = 26 \Rightarrow$ la longitud del filtro es

$M+1 = 27 < 32 \Rightarrow$ Es VÁLIDA.

Blackman: $\Delta\omega = \frac{\pi}{4} = \frac{9'19\pi}{M} \Rightarrow M = 4 \cdot 9'19 = 36'76$

$\Rightarrow M = 37 \Rightarrow$ la longitud del filtro es

$M+1 = 38 > 32 \Rightarrow$ NO ES VÁLIDA

PROBLEMA 1 (6)

g) Tomamos el filtro de menor coste computacional, es decir el de respuesta al impulso más corta, el de Kaiser, que tenía una longitud de la respuesta al impulso de

$P = 23$ muestras.

Vamos a emplear el mecanismo de solapamiento y suma con FFT. Este mecanismo se caracteriza porque evita que se produzca solapamiento temporal a la hora de calcular la convolución circular de la respuesta al impulso y cada uno de los bloques.

Como los bloques que tomamos son de longitud $L=32$, evitaremos el solapamiento temporal si la convolución circular la realizamos de al menos $L+P-1=54$ puntos. Para ello la longitud de las FFTs deben ser $N \geq 54$.

Como se nos restringe a que N sea una potencia de 2, la menor potencia de 2 que cumple la condición $N \geq 54$ es $\underline{N=64}$, que sería