

EXAMEN ANÁLISIS MATEMÁTICO
Grado en Económicas
ENERO 2015.

NOMBRE:
APELLIDOS:
D.N.I.:
GRUPO:

La duración del examen es de 2 horas y media.

No se permite el uso de calculadoras.

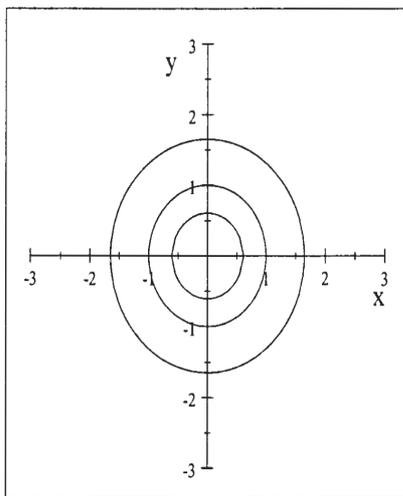
Marque las **respuestas** a las **cuestiones** en el **cuadro** indicado.

CUESTIONES

En el siguiente cuadro marque las opciones correctas a las cuestiones planteadas:

RESPUESTAS	A	LAS	CUESTIONES
Cuestión 1:	(a) (b) (c) (d)	Cuestión 4:	(a) (b) (c) (d)
Cuestión 2:	(a) (b) (c) (d)	Cuestión 5:	(a) (b) (c) (d)
Cuestión 3:	(a) (b) (c) (d)		

1. (0.6 puntos) Las curvas de nivel dibujadas en el siguiente gráfico corresponden a la función:



- (a) $f(x, y) = -3(x - 6)^2 + 7y^2$
- (b) $f(x, y) = x + y$
- (c) $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$
- (d) $f(x, y) = \ln x^2y^2$

2. (0.6 puntos) Sea $f(x, y) = \frac{3x+y}{x+y}$. Entonces se verifica que:

- (a) $f(x, y)$ es homogénea de grado 1.
- (b) $f(x, y)$ no es homogénea.
- (c) Su dominio es \mathbb{R}^2 .
- (d) $f(x, y)$ es homogénea de grado 0.

3. (0.6 puntos) Sea $f(x, y)$ una función diferenciable en \mathbb{R}^2 tal que

$$p_1(x, y) = x - 2y + 3$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

4. **(0.6 puntos)** Si $f(x, y)$ es una función diferenciable en \mathbb{R}^2 tal que $\nabla f(x, y) = (-2, -2)$ para todo $(x, y) \in \text{Dom}(f)$, se verifica que,
- $f(x, y)$ es una función constante.
 - Las derivadas parciales de $f(x, y)$ tienen el mismo signo para todo $(x, y) \in \text{Dom}(f)$.
 - $f(x, y)$ es una función decreciente en x así como en y .
 - $f(x, y)$ es una función creciente en x así como en y .
5. **(0.6 puntos)** Sea $D(m, p)$ una función que proporciona la demanda D de cierto bien conocido el precio p de dicho bien y la renta m . Si $D(m, p)$ es una función con derivadas parciales hasta de segundo orden continuas tal que $\nabla D(7, 1) = (-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$ y $HD(7, 1) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{8} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$. Se verifica que,
- $\frac{\partial^2 D}{\partial m \partial p}(m, p) > \frac{\partial^2 D}{\partial p \partial m}(m, p)$ si la renta es suficientemente grande.
 - Si estando en el punto $(7, 1)$ la renta aumenta ligeramente entonces la demanda disminuye y esta disminución es, en valor absoluto, mayor cuanto mayor es la renta.
 - $\frac{\partial^2 D}{\partial m \partial p}(m, p) = \frac{\partial^2 D}{\partial p \partial m}(m, p)$ para todo $(m, p) \in \text{Dom}(D)$
 - Si estando en el punto $(7, 1)$ la renta aumenta ligeramente entonces la demanda aumenta.

PROBLEMAS

1. **(1 punto)** Calcule el gradiente y la matriz Hessiana de la función

$$f(x, y) = e^x + x^2 \ln(y^2)$$

en un punto cualquiera $(x, y) \in \text{Dom}(f)$ así como en el punto $(0, 1)$.

2. **(1 punto)** Determine, analítica y gráficamente, el dominio y las curvas de nivel para los niveles $k = \{1, 4\}$ de la función

$$f(x, y) = x^{\frac{1}{2}}y.$$

3. El precio medio del litro de gasóleo en la comunidad de Madrid depende del coste en dólares del barril de petróleo de referencia, x , así como del margen medio de distribución de las gasolineras, y , medido en porcentaje, vía una función $P(x, y)$ que tiene derivadas parciales continuas para todo $x, y \geq 0$. En la actualidad el precio medio del litro de gasóleo es de 1'35 euros con un coste del barril de referencia de $x_0 = 70'3$ dólares y un margen medio de distribución de $y_0 = 13\%$, es decir, $P(70'3, 13) = 1'35$. Además, se sabe que el gradiente de esta función en la actualidad es $\nabla P(70'3, 13) = (0'01, 0'05)$.

- Compruebe que, en la situación actual, el coste del barril de petróleo x permite definir el margen de explotación y mediante una función diferenciable $y = f(x)$ para los puntos la curva de nivel $P(x, y) = 1'35$ en un entorno del punto $(70'3, 13)$. **(1 punto)**
- Si el coste del barril de referencia pasa a ser de $x = 69'5$ dólares el barril y el precio del litro de combustible se mantiene en 1'35 euros, ¿cuál sería el valor aproximado del margen de explotación de las gasolineras y ? **(1 punto)**
- Es conocido que el coste del barril de referencia depende de la producción diaria de barriles de petróleo, q , que fija la OPEP, vía una función derivable $x(q)$. En la actualidad la producción diaria es de $q_0 = 30$ millones de barriles diarios determinando el coste de 70'3 dólares el barril, es decir $x(30) = 70'3$. Sabemos adicionalmente que $\frac{dx}{dq}(30) = -0'5$. Determine la marginal del precio medio del litro de gasóleo con respecto a q para $q_0 = 30$ millones de barriles al día, es decir, calcule $\frac{\partial P}{\partial q}(30, 13)$. **(1 punto)**

4. La función de costes marginales de una empresa depende del número de unidades x producidas y viene dada por

$$CM(x) = \begin{cases} 5 & \text{si } 0 < x \leq 8 \\ 15 & \text{si } 8 < x \leq 15 \\ 25 & \text{si } 15 < x \leq 20 \\ 35 & \text{si } 20 < x \leq 25 \\ 45 & \text{si } 25 < x \leq 30 \end{cases}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

