Centro Universitario de la Defensa Zaragoza

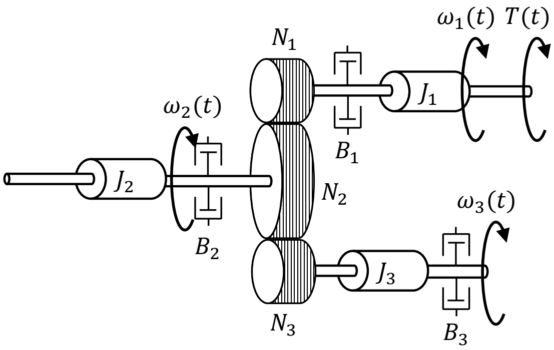
Examen de Sistemas Automáticos
Parcial 1

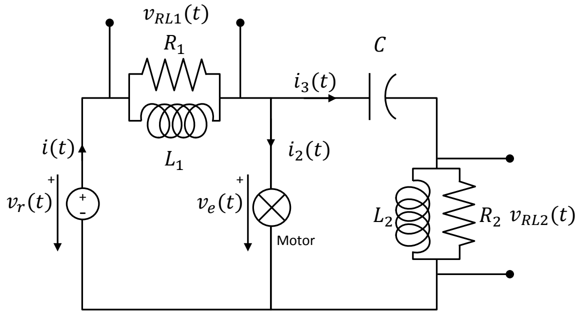
Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Total

Apellidos, Nombre:
Sección:
Fecha: 2 de julio de 2013

- **Atención**: el enunciado consta de tres ejercicios prácticos y un test de respuesta múltiple
- Elija y resuelva **únicamente dos** de los tres ejercicios prácticos, además del test
- **Indique aquí claramente** qué dos ejercicios ha resuelto: ____ y ____
- Utilice únicamente **bolígrafo negro o azul**
- El uso de **Tipp-Ex u otro tipo de bolígrafos** será penalizado
- No se puede desgrapar el examen
- Todas las soluciones deberán escribirse usando únicamente el espacio proporcionado

1. **(3.5 puntos, 35 minutos)** Se parte de dos sistemas físicos independientes representados en las siguientes figuras.





Se pide:

a) Modelar con ecuaciones diferenciales el sistema rotacional utilizando las variables que se proporcionan en la figura.

b) Modelar con ecuaciones diferenciales el circuito eléctrico utilizando las variables que se proporcionan en la figura.

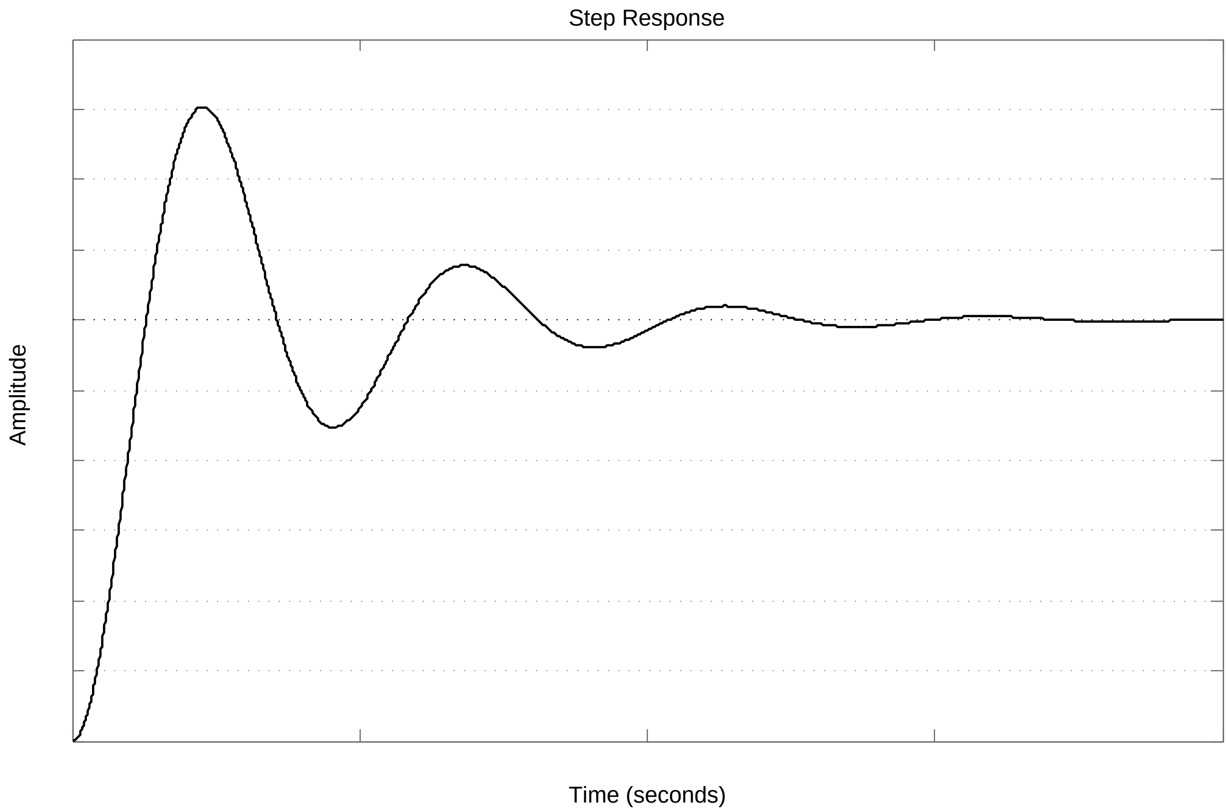
c) Suponiendo que se conecta el eje 3 del sistema rotacional al motor del circuito eléctrico, escribir las dos ecuaciones que relacionan ambos sistemas.

2. **(3.5 puntos, 35 minutos)** Se ha analizado la respuesta de un sistema eléctrico de segundo orden y se ha obtenido la respuesta mostrada en la figura ante una entrada $v_r(t) = 2V$. Solo se conoce el valor numérico del tiempo de pico $T_p = 2{,}27s$ y del valor final que es $v_s(\infty) = 30V$.

   a) Ayudándose de la figura y **dibujando directamente sobre ella**, se pide:

      1) Etiquetar los ejes con los valores de tiempo y amplitud que se consideren necesarios.
      2) Obtener los parámetros $\mu, S_{\%}, \zeta, \omega_n, \omega_d$ y $T_{s98\,\%}$.
      3) Representar y etiquetar los valores de $S_{\%}, T_{s98\,\%}$, T_p y valor final.
      4) Obtener la función de transferencia $G(s)$ a la que le correspondería esta respuesta y representarla en forma estándar.

   b) El sistema en cuestión se va a conectar con otro de primer orden en el cual es posible variar la posición del polo. ¿Cuál es el rango en el que se puede posicionar dicho polo sin que se vea afectada la posibilidad de aproximar el sistema global a uno de segundo orden? Justifique su respuesta.

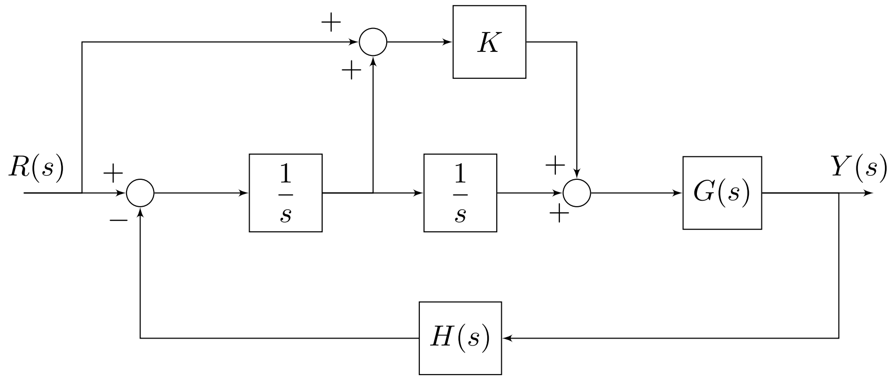


Indique **claramente y ordenadamente** los pasos seguidos y los calculos efectuados para alcanzar los resultados. **Además** resumalos aquí abajo:

- $S_{\%}$:
- μ
- ζ:
- ω_n:
- ω_d:
- $T_{s98\,\%}$:
- $G(s)$:
- Rango del polo:

3. **(3,5 puntos, 35 minutos)** El proyecto del nuevo submarino S-80 de la Armada Española ha topado con defectos de diseño de última hora. Para solucionarlos, una consultora estadounidense ha determinado, a cambio de un módico precio, que hay que aumentar la eslora del submarino.

   Supongamos por un instante que estos cambios afectasen a un subsistema del submarino en el cual el parámetro K representa dicho incremento en eslora:



   Parte del sistema es un componente $G(s)$ con función de transferencia desconocida. Se ha efectuado una aproximación de primer orden analizando la respuesta al escalón unitario. De dicho análisis se han obtenido los siguientes parámetros:

   - Ganancia estática $\mu = 2$.
   - Constante de tiempo $\tau = 2$.

   El transductor del sistema es un potenciómetro con función de transferencia $H(s) = 4$.

   Analice la estabilidad del sistema en función del valor de K y emita su recomendación acerca de las modificaciones que se planean.

4. **(3 puntos, +0,2 cada acierto, -0,1 cada error, 20 minutos)** Marque todas las respuestas que considere correctas.

1. El valor en coordenadas cartesianas del numero complejo $2\angle 45$ es:
   a) ☐ $\sqrt{2}+j\sqrt{2}$
   b) ☐ $1+j1$
   c) ☐ $2+j45$
   d) ☐ $\sqrt{2}+j1$

2. El valor final de la salida del sistema $G(s) = \dfrac{s+1}{s^2+3s+1}$ ante una entrada de tipo rampa es:
   a) ☐ 0
   b) ☐ 1
   c) ☐ Ninguna de las otras
   d) ☐ $\frac{1}{3}$

3. ¿Cuál(es) de las siguientes $G(s)$ tiene(n) un tiempo de respuesta de $8s$ ante una entrada de tipo escalón?
   a) ☐ $G(s) = \frac{1}{8s^2+4s+2}$
   b) ☐ $G(s) = \frac{8}{s^2+2s+1}$
   c) ☐ $G(s) = \frac{2}{2s^2+s+2}$
   d) ☐ $G(s) = \frac{4}{2s^2+2s+1}$

4. El sistema $G(s)$ constituido por dos subsistemas en serie $G_1(s) = \frac{1}{s+1}$ y $G_2(s) = \frac{150}{5s+1}$:
   a) ☐ Tiene respuesta sobreamortiguada
   b) ☐ Tiene ganancia estática unitaria
   c) ☐ Es de segundo orden
   d) ☐ Tiene ganancia estática 30

5. La respuesta temporal de $G(s) = \dfrac{200}{(s^2+2s+4)(s+100)}$ es aproximadamente similar a la de:
   a) ☐ $G(s) = \dfrac{2}{s^2+2s+4}$
   b) ☐ $G(s) = \dfrac{200}{s^2+2s+4}$
   c) ☐ $G(s) = \dfrac{2000}{(s^2+2s+4)(s+1000)}$
   d) ☐ $G(s) = \dfrac{200}{s+100}$

6. La transformada de Laplace de $f(t) = M\ddot{x}(t) + K$, cuando $x(0) = 2$, es:
   a) ☐ $F(s) = M \cdot (s^2X(s) - 2s) + K$
   b) ☐ $F(s) = Ms^2X(s) + KX(s)$
   c) ☐ $F(s) = M \cdot (s^2X(s) - 2) + K$
   d) ☐ $F(s) = M \cdot (s^2X(s) - 2s) + \dfrac{K}{s}$

7. Se parte de un sistema de dos ejes unidos mediante ruedas dentadas con números de dientes igual a $N1$ y $N2$. Suponiendo que el eje 1 está unido a la rueda de $N1$ dientes, el eje 2 a la rueda con $N2$ dientes y que $N1 > N2$:
   a) ☐ Par en el eje 1 $>$ Par en el eje 2
   b) ☐ $\omega_1 > \omega_2$
   c) ☐ Par en el eje 1 $<$ Par en el eje 2
   d) ☐ $\omega_1 < \omega_2$

8. La primera columna de la tabla de Routh de un sistema tiene valores $\{K, 10-K, K-3, 15-2K\}$. ¿Con cuáles de los siguientes rangos de valores de K el sistema es estable?
   a) ☐ $K \in (7,9)$
   b) ☐ $K \in (3,6)$
   c) ☐ $K \in (1,9)$
   d) ☐ $K \in (5,7)$

9. En la FdT que relaciona posición y fuerza en un sistema masa-muelle-amortiguador:
   a) ☐ μ depende únicamente de K
   b) ☐ Cambios en B afectan a ω_n
   c) ☐ ζ depende únicamente de B
   d) ☐ Cambios en M afectan a ω_n

10. Sea un sistema de primer orden, G_1, con $\tau = 5$ y otro de segundo orden, G_2, con $\zeta\omega_n = 5$. Ambos sistemas reciben una entrada constante unitaria en el mismo instante. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?
    a) ☐ G_1 llega al 98 % del valor final antes que G_2
    b) ☐ El valor final de G_1 siempre es mayor que el valor final de G_2
    c) ☐ G_2 llega al 98 % del valor final antes que G_1
    d) ☐ El valor final de G_2 siempre es mayor que el valor final de G_1

Transformada de Laplace

$$\mathcal{L}[t^n] = \frac{n!}{s^{n+1}} \qquad \mathcal{L}[\sin \omega t] = \frac{\omega}{s^2+\omega^2} \qquad \mathcal{L}[\cos \omega t] = \frac{s}{s^2+\omega^2} \qquad \mathcal{L}[f(t-T)] = e^{-sT}F(s)$$

$$\mathcal{L}[e^{-at}f(t)] = F(s+a) \quad \mathcal{L}\left[\int_{0-}^{t} f(\tau)d\tau\right] = \frac{F(s)}{s} \quad \mathcal{L}\left[\frac{d^n f}{dt^n}\right] = s^n F(s) - \sum_{k=1}^{n} s^{n-k} f^{(k-1)}(0-)$$

Sistemas de 2º orden básico

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad T_p = \frac{\pi}{\omega_d} \qquad S_{\%} = 100 \times e^{-\pi\zeta\omega_n/\omega_d}$$

$$T_{s_{95\,\%}} \approx \frac{3}{\zeta\omega_n} \qquad T_{s_{98\,\%}} \approx \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad \zeta = \frac{-\ln(S_{\%}/100)}{\sqrt{\pi^2+\ln^2(S_{\%}/100)}}$$

Sistemas realimentados

$$e_{\text{escalón}}(\infty) = \frac{1}{1+K_p} \quad e_{\text{rampa}}(\infty) = \frac{1}{K_v} \quad e_{\text{parábola}}(\infty) = \frac{1}{K_a}$$

Lugar de las raíces

$$\sigma_a = \frac{\sum \text{polos} - \sum \text{ceros}}{\#\text{polos} - \#\text{ceros}} \qquad \theta_a = \frac{180(2k+1)}{\#\text{polos} - \#\text{ceros}}$$

$$\angle_{\text{salida/llegada}} = 180 - \sum \angle\text{sing. del mismo tipo} + \sum \angle\text{sing. distinto tipo}$$

Diagramas de Bode

$$M_F = \arctan\left(\frac{2\zeta}{\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4}-2\zeta^2}}\right) \approx 100\zeta \quad \omega_c = \omega_n\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4}-2\zeta^2} \qquad \omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}$$

$$M_P = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-2\zeta^2}} \qquad \omega_{\text{BW}} = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2+\sqrt{4\zeta^4-4\zeta^2+2}}$$

$$|G(j\omega_c)| = 1 = 0dB \qquad M_F = 180 + \angle G(j\omega_c) \qquad G_{\text{PID}}(s) = K_p + \tfrac{K_i}{s} + K_d s$$

Tablas de Ziegler-Nichols

Primer método

Tipo	K_p	T_i	T_d
P	T/L	∞	0
PI	$0{,}9 \cdot T/L$	$L/0{,}3$	0
PID	$1{,}2 \cdot T/L$	$2L$	$0{,}5L$

Segundo método

Tipo	K_p	T_i	T_d
P	$0{,}5K_{cr}$	∞	0
PI	$0{,}45K_{cr}$	$0{,}83T_{cr}$	0
PID	$0{,}6K_{cr}$	$0{,}5T_{cr}$	$0{,}125T_{cr}$