

TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES	EXAMEN FEBRERO	29/01/2008
APELLIDOS	NOMBRE	DNI

**NO DE LA VUELTA A ESTA HOJA HASTA QUE SE LO INDIQUE EL PROFESOR  
MIENTRAS TANTO, LEA ATENTAMENTE LAS INSTRUCCIONES**

PARA LA REALIZACIÓN DE ESTE EXAMEN NO SE PERMITE EL USO DE LIBROS NI APUNTES  
NI LA UTILIZACIÓN DE CALCULADORAS PROGRAMABLES

Este examen consta de dos partes:

La primera parte consiste en un *test* de carácter eminentemente teórico. Su objetivo es hacer una evaluación general y homogénea sobre todos los conceptos explicados. Su valor sobre la nota total del examen es de **3 puntos** como máximo.

La segunda parte consta de ejercicios de carácter eminentemente práctico. Su objetivo es evaluar la capacidad del alumno para resolver problemas de análisis con un nivel de dificultad similar al de los problemas propuestos en la asignatura.

### **Primera parte (30'):**

- La prueba consta de 20 preguntas con múltiples opciones cada una. Para cada pregunta existe sólo una opción correcta, que deberá marcar rodeando con un círculo la letra correspondiente.
- La opción elegida ha de ser clara, de otro modo la pregunta se considerará nula.
- Si desea rectificar la contestación marque con una cruz la opción no deseada y marque con un círculo la opción deseada. Sólo una opción debe tener un círculo sin tachar y será considerada la opción elegida. En cualquier caso, haga las correcciones de forma clara y limpia.
- Las respuestas contestadas correctamente se evaluarán como 1 punto, las no contestadas o nulas como 0 puntos y las contestadas incorrectamente como -0.25 puntos (es decir, puntuarán negativo). No se evaluará ningún tipo de explicación, operación o demostración: únicamente la opción elegida.
- El alumno recibirá, además de este enunciado, un conjunto de hojas grapadas para operaciones a sucio que no deberá separar ni entregar. Este conjunto se empleará también para la segunda parte.

1. Si se muestrea la señal  $x(t) = \left(\frac{\text{sen}(100t)}{\pi}\right)^2$  con una pulsación de muestreo  $\Omega_s=300$  rad/s:

- (a) No es posible (en general) recuperar el espectro y la señal original.
- (b) Se puede recuperar sólo si se aplica un filtro paso bajo con pulsación de corte de 150 rad/s.
- (c) Se puede recuperar el espectro y la señal original con cualquier filtro.
- (d) Se puede recuperar solo si se aplica un filtro paso bajo con pulsación de corte igual a 300 rad/s.
- (e) Ninguna de las anteriores es cierta.

2. Considere una señal  $x[n]$  con transformada Z  $X(z)$  y ROC  $r_R < |z| < r_L$ . Aplicamos una reflexión en el tiempo (o inversión de tiempo) a la señal original para convertirla en  $x[-n]$ . ¿Cuál será la relación entre la transformada z de  $x[-n]$  y la transformada z de la señal original?

- (a)  $x[-n] \xrightarrow{Z} X\left(\frac{1}{z}\right)$ , ROC:  $r_R < |z| < r_L$ .
- (b)  $x[-n] \xrightarrow{Z} X(-z)$ , ROC:  $r_R < |z| < r_L$ .
- (c)  $x[-n] \xrightarrow{Z} X\left(\frac{1}{z}\right)$ , ROC:  $\frac{1}{r_R} < |z| < \frac{1}{r_L}$ .
- (d)  $x[-n] \xrightarrow{Z} X(-z)$ , ROC:  $r_L < |z| < r_R$ .
- (e) Ninguna de las anteriores.

3. La DTFT de  $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u[n-1]$  es:

- (a)  $\frac{e^{-j2\omega}}{j\omega}$
- (b)  $\frac{2e^{-j\omega}}{2 + j\omega}$
- (c)  $\frac{e^{-j\omega}}{2 + j\omega}$
- (d) Todas las anteriores.
- (e) Ninguna de las anteriores.

4. **Un expansor de frecuencia de muestreo,  $x_e[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n - kL] = \begin{cases} x[n/L], & n = kL \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$ , es un sistema de tiempo discreto con las siguientes propiedades:**
- Es un sistema lineal.
  - Es un sistema invariante con el tiempo.
  - Es un sistema sin memoria.
  - Es un sistema causal.
  - Ninguna de las anteriores.
5. **Conociendo una secuencia  $h[n]$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?**
- Si sabemos que  $h[n]$  es la respuesta al impulso de un SLI estable, podemos afirmar que su DTFT converge y su Transformada Z también converge en la circunferencia unidad.
  - Siempre que exista la DTFT de la secuencia, su Transformada Z converge en la circunferencia unidad.
  - La DTFT de  $x[n]r^n$  se puede interpretar como la Transformada Z de  $h[n]$  en la circunferencia de radio  $r$ .
  - Todas las anteriores.
  - Ninguna de las anteriores.
6. **Considere el sistema definido mediante la función de transferencia  $H(z) = 1 - (0.9 + 0.9j)z^{-1}$ , con ROC  $|z| > 0$ . Señale cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.**
- El sistema es estable.
  - El sistema es invertible y admite dos sistemas inversos.
  - Al menos uno de los dos sistemas inversos es estable pero no causal.
  - Todas las anteriores.
  - Ninguna de las anteriores.
7. **La convergencia de la transformada  $z$  de una secuencia  $x[n]$ :**
- Depende únicamente de la secuencia.
  - Depende únicamente de la variable  $z$ .
  - Depende tanto de la secuencia como de la variable  $z$ .
  - Siempre converge.
  - Ninguna de las anteriores es correcta.

8. Considere un sistema definido mediante la siguiente ecuación en diferencias, lineal y de coeficientes constantes  $\sum_{k=0}^N a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k]$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre este sistema es correcta?
- Todos los sistemas que define dicha ecuación son sistemas lineales e invariantes.
  - Todos los sistemas lineales e invariantes definidos por dicha ecuación tienen la misma forma algebraica de la función de transferencia, aunque pueden tener distinta ROC.
  - De entre todos los sistemas lineales e invariantes definidos por dicha ecuación, siempre existe uno que será estable.
  - Todas las anteriores son correctas.
  - Ninguna de las anteriores es correcta.
9. Que podemos decir de la linealidad de fase en el diseño de filtros IIR por el método de la transformación bilineal, si partimos de un filtro en tiempo continuo.
- Con respuesta en fase lineal  $\rightarrow$  el filtro en tiempo discreto obtenido no tendrá una respuesta en fase lineal.  
Con respuesta en amplitud lineal  $\rightarrow$  el filtro en tiempo discreto obtenido no tendrá una respuesta en amplitud lineal.
  - Con respuesta en fase lineal  $\rightarrow$  el filtro en tiempo discreto obtenido no tendrá una respuesta en fase lineal.  
Con respuesta en amplitud lineal  $\rightarrow$  el filtro en tiempo discreto obtenido tendrá una respuesta en amplitud lineal.
  - Con respuesta en fase lineal  $\rightarrow$  el filtro en tiempo discreto obtenido tendrá una respuesta en fase lineal.  
Con respuesta en amplitud lineal  $\rightarrow$  el filtro en tiempo discreto obtenido no tendrá una respuesta en amplitud lineal.
  - Con respuesta en fase lineal  $\rightarrow$  el filtro en tiempo discreto obtenido tendrá una respuesta en fase lineal.  
Con respuesta en amplitud lineal  $\rightarrow$  el filtro en tiempo discreto obtenido tendrá una respuesta en amplitud lineal.
  - Ninguna de las anteriores
10. En los diagramas de flujo de señal empleados para implementar SLIs pueden aparecer bucles de realimentación. Señale la afirmación correcta sobre los mismos.
- Siempre que aparece un bucle de realimentación, el sistema no es computable.
  - Siempre que aparece un bucle de realimentación, el sistema es IIR.
  - Cada bucle de realimentación que aparezca debe incluir al menos un retardo para que el sistema sea computable.
  - Los bucles de realimentación están asociados con los ceros de la función de transferencia del sistema.
  - Ninguna de las anteriores.

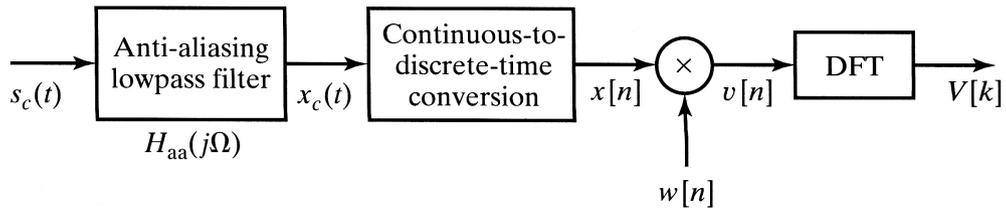
- 11. La respuesta en amplitud en dBs de un cero o polo simple:**
- (a) Es mínimo en  $\omega = \theta$  (el ángulo en el que está el cero) para un cero.
  - (b) Su mínimo será más profundo cuanto más cerca este un polo de  $r = 1$ .
  - (c) Su máximo será mayor cuanto más próximo esté el cero a  $r = 1$ .
  - (d) Al ser ceros y polos simples, su retardo de grupo es cero.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 12. Señale cuál de las siguientes afirmaciones sobre el diseño de filtros de tiempo discreto mediante el método de invarianza al impulso es correcta.**
- (a) Este método sólo es válido para el diseño de filtros FIR.
  - (b) Este método se aplica en la práctica implementando el filtro en tiempo continuo, aplicándole un impulso y muestreando la señal de salida, que se empleará como respuesta al impulso en el filtro discreto obtenido.
  - (c) El principal inconveniente de este método es que puede producirse solapamiento espectral al realizar el muestreo de la respuesta al impulso del filtro en tiempo continuo, por lo que no es un método muy apropiado para filtros paso alto.
  - (d) El principal inconveniente de este método es que aplica una transformación no lineal en el eje de frecuencias, por lo que si el filtro en tiempo continuo del que partimos tiene respuesta en fase lineal, el filtro en tiempo discreto que obtenemos no tendrá respuesta en fase lineal.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 13. ¿Cuándo coinciden la convolución lineal y la circular de  $N$  puntos de dos secuencias de duración finita  $L$  y  $P$  respectivamente? (Indique la respuesta más precisa)**
- (a) Siempre.
  - (b) Cuando  $N \geq L+P-1$ .
  - (c) Cuando  $N > L+P-1$ .
  - (d) Cuando  $N \geq L+P-2$ .
  - (e) Nunca.
- 14. La Fast Fourier Transform o FFT...**
- (a) Es un algoritmo que consigue calcular la DFT muy rápidamente, aunque a costa de unos pequeños errores de aproximación.
  - (b) Permite calcular exactamente la DFT.
  - (c) Es siempre mucho más rápida que el algoritmo de Goertzel, independientemente de en cuántos puntos de frecuencia estemos interesados.
  - (d) Tiene la ventaja de que compacta mucho más la energía que la DFT en los coeficientes más bajos.
  - (e) Ninguna de las anteriores.

15. **¿De qué depende el ancho de banda de transición de un filtro obtenido por enventanado?**
- De la relación entre el área del lóbulo principal y el área de los secundarios de la ventana.
  - De la amplitud del lóbulo principal de la ventana.
  - Del ancho del lóbulo principal de la ventana.
  - Del error de aproximación de pico.
  - Ninguna de las anteriores.
16. **Queremos calcular 4 muestras equiespaciadas entre 0 y  $2\pi$  de la DTFT de  $x[n]$ , una secuencia de 1000 muestras. ¿Cuál sería la mejor forma de hacerlo?**
- Es imposible: una secuencia de 1000 muestras tendrá siempre al menos 1000 muestras de la DTFT.
  - Aplicamos una DFT de 4 puntos (con un algoritmo FFT) a  $x[n]$  y obtenemos las muestras que deseamos.
  - Como sólo queremos 4 muestras, lo mejor es emplear el algoritmo de Goertzel.
  - Aplicamos primero solapamiento en el tiempo y luego calculamos una DFT de 4 puntos, con un algoritmo FFT.
  - Como la secuencia es muy larga tenemos que aplicar primero un enventanado con una ventana de 4 muestras, y luego calcular la DFT de 4 puntos con un algoritmo FFT.
17. **Indique cuál o cuáles de las siguientes secuencias NO ES una autofunción de cualquier SLI.**
- $x[n] = 3^n$
  - $x[n] = \cos(\omega_0 n)$
  - $x[n] = e^{j\alpha n}$
  - La (a) y la (b) no son autofunciones de cualquier SLI.
  - Las secuencias (a), (b) y (c) son todas autofunciones de cualquier SLI.
18. **Considere una señal  $x[n]$  y su STFT definida como**
- $$X[n, \lambda] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[n+m]w[m]e^{-j\lambda m} = DTFT\{x[n+m]w[m]\}_{\omega=\lambda}, \text{ donde } w[n] \text{ es una}$$
- ventana de longitud  $L$  (no nula entre 0 y  $L-1$ ). Queremos recuperar la señal original a partir de su STFT. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.**
- Podemos muestrear  $X[n, \lambda]$  en  $n$  tomando sólo una muestra de cada  $L$ .
  - Podemos muestrear  $X[n, \lambda]$  en  $\lambda$  tomando  $L$  muestras entre 0 y  $2\pi$ .
  - Podemos sustituir la DTFT por una DFT de  $L$  puntos.
  - Todas las anteriores.
  - Ninguna de las anteriores.

19. En un esquema de FFT de  $N$  puntos por diezmado de frecuencia...

- (a) En cada etapa se hacen  $N$  multiplicaciones y  $N/2$  sumas complejas.
- (b) Necesitamos  $M \log_2 N$  etapas.
- (c) En cada etapa se hacen  $N/2$  multiplicaciones y  $N/2$  sumas complejas.
- (d) Necesitamos  $\log_2 N$  etapas.
- (e) La a) y la d)

20. Considere un esquema de análisis de Fourier de señales continuas mediante DFT como el de la figura y señale la afirmación correcta.



- (a) El problema del goteo o *leakage* es debido únicamente al enventanado.
- (b) El problema de la limitación en la resolución espectral del análisis es debido únicamente al enventanado.
- (c) El efecto más pernicioso para este análisis es el del fitro anti-aliasing.
- (d) El efecto más pernicioso para este análisis es el de la conversión C/D.
- (e) Ninguna de las anteriores es correcta.

**SOLUCION:**

1. A
2. E
3. E
4. A
5. A
6. D
7. C
8. B
9. A
10. C
11. A
12. C
13. B
14. B
15. C
16. D
17. B
18. D
19. D
20. A