APELLIDOS : . . . .

Inicial 1er apellido

NOMBRE: . . . . GRUPO: . . .

Examen extraordinario, Grupos A, B y C MÉTODOS MATEMÁTICOS II (8-9-2020)

Justifica tus respuestas (Tiempo: Tres horas)

1.- *(1p)* Discute por Gauss el sistema $\left\{\begin{array}{rcl} x+y+mz & = & 2m \\ x+my+z & = & 2 \\ x-my+z & = & 0 \end{array}\right.$

2.- *(1,5p)* En $\mathbf{R}^4$ se consideran los subespacios

$$\begin{array}{rcl} U & = & \{(x,y,z,w) : x+y+z=0, y-w=0\}, \\ W & = & \{(\alpha+\beta, \alpha-\beta, -2\alpha-2\beta, \alpha+\beta);\ \alpha,\beta\in\mathbf{R}\}. \end{array}$$

Halla las ecuaciones implícitas y bases de $U\cap W$ y $U+W$.

3.- *(1p)* Se considera la base $\{\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2},\overrightarrow{u_3}\}$ de $\mathbf{R}^3$ y el vector $\overrightarrow{u}=\overrightarrow{u_1}+\overrightarrow{u_2}+\overrightarrow{u_3}$. Halla las coordenadas de $\overrightarrow{u}$ respecto de la nueva base $\{\overrightarrow{v_1},\overrightarrow{v_2},\overrightarrow{v_3}\}$ sabiendo que

$$\overrightarrow{u_1}=\overrightarrow{v_2}-\overrightarrow{v_3},\quad \overrightarrow{u_2}=\overrightarrow{v_3}-\overrightarrow{v_1},\quad \overrightarrow{u_3}=\overrightarrow{v_1}+\overrightarrow{v_2},$$

y las cordenadas de $\overrightarrow{v}=3\overrightarrow{v_1}+2\overrightarrow{v_2}+\overrightarrow{v_3}$ respecto de la base $\{\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2},\overrightarrow{u_3}\}$.

4.- *(1p)* Sean $B_1=\{\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2},\overrightarrow{u_3}\}$ y $B_2=\{\overrightarrow{v_1},\overrightarrow{v_2},\overrightarrow{v_3}\}$ dos bases del espacio vectorial $(V_3,+,\cdot\mathbf{R})$ y sea f la aplicación lineal de V_3 en sí mismo, tal que

$$f(\overrightarrow{u_1})=\overrightarrow{v_1}+\overrightarrow{v_2},\quad f(\overrightarrow{u_2})=-2\overrightarrow{v_1}-\overrightarrow{v_2}+\overrightarrow{v_3},\quad f(\overrightarrow{u_3})=-\overrightarrow{v_1}+\overrightarrow{v_3},$$

Halla las ecuaciones implícitas de $Im(f)$.

5.- *(1,5p)* Sean g y h las aplicaciones lineales de $\mathbf{R}^2$ en $\mathbf{R}^3$ y de $\mathbf{R}^3$ en $\mathbf{R}^4$ tales que

$$\begin{array}{rcl} g(1,-1) & = & (2,-1,2),\qquad g(1,2)=(-1,2,2), \\ h(1,0,0) & = & (7,1,0,2),\quad h(0,1,0)=(1,-2,2,-1),\quad h(0,0,1)=(1,1,0,4). \end{array}$$

Halla una base del núcleo de $h\circ g$ y el rango de $h\circ g$.

6.- *(1p)* Calcula el siguiente determinante de orden n :

$$\left|\begin{array}{cccccc} k & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ k & 2 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ k & 1 & 3 & 1 & \cdots & 1 \\ k & 1 & 1 & 4 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k & 1 & 1 & 1 & \cdots & n \end{array}\right|$$

7.- *(1,5p)* ¿Para qué valores del parámetro α es diagonalizable la matriz A?

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$